DE MOTU AUTHORE ANDREA SPAGNIO SACERDOTE FLORENTINO

Andrea Spagni, Josè Maria Fonseca de Evora, Aloysius Biondi

Digitized by Google

201
40 G
16

Z. 6.

12
24
F
11

Digitized by Google

Digitized by Google

Digitized by Google

DE MOTU

AUTHORE

ANDREA SPAGNIO

SACERDOTE FLORENTINO.

ROMÆ MDCCLXXIV.

TYPIS ARCANGELI CASALETTI
AD S. EUSTACHIUM.

Superiorum Permiſſu.

Digitized by Google

VIRGINI DEI MATRI

CÆLORUM TERRARUMQE POTENTI
QUÆ HUMANUM OMNE GENUS
CLEMENTIA ET BENIGNITATE COMPLEXA
CLIENTES SUOS SINCULARI PATROCINIO
TUETUR ET PROTEGIT
ANDREAS SPAGNIUS
COMMUNIBUS PRIVATISQUE BENEFICIIS
OBSTRICTUS
HOC QUIDQUID EST
D. D. D.

Digitized by Google

IMPRIMATUR,

Si videbitur Reverendiſſimo Patri Sacri Palatii Apoſtolici Magiſtro.

Franciſcus Maria Cioja Pro-Viceſgerens.

APPROBATIO.

POſt diligens examen Operis *de Motu* Cl. Auctoris Andreæ Spagnii, quod ex mandato Rmi P. Magiſtri S. P. A. inſtitui, cenſeo ipſum dignum eſſe publica luce, cum non ſolum nihil ex iis, quæ id impediant, in eo offenderim, ſed omnia viderim tam ſolide & dilucide pertractata, ut qui Metaphyſicis gaudent, inveniant quid de natura motus ſentiendum ſit, & qui Phyſicis oblectantur, habeant quibus legibus motus omnis pro diverſis corporibus, mollibus duris & elaſticis, conſtanter dirigatur.

Romæ apud SS. Vincentium & Anaſtaſium in Trivio die 29. Octobris 1773.

Thomas Gabrini C. M. Lector Emeritus & Viſitator, & Auctor propoſitionis, & ſolutionis caſuum moralium Diœceſis Praneſtinæ.

IMPRIMATUR,

Fr. Thomas Auguſtinus Ricchinius Ordinis Prædicatorum Sacri Palatii Apoſtolici Magiſter.

AN-

Digitized by Google

ANDREAS SPAGNIUS LECTORI SUO S. D.

EFFATUM *eſt perquam veriſſimum & vulgatum illud Ariſtotelis*, (1) Neceſſarium eſt ignorato motu, ignorari & naturam. *Quicquid enim varietatis ſenſibus noſtris intuendum & mente conſiderandum in toto hoc mundo aſpectabili exhibetur, cum motu ita conjunctum eſt, ut ſine illo nullo modo habeatur. Propterea antiquitus quidem in hoc diligenter verſabantur Philoſophi, Tullio ſic atteſtante* (2), ab antiqua philoſophia uſque ad Socratem numeri motuſque tractabantur, *eaque tractatio poſtquam poſtliminio quodammodo revocata, diligentius excoli cœpit a ſtrenuis ac ingenioſiſſimis philoſophis mirum quantum phyſica diſciplina ſit amplificata. Motus interea nomine audito nemo fortaſſe ſibi non excitaſſet ideam mutationis loci facta ab eo, quod diceretur habere motum, niſi Philoſophi ſequuti Ariſtotelem, idea hac vulgari rejecta, dediſſent nomini motus amplitudinem tam inſignem, ut idea mutationis loci opportuna ſolum evaſerit ad ſpeciem unam motus ſignificandam, quam vocant motum localem. Ariſtotelis verba ſunt* (3), motus ſpecies ſunt ſex, generatio, corruptio, augmentum, diminutio, alteratio, & ſecundum locum mutatio. *Quæ diviſio memoriæ cauſa incluſa olim fuit his verſibus.*

Auget, diminuit, corrumpitur, & generatur,
Alterat, & mutat, ſic per loca multa vagatur.

Recentius ad ſimilem ſignificationis vaſtitatem nomen motus revocavit Author anonymus Novæ theoriæ motus *editæ an.* 1749, *quem Trevoltiani referunt* (4) *explodere definitiones motus, quæ ſolum conveniunt motui locali, cum per ipſum motus ſit* vis quædam impreſſa cor-

(1) Ariſt. Phyſ. lib. 3. cap. 1. tex. 1.
(2) Tull. Tuſc. lib. 5. num. 10.
(3) Ariſt. Poſt prædicam. cap. 4. Operum tom 4. juxta Maur. pag. 62.
(4) Mem. de Trev. ann. 1750. art 57. pag 1079.

Digitized by Google

corporibus, quæ ea ſeparat & unit, & quæ ex uno corpore in aliud tranſmittitur, *& proinde ut ipſe ait ad motum pertinet vis corpora componens, dividens, dilatans, congregans, & ſimilia. Satis ſit meminiſſe de hujuſmodi ſignificationibus. Nam equidem in hoc commentario nomine motus intelligo juxta vulgarem notionem, illum quem localem ipſi dicunt, ſine quo ut idem Ariſtoteles fatetur, reliqua etiam ſupradicta motuum genera haberi nequaquam poſſunt. Porro loci nomine intelligo partem ſpatii, neque in alio ſenſu hic locum uſurpo. Quæ autem de motu dicere aggredior, reduco ad hæc capita, ad motum localem in genere: ad motum abſolutum, & relativum: ad quietem his motibus oppoſitam: ad rationem cognoſcendi quantitatem motus corporum tum generatim ſumptam, tum in particulari, ſcilicet quando ſunt in æquilibrio, ſive ſolida ſive fluida ſint, & quando invicem congrediuntur corpora tam mollia quam elaſtica: ad motum ſimplicem & compoſitum: ad motum uniformem: ad motum uniformiter acceleratum & retardatum tum in genere conſideratum, tum prout ſe prodit in gravibus per planum inclinatum euntibus, & in pendulorum vibrationibus, & in projectis: & tandem ad motum per machinas. Singula autem quæ ſub his capitibus pertractantur, ordo qui ſequitur patefacit.*

ORDO

Digitized by Google

ORDO OPERIS

PARS I.

DEfinitiones & diviſiones motus.
ART. I. Definitio motus & quietis in genere, & celeritatis. pag. 1
ART. II. Diviſiones motus. 3
ART. III. De motu & quiete, abſolutis & relativis. 5
ART. IV. De motu ſimplici & compoſito. 7
ART. V. De motu uniformi & variabili. 8
ART. VI. De motu uniformiter accelerato & retardato. 11

PARS II.

De motu locali in genere.
PROPOSITIO I. Motus localis in genere bene definitur mutatio loci continua. 14
PROPOSITIO II. Celeritas & motus diſtinguuntur inter ſe dumtaxat penes vocabula, ſi attendantur eorum definitiones: ſin autem his neglectis attendantur ideæ confuſæ, quas ea nomina menti ingerunt, diſtinguuntur per rationem. 19
PROPOSITIO III. Motus includit in ſuo conceptu ideam mobilis, ideam ſpatii, & ipſius partium, quæ inter ſe diſtinctæ, atque ſine interruptione connexæ ſint, ideam ſucceſſivæ exiſtentiæ mobilis in his ſpatii partibus, ideam directionis alicujus in ſpatio, & tandem ideam temporis. 21
PROPOSITIO IV. Celeritas tum ea, quæ eſt in actu primo, tum quæ eſt in actu ſecundo, major vel minor in infinitum eſſe poteſt: non tamen poteſt eſſe infinita. 23
PROPOSITIO V. Motus inſtantaneus eſt impoſſibilis. 25

PARS III.

De motu abſoluto & relativo.
PROPOSITIO VI. Datur motus tum relativus tum abſolutus. 30
ART. I. Argumenta pro propoſitione. 31
ART. II. Objectiones Adverſariorum. 33
ART. III. Objectio dicta Achilles. 35
PROPOSITIO II. Motus abſolutus convenit etiam ſubſtantiis ſpiritualibus creatis, quin ulli corpori ullo modo conjungantur. 40
ART. I. Argumenta pro propoſitione. 41
ART. II. Objectiones. 43

PRO-

PROPOSITIO III. *Motus abſolutus eſt modus poſitivus entis creati mobilis, ipſi intrinſecus: motus vero relativus non eſt neceſſario modus ullus poſitivus, ſed poteſt eſſe modus ſolum per rationem noſtram cogitandi.*

ART. I. *De adverſantibus propoſitioni.* 45

ART. II. *Argumenta pro prima propoſitionis parte.* 48

ART. III. *Argumenta pro reliquis propoſitionis partibus.* 49

PROPOSITIO IV. *Motus ratione quidem ſui non habet partes, ſed habet ratione tum ſpatii tum temporis, quarum tamen partium nulla alteri coëxiſtit, & qua ratione habet partes, eſt diviſibilis in infinitum.* 51

PROPOSITIO V. *Motus abſolutus non fit ſine exercitio vis motricis, quo mutato ille etiam mutatur: at motus relativus non ſolum poteſt fieri ſine ulla vi motrice, ſed per actionem etiam vis motricis in id, quod movetur relative, poteſt ille non mutari.* 53

PROPOSITIO VI. *Poteſt aliquid moveri motu relativo ſimul & abſoluto in eamdem plagam vel oppoſitam: atque cum motus ſunt in eamdem plagam, ſumma celeritatum erit celeritas integra, qua mobile abſolute movetur: cum autem motus ſunt in plagas oppoſitas, celeritas integra erit differentia inter celeritates oppoſitas.* 55

PROPOSITIO VII. *Motus perpetuus naturalis datur, artificialis vero eſt impoſſibilis.*

ART. I. *Argumenta pro prima propoſitionis parte.* 57

ART. II. *Argumenta pro ſecunda propoſitionis parte.* 59

PARS IV.

De quiete & motu.

PROPOSITIO I. *Quies corporum abſoluta eſt poſſibilis: ea tamen non eſt aliquid poſitivum, ſed eſt mera negatio motus.*

ART. I. *De adverſantibus propoſitioni.* 62

ART. II. *Argumenta pro prima propoſitionis parte.* 64

ART. III. *Argumenta pro ſecunda parte.* 67

ART. IV. *Inefficacia aliquorum argumenta.* 68

ART. V. *Objectiones.* 69

PROPOSITIO II. *Poteſt aliquid quieſcere abſolute, & ſimul moveri relative: & rurſus poteſt aliquid quieſcere relative, & ſimul abſolute moveri: & tandem poteſt aliquid moveri relative eo modo, quo re ipſa non movetur.* 74

PROPOSITIO III. *Sine Divina revelatione de motu aut quiete abſoluta Solis & Fixarum nequeunt homines de his loquendo adhibere nomina motus & quietis niſi in ſenſu relativo.*

ART. I. *Argumenta pro propoſitione.* 77

ART. II. *Objectiones pro quiete abſoluta Terræ.* 81

Digitized by Google

Art. III. *Objectiones generales pro quiete abſoluta Solis & Fixarum.* 87
Art. IV. *Objectiones ex Fixarum parallaxi & aberratione pro quiete abſoluta Solis & Fixarum.* 89

PARS V.

De quantitate motus corporum univerſim conſiderata.
Propositio I. *Motus corporis eſt quantitas quædam, quæ æſtimari debet ex quantitate materiæ toties ſumpta, quot ſunt in ea gradus celeritatis.*
Art. I. *Argumenta pro propoſitione.* 95
Art. II. *Corollaria.* 96
Propositio II. *Deum conſervare eamdem motus quantitatem in tota corporum naturalium univerſitate gratis dicitur, & oppoſitum eſt probabilius.*
Art. I. *De argumentis Carteſii pro quantitate motus ſemper eadem.* 101
Art. II. *De argumento Malebranchii pro quantitate motus ſemper eadem.* 104
Art. III. *De argumento Leibnitii pro quantitate motus ſemper eadem.* 106
Art. IV. *De aliorum argumentis pro quantitate motus ſemper eadem.* 108
Art. V. *De argumentis pro quantitate motus non ſemper eadem.* 110

PARS VI.

De quantitate motus in corporibus ſolidis.
Propositio I. *Corpora invicem per vectem vel alio modo unita, & mobilia ſolum circa unum vectis punctum, ſunt in æquilibrio, quando ipſorum pondera ſint in ratione inverſa diſtantiarum.*
Art. I. *Demonſtratio.* 111
Art. II. *Corollaria.* 113
Propositio II. *Cadente intra baſim corporis linea ducta ex centro gravitatis ipſius perpendiculariter ad horizontem, ſtabit corpus: hac autem linea cadente extra ejus baſim, corruet ſtatim ex ejuſdem lineæ parte corpus, niſi obſtet partium ſuarum tenacitas.* 115
Propositio III. *Centrum gravitatis unius corporis mente ſolum conſpici poteſt: duorum autem corporum invicem unitorum, quorum nota ſint pondera ſingillatim, & nota diſtantia, quam habent inter ſe centra gravitatis ſingulorum, invenitur, ſi fiat ut ſumma utriuſque ponderis ſit ad unum ipſorum, ſicuti eſt diſtantia, quam habent*

Digitized by Google

bent inter ſe ad diſtantiam alterius corporis a centro gravitatis communi : trium & quotcunque tandem numero ponderum invicem unitorum in recta realiter vel æquivalenter eadem, quorum notæ pariter ſint inter ſe diſtantiæ, & nota ſingulorum pondera, invenitur dividendo per ſummam omnium datorum ponderum ſummam harum quantitatum, ſcilicet producti ex primo pondere in ejus diſtantiam a ſecundo, deinde producti ex ſumma duorum ponderum primorum in diſtantiam ſecundi a tertio, & ſic deinceps.

ART. I. *Demonſtratio.* 117

ART. II. *Corollaria.* 121

PARS VII.

De quantitate motus in corporibus fluidis.

PROPOSITIO I. *Corpora fluida, quæ invicem communicant incluſa in tubis, ſunt in æquilibrio, quando quantitas motus unius eſt æqualis illi alterius : ex quo multa inferuntur.* 123.

PROPOSITIO II. *Corpus ſpecifice levius in fluido graviore poſitum acquirit cum illo æquilibrium, quando tantum ſui voluminis immerſum eſt, quantum requiritur ut par volumen fluidi habeat cum integro corpore æquale pondus : ex quo multa inferuntur.* 127

PARS VIII.

De motu ex conflictu corporum non elaſticorum.

PROPOSITIO I. *In conflictu directo corporum mollium inveniri poteſt, quæ ſit celeritas illis communis poſt conflictum, & quantum motus ſingula vel acquiſiverint vel amiſerint.* 129

ART. I. *Demonſtratio.* 130

ART. II. *Corollaria.* 132

PROPOSITIO II. *Celeritas poſt conflictum communis corporibus mollibus, quorum unum directe occurrat alteri quieſcenti eſt dimidia celeritatis ante conflictum, ſi ſint maſſæ æqualis : ſin autem motus ſit in maſſa majori eſt pluſquam dimidia : ſin tandem motus ſit in minori, eſt minus quam dimidia.* 135

PROPOSITIO III. *Si duo corpora mollia in ſe directe tendant quantitate motus æquali, poſt conflictum ambo quieſcent : ſin autem quantitate motus inæquali, ambo poſt conflictum movebuntur celeritate communi, quæ ſi maſſæ ſint æquales, erit dimidium illius, quæ reperitur exceſſu quantitatis motus diviſo per maſſam, ad quam pertinet : ſin maſſæ ſint inæquales, & quantitas motus major ſit in maſſa majori, celeritas communis erit plus quam dimidium illius, quæ modo dicto reperitur in ſimili exceſſu : ſin tandem maſſæ ſint inæquales, & quan-*

quantitas motus major ſit in maſſa minori, celeritas communis erit minor quam dimidia illius, quæ modo dicto reperitur in ſimili exceſſu. 137

PROPOSITIO IV. *Si duo corpora mollia tendant in eaſdem partes celeritate inæquali, movebuntur poſt occurſum celeritate communi, quæ quando eorum maſſæ ſint æquales, erit dimidium celeritatis utriuſque corporis ante occurſum ſimul ſumptæ: quando vero maſſa major aſſequatur minorem, erit pluſquam dimidium: quando tandem maſſa minor aſſequatur majorem, erit minus quam dimidium celeritatis prædictæ.* 139

PROPOSITIO V. *In conflictu corporum mollium quantitas motus ab uno acquiſita, & ab alio amiſſa, ſunt æquales inter ſe: celeritas vero ab uno acquiſita, & ab altero amiſſa, ſunt maſſis reciproce proportionales.*

ART. I. *Demonſtratio.* 143

ART. II. *Corollaria.* 144

PARS IX.

De motu ex conflictu corporum elaſticorum.

PROPOSITIO I. *In conflictu directo corporum elaſticorum, mutatio quæ fit in quantitate motus ſingulorum eſt dupla illius, quæ fit in conflictu corporum non elaſticorum.* 147

PROPOSITIO II. *Data ſingulorum corporum elaſticorum quantitate motus ante conflictum per datam ſingulorum maſſam & celeritatem, ſemper inveniri poteſt quantitas motus ſingulorum poſt conflictum.*

ART. I. *Demonſtratio.* 149

ART. II. *Corollaria.* 150

PROPOSITIO III. *Summa quantitatum motus, quæ colligitur corporibus elaſticis tendentibus in eamdem partem, vel uno in alterum quieſcens, reperitur eadem etiam poſt conflictum, ſingulas illorum quantitates motus ſimul addendo: & differentia quantitatum motus, quam habeant corpora elaſtica in partes mutuo oppoſitas tendentia, reperitur eadem etiam poſt conflictum, ſingulas pariter illorum quantitates ſimul addendo.* 152

PROPOSITIO IV. *Data ſingulorum corporum elaſticorum maſſa & celeritate ante conflictum ſemper inveniri poteſt celeritas poſt conflictum.*

ART. I. *Demonſtratio.* 154

ART. II. *Corollaria.* 155

PROPOSITIO V. *In mutuo conflictu corporum elaſticorum ſumma productorum ex ſingulorum maſſa in quadratum novæ ipſorum velocitatis*

Digitized by Google

æqualis eſt ſumma productorum ex ſingulorum maſſa in quadratum primæ eorumdem celeritatis. 158

PROPOSITIO VI. *Duo corpora elaſtica habent poſt conflictum eamdem celeritatem reſpectivam, ac habebant ante illum.* 160

PROPOSITIO VII. *Celeritas corporum elaſticorum poſt conflictum componitur ex celeritate, quam haberent, ſi non eſſent elaſtica, diminuta in uno, & aucta in altero celeritate relativa, ducta in maſſas reciproce ſumptas, & diviſa per earumdem ſummam.* 162

PROPOSITIO VIII. *Si duo corpora elaſtica in ſe mutuo tendant pari quantitate motus, utrumque poſt conflictum reſiliet pari celeritate.* 164

PROPOSITIO IX. *Si duo corpora elaſtica æqualis maſſæ inæquali celeritate mutuo ſe impellant, ſive tendant in eamdem partem, ſive in oppoſitas, permutatis invicem celeritatibus ferentur.* 166

PROPOSITIO X. *Si corpus elaſticum majoris maſſæ directe occurrat alteri corpori elaſtico minoris maſſæ, vel quieſcenti, vel in eamdem partem tardius ſe moventi, corpus majus poſt occurſum non quidem quieſcet, ſed tardius movebitur: corpus vero minoris maſſæ acquiret majorem velocitatem, quam fuerit in primo, quæ tamen non erit duplo major, & cum ea habebit adhuc minorem quantitatem motus, ac in primo illo fuerit.* 167

PROPOSITIO XI. *Si corpus elaſticum majoris maſſæ ocurrat alteri minoris maſſæ quieſcenti, hoc ſecundum movetur poſt conflictum ea celeritate, quæ eſt par celeritati, quam corpus majus habebat ante conflictum, & illi quam poſt ipſum habet: Sin autem corpus minoris maſſæ occurrat alteri majoris quieſcenti, erit poſt conflictum celeritas utriuſque ſimul ſumpta æqualis celeritati, quæ erat in corpore minori ante conflictum.* 170

PROPOSITIO XII. *Si corpus elaſticum majoris maſſæ directe occurrat alteri elaſtico minoris maſſæ quieſcenti cum ea celeritate, quæ ſit ut utraque maſſa, corpus quidem majus amittit poſt conflictum celeritatem, quæ eſt ut dupla maſſa corporis minoris: hoc vero acquirit celeritatem, quæ eſt ut dupla maſſa majoris: Si vero corpus minoris maſſæ directe occurrat corpori majoris maſſæ quieſcenti cum celeritate, quæ ſit pariter ut utraque maſſa, corpus minus amittit per conflictum celeritatem, quæ eſt ut dupla maſſa majoris: majus autem acquirit celeritatem, quæ eſt ut dupla maſſa minoris.* 171

PROPOSITIO XIII. *Si duo corpora elaſtica mutuo ſibi directe occurrant cum celeritate æquali, quando unius maſſa ſit tripla alterius, corpus majoris maſſæ poſt congreſſum quieſcet: quando ſit minor tripla, poſt congreſſum reflectetur: quando tandem ſit major tripla, in eamdem partem ut prius, ſed tardius progredietur.* 172

PROPOSITIO XIV. *Corpus elaſticum minoris maſſæ directe occurrens alteri*

alteri elaſtico majoris maſſæ quieſcenti, poſt occurſum reflectetur: & illud majoris maſsæ acquiret celeritatem minorem quidem ac fuerit in corpore minori, ſed eam per quam habebit quantitatem motus majorem, ac fuerit in corpore minori; quæ tamen erit inſenſibilis, ſi maſsa corporis ſit quaſi infiniteſima reſpectu alterius quieſcentis, quam impellat celeritate finita. 174

PROPOSITIO XV. *Si ſint tria corpora elaſtica in ſerie continuo creſcente vel decreſcente, & primum mediate per ſecundum ſive majoris ſive minoris maſsæ occurrat tertio, hoc tertium acquiret celeritatem majorem, quam ſi primum eidem immediate occurreret.*

ART. I. *Demonſtratio.* 178

ART. II. *Corollaria.* 180

PROPOSITIO XVI. *Corpora elaſtica, quæ iis celeritatibus, quas poſt unum conflictum habent, iterum ſe offendant, habebunt poſt conflictum priſtinas celeritates.* 181

P A R S X.

De motu compoſito.

PROPOSITIO I. *Quando mobile urgetur diverſis directionibus inter ſe inclinatis, & celeritatibus ſervantibus eamdem ſemper rationem, motus illius eſt per lineam rectam, mediam inter lineas, quas teneret, ſi ſingulis directionibus ſeorſim obſequeretur, eamque æquali tempore deſcribet, ac ſingulas ſeparatim deſcriberet.*

ART. I. *Demonſtratio.* 183

ATT. II. *Corollaria.* 185

PROPOSITIO II. *Conflictus corporum indirectus habet effectus, qui explicari poſſunt illum revocando ad conflictum directum.* 188

PROPOSITIO III. *Quando mobile urgetur diverſis directionibus inter ſe inclinatis, ſed celeritatibus non ſervantibus eamdem conſtanter rationem, ipſius motus eſt curvilineus, & medius inter illos, quos haberet, ſi ſingulis actionibus ſeorſim obſequeretur.*

ART. I. *Demonſtratio.* 191

ART. II. *Corollarium de Viribus centralibus.* 192

ART. III. *De Viribus centralibus in circulo.* 196

ART. IV. *Objectio contra vires centrales.* 198

P A R S XI.

De motu uniformi.

PROPOSITIO I. *In motu uniformi celeritas ſpatium & tempus, quæ dicantur C, S, T, ſic ſe habent,* $C = \frac{S}{T}$, $S = CT$, $T = \frac{S}{C}$

ART. I.

Art. I. *Demonſtratio & corollaria primæ propoſitionis partis.* 202
Art. II. *Demonſtratio & corollaria ſecundæ partis.* 204
Art. III. *Demonſtratio & corollarium tertiæ partis.* 205

PARS XII.

De motu uniformiter accelerato vel retardato univerſim conſiderato.

Propositio I. *Si ſpatium motu uniformiter accelerato deſcriptum dicatur S, celeritas finalis in eodem motu, & conſtans in motu æquabili dicatur C, ac tempus utriuſque T, erit* $S = \frac{CT}{2}$. 207

Art. I. *Demonſtratio.* 208
Art. II. *Corollaria generália.* 210
Art. III. *Corollaria quæ ſunt theoremata circa deſcenſum corporum.* 211
Art. IV. *Corollaria quæ ſunt problemata circa deſcenſum corporum.* 214

Propositio II. *In motu uniformiter accellerato vis acceleratrix quæ dicatur A, eſt* $= \frac{S}{T2} = \frac{CC}{S} = \frac{CT}{2}$.

Art. I. *Demonſtratio.* 217
Art. II. *Corollaria.* 218

PARS XIII.

De motu uniformiter accelerato vel retardato a gravitate in plano inclinato.

Propositio I. *Grave per planum inclinatum ad horizontem deſcendit propter eam ſui ponderis partem, quam planum non ſuſtinet, eo majorem, quo major ſit angulus inclinationis.*

Art. I. *Demonſtratio.* 220
Art. II. *Corollaria circa gravitatem corporum abſolutam, & relativam.* 221

Propositio II. *Corpus grave per planum inclinatum ad horizontem deſcendit motu uniformiter accelerato: ſed celeritas acquiſita per altitudinem plani ad acquiſitam eodem tempore per aliquam longitudinis partem ſe habet in ratione inverſa altitudinis ad totam longitudinem: ad acquiſitam vèro per totam longitudinem plani ſe habet in ratione æqualitatis.*

Art. I. *Demonſtratio.* 224
Art. II. *Corollaria.* 226

Pro-

Digitized by Google

Propositio III. *Deſcenſus gravium per altitudinem plani inclinati eſt æque diuturnus deſcenſui per eam longitudinem ejuſdem plani, quam determinat perpendicularis ducta ab ultimo altitudinis extremo in ipſum planum.* 229
Propositio IV. *Deſcenſus gravium per diametrum circuli horizonti perpendicularem eſt æque diuturnus cum deſcenſu per quamcunque ejuſdem circuli chordam, quæ ab ipſa diametro incipiat, vel in ipſam deſinat.* 232
Propositio V. *Tempus quo corpus vi gravitatis deſcendit per totam longitudinem plani inclinati eſt ad tempus, quo deſcendit per totam ejuſdem altitudinem, ut eſt longitudo plani ad ejuſdem altitudinem: & tempora deſcenſuum per plana diverſæ inclinationis, ſed ejuſdem altitudinis ſunt inter ſe, ut eorumdem planorum longitudines.* 234
Propositio VI. *Tempora quibus duo corpora ſibi relicta deſcendunt vi gravitatis per duo plana ſimiliter inclinata, ſed inæqualis altitudinis, adeoque & longitudinis, ſunt in ſubduplicata ratione ipſarum altitudinum.* 235

PARS XIV.

De motu uniformiter accelerato & retardato in pendulorum oſcillatione.

Propositio I. *De modo inveniendi centrum oſcillationis in pendulis compoſitis.*
Art. I. *De iis quæ pertinent ad notionem penduli.* 238
Art. II. *Demonſtratio propoſitionis.* 241
Propositio II. *Oſcillationes ejuſdem penduli per arcus exiguos, omnes ſunt iſochronæ.*
Art. I. *De primis hujus propoſitionis authoribus.* 244
Art. I. *Demonſtratio propoſitionis.* 246
Propositio III. *Oſcillationes penduli ſunt omnium optima menſura temporis, ſi caveatur variatio in penduli longitudine, quæ a calore vel frigore provenit.* 248
Propositio IV. *Tempus unius oſcillationis eſt in ratione ſubduplicata arcus deſcripti: & in inverſa numeri oſcillationum, quas facit intra datum tempus:*
Art. I. *Demonſtratio.* 250
Art. II. *Corollaria primæ partis propoſitionis.* 251
Art. III. *Corollaria ſecundæ propoſitionis partis.* 253
Propositio V. *Celeritas penduli in puncto infimo eſt ad celeritatem, quam acquireret cadendo per duplam ipſius longitudinem, ut chorda arcus deſcripti ad duplam penduli longitudinem: & celeritates ejuſdem penduli in puncto infimo a diverſa altitudine cadentis ſunt ut chordæ arcuum deſcriptorum.* 255

Pro-

Digitized by Google

Propositio VI. *Datur Iſochronia in pendulis diverſæ longitudinis pro diverſis terræ locis, eaque provenit a viribus gravitatis diverſis, quæ ſunt inter ſe in ratione arcum iſochronorum, & etiam in ratione longitudinum pendulorum.*

Art. I. *Demonſtratio.* 257

Art. II. *Objectiones contra primas propoſitionis partes.* 259

PARS XV.

De motu compoſito ex uniformi & uniformiter accelerato.

Propositio I. *Corpora hic ſupra terram projecta per directionem horizonti non perpendicularem, procedunt per parabolam Apollonianam, non tamen accurate talem.*

Art. I. *Demonſtratio pro primis propoſitionis partibus.* 262

Art. II. *Demonſtratio ultimæ propoſitionis partis.* 265

Art. III. *Objectio & Corollarium.* 267

Propositio II. *Inveniri poſſunt omnes diverſæ parabolæ, quas idem projectum cum eadem vi ab eodem puncto loci, at cum diverſis ad horizontem inclinationibus deſcribet.* 269

Propositio III. *Corpus determinata vi projectum per lineam, quæ faciat angulum ſemirectum cum horizonte, pertingit diſtantiam horizontalem omnium maximam.*

Art. I. *Demonſtratio.* 271

Art. II. *Corollaria.* 272

PARS XVI.

De motu corporum ope machinarum.

Art. I. *Machinæ & Mechanicæ notiones, & diviſiones.* 275

Art. II. *De Vecte.* 279

Art. III. *De Libra & Statera.* 281

Art. IV. *De Trochlea.* 284

Art. V. *De Axe in peritrochio.* 285

Art. VI. *De Cuneo & Cochlea.* 288

Art. VII. *De Rotis dentatis.* 290

Art. VIII. *De Machinis compoſitis.* 293

Digitized by Google

DE MOTU

AUCTORE

ANDREA SPAGNIO

PARS PRIMA

Definitiones & diviſiones motus.

Articulus Primus

Definitio motus & quietis in genere, & celeritatis.

1. Motus ſignificat mutationem loci continuam: quies vero negationem motus. Hæc quietis definitio eſt juxta communem acceptionem, quam tamen diſtincte proponere oportuit, tum quia non deſunt, qui ab illa diſceſſerunt, ut infra conſtabit, tum quia Walterus a Tſchirnhauſen tamquam de errore reprehendit Carteſium, quod (1) *nullam quietis definitionem protulerit*.

2. Celeritas ſignificat mobilis affectionem quamdam, quæ in hoc conſiſtit, ut actu decurrat determinato tempore determinatum ſpatium. Eadem, prout cum Muſſchenbroekio (2) definita eſt, aliter dicitur celeritas in actu ſecundo, ſeu actualis, quibus adjunctis diſtinguitur a celeritate, quæ dicitur in actu primo, ſeu potentialis, & ab aliquibus, ut Fortunato a Brixia (3), impetus, &

(1) Tſch. Medic. ment. par. 2. pag. 50.

(2) Muſs. Introd. ad Philoſ. §. 213.

(3) Bri. Phyſ. gen. Diſs. 6. ſec. 2. propoſ. 5. in Lemm. pag. 308. edit. 1.

Digitized by Google

quæ definiri poteſt, affectio mobilis, quæ in hoc conſiſtit, ut aptum ſit ad decurrendum determinato tempore determinatum ſpatium. Rogerius Boſcovich hanc definit eſſe (1) *determinationem, quam habet corpus ad celeritatem in actu ſecundo*: celeritatem vero in actu ſecundo dicit eſſe *relationem quamdam ſpatii quod percurrit, & temporis quo percurritur*, illam ſcilicet, quæ eſt reale fundamentum, ut intellectus exactam celeritatis cognitionem acquirat. Incluſa igitur neceſſe eſt ſit in definitione cujuſvis celeritatis nota ſpatii applicati ad tempus, utpote tale ipſius attributum, ſine quo eam animo informare non poſſumus. Quare importune Franciſcus Gaudio eidem obloquitur, eamque illi aſſimilat, quæ calorem explicaret per altitudinem liquoris in thermometro. Hæc quidem peſſima eſſet caloris definitio, cum id enunciaret, quod ad ejus eſſentiam nullo modo pertinet: at per hoc ipſum datæ celeritatis definitioni prorſus diſſimilis. Idem addit, (2) *Nota realis & phyſica velocitatis eſt vis motrix tali pacto agens ſollicitans*. At ſi hoc intelligatur de celeritate in actu ſecundo falſa eſt, quoniam hæc non eſt vis motrix, ſed hujus effectus, quod ipſe idem fatebitur, qui ſupra, habens credo præ oculis ipſam in actu ſecundo celeritatem, dixerat eſſe *modum ſollicitationis*. Si vero intelligatur de celeritate in actu primo minus opportuna eſt, tum quia per illud nomen vis motricis ingerit ideam entis cujuſdam poſitivi, quod inhæreat mobili, cujuſmodi eſt impetus in ſententia Peripateticorum, tum quia ea verba *tali pacto agens*, quid aliud ſignificare poſſunt, quam cogens decurrere certum ſpatium intra certum tempus.

3. Communiter cum abſolute nominatur celeritas, intelligi ea ſolet, quæ dicitur in actu ſecundo, quia altera in actu primo ſaltem loquendo de motu corporum, in quo uſus præcipuus eſt hujus nominis, deprehenditur dumtaxat, & æſtimatur per actualem celeritatem, quæ unice noſtris ſubjacet obſervationibus. Jo. M. de Turre ab uſu communi diſcedens uſurpat abſolutum nomen celeritatis pro celeritate in actu primo; definit enim eſſe (3) *efficaciam, quam recipit corpus, cum ab alio impellitur, qua aptum redditur ad ſpatium aliquod determinato tempore percurrendum*. Chriſtianus Wolfius ſimiliter jam antea fecerat (4), qui tamen in corollario ſequenti immediate abſolutum nomen celeritatis uſurpat ad denotandam celeritatem in actu ſecundo, nec caret in iis, quæ deinceps ſcripſit hac permixtione ac confuſione unius ſenſus cum alio, quem eidem nomini attribuit, quæ confuſio peſtis eſt omnium diſciplinarum.

AR-

(1) Boſc. de virib. vivis num. 11.

(2) Gau. de Nat. extenſio num. 39. in not. pag. 37.

(3) Tur. Phyſ. gen. n. 252. pag. 176.

(4) Wol. Mech. §. 13. pag. 4.

Digitized by Google

Articulus II.

Diviſiones motus.

4. Dividitur motus primo reſpectu ſpatii, & alius eſt motus abſolutus, alius relativus. Secundo reſpectu cauſſæ illum producentis, & alius eſt motus ſimplex, alius compoſitus. Tertio reſpectu celeritatis, & alius eſt motus uniformis, alius variabilis: atque hic dividitur in motum uniformiter acceleratum, qualis eſt in gravibus, dum ſibi relicta labuntur: vel retardatum, qualis in iiſdem eſt, dum ſurſum projiciuntur: & in motum difformiter acceleratum vel retardatum. Hujuſmodi eſt in corporibus a magnete attractis, quæ longe majori vi in ipſum ſollicitantur a minori diſtantia, quam a majori, & in planetis, qui dum Soli ſunt propiores, majus ſpatium percurrunt intra idem tempus, & minus cum ab illo ſunt remotiores.

5. Plato & alii apud Fortunatum a Brixia (1) diviſerunt motum in illum *lationis*, & illum *circumlationis*. Ac primus eſt ille, quo corpus non revertitur ad eumdem locum. Secundus vero ille, quo ad eumdem locum revertitur, quorum uterque rurſus dividi poteſt in ſpecies infinitas, quoniam infinitæ ſunt lineæ tam rectæ, quam curvæ, per quas nequit corpus redire ad locum, ex quo diſceſſit, & infinitæ ſunt curvæ, per quas redire poteſt.

6. Celebris eſt etiam diviſio motus in naturalem & violentum, quam tum veteres tum recentiores Philoſophi, ſed in diverſo prorſus ſenſu, adhibuerunt etiam agentes de meris corporibus. Recentiores quidem, ut Nicolaus de Martino (2), motum dixerunt naturalem, qui a gravitate dependet, & violentum, qui a vi projiciente proficiſcitur. Motus naturalis in hoc ſenſu idem eſt ac motus gravium acceleratus: violentus vero idem ac motus projectorum. Veteres autem frequentiſſimi motum naturalem definierunt, qui eſt ſecundum inclinationem ſeu appetitum corporis, & violentum, qui huic appetitui repugnat, ſive ut Galilæus, qui hanc olim diviſionem recepit, dixit, (3) *Motus naturalis eſt, qui naſcitur a principio corporibus intrinſeco, violentus, qui indiget extrinſeco impellente.* Hinc originem habuit ea aliquorum opinio apud Senecam, totum quod videmus continuo deſcendere, ſed (4) *non apparere an cadat, quia præcipitatio ejus æterna eſt, nihil habens noviſſimum, in quod incurrat.* Ulterius alii proceſſerunt tertiam motus ſpe-

(1) Bri. Phyſ. gen. ſec 5. prop. 1. ſchol. 2. edit. 1. pag. 47.

(2) Mar. Elem. Static. ſub initium.

(3) Gal. lett. 2. ſu le macchie Solari circa finem.

(4) Sen. quæſt. natur. lib. 7. cap. 14.

Digitized by Google

ſpeciem ſibi fingentes, quam motum neutrum appellant, ad quem ſcilicet arbitrati ſunt nec repugnantiam nec appetitum ineſſe corporibus. Atque hunc voluerunt eſſe motum dumtaxat circularem, qui ſit uniformis. In hoc ſenſu hæc diviſio recipi non poteſt, cum ſermo eſt de meris corporibus, quæ nullos habent appetitus, inclinationes nullas; cum nullas habeant cognitiones, ut proinde apud bonos jam philoſophos axioma ſit, corpus eſſe indifferens ad quietem & motum quemcunque in quamvis partem, & cum quavis velocitate. Eadem tamen commemoranda erat, quia longæ occurrunt de motu naturali & violento diſputationes apud permultos Ariſtotelis interpretes, a quo credunt aliqui traditam hujuſmodi doctrinam, quam rejicimus, propterea quod eodem in libro, dicit, (1) *quorumcunque motus principium in ſeipſis eſt, hæc natura dicimus moveri*, & infra (2) *eorum quæ ab alio moventur, hæc præter naturam poſuimus moveri*: & exemplum motus præter naturam, qui idem eſt cum violento, affert in motu terræ ſurſum & ignis deorſum. At alii proferentes, quod ibidem legitur (3): *Moveri corpora a ſe ipſis dicere, impoſſibile eſt. Vitale enim hoc eſt, & animatorum proprium*, volunt apud Ariſtotelem hæc nomina eumdem ſenſum habere, ac apud recentiores. Gaſſendus tandem in ſuo *de motu naturali & violento* tractatu cenſet Ariſtotelis in hac re doctrinam eſſe ſubinde perturbatam.

7. Aliam diviſionem motus ſtatuit nuper Gaudio in motum phyſicum & mathematicum. Primum dixit eſſe (4) *actum vis motricis, quo maſſa transfertur*. Quibus verbis, utpote juxta alibi (5) dicta Leibnitio adhærens, qui docuit vim activam pertinere ad ſubſtantiam omnem etiam corpoream, ſignificat actum hujuſmodi vis. Quæ doctrina non differt ab illa Peripateticorum, quæ ſtatuebat ſingula etiam mera corpora conſtare ex materia & forma ſubſtantiali, quæ etiam per ipſos erat quid activum. Quare cum per plura ſæcula tot tantique extiterint Scriptores, qui pro exiſtentia formarum hujuſmodi mordicus pugnaverunt, verum dumtaxat eſt ſub hoc nomine *actus vis motricis* motum phyſicum eſſe ſpeculationem Leibnitii, (6) *ita ut præter Leibnitium vix de eo quiſquam ſcripſerit*, ut ipſe ait. Motum vero mathematicum dixit eſſe translationem ſucceſſivam mobilis de uno loco in alium, ideoque includere in ſuo conceptu ideas ſpatii, directionis, & temporis, ſed eſſe ens imaginarium: quod tamen poteſt per modum accidentis inveniri in phyſico motu: (7) *Translatio maſſæ*, ſic ille, *ſpatii percurſio, directio*

(1) Ariſt. Phyſ. lib. 8. cap. 7. num. 4. juxta Maurum pag. 239.
(2) Id. ibid. num. 7. pag. 241.
(3) Id. ibid. num. 8.
(4) Gau. de Nat. extenſ. n. 33. p. 26.
(5) De Cauſ. efficien. num. 472.
(6) Gau. ubi ſupra n. 39. in not. p. 37.
(7) Id. ibid. num. 33.

ctio ſunt extrinſecæ & accidentales veri & phyſici motus affectiones : eſt autem in hac translatione ens quoddam , ſed imaginarium dumtaxat, quippe (1) *pertinens ad mentem ex conſuetudine in motus ideam ſpatia percurſa intrudentem*. Ex quo , ſic concludit , *vides non deſinere aliquid in regno naturæ , ubi deſinit motus ad ſpatia percurſa relatus , ſed ſolum aliquid in regno imaginationis*. Et infra loquens de celeritate mathematica, quæ reſpondet motui mathematico , dicit illam (2) *eſſe ens abſtractum imaginarium , ens nimirum , quod entis ſpeciem præſefert , ad modum entis concipitur , ſed ens revera non eſt*.

8. Repudianda omnino eſt hæc diviſio , tum quia vis motrix, quæ ſit aliquid realiter conſtituens eſſentiam meri corporis, eſt quid chimæricum , utpote contradicens inertiæ, attributo eſſentiali corporis , adeoque etiam chimæricus eſt hujuſmodi actus , qui dicitur eſſe motus phyſicus : tum quia motum mathematicum , ſcilicet mutationem loci continuam eſſe ens imaginarium , ſi intelligat nihil in re eſſe , & totam dependere a mente cogitante , nec quicquam eſſe extra illam , falſum dicit , ſiquidem evidens eſt multa nullo creato intellectu cogitante mutare locum ſucceſſive . Sin autem intelligat, non eſſe aliquam ſubſtantiam , ſive aliquid , quod habeat propriam entitatem , verum dicit , ſed minus opportune loquitur . Nam ſatis eſt hujuſmodi mutationem eſſe modum realem , ut dici non debeat ens imaginarium ; modi enim tam corporei ut figura , quam ſpirituales , ut cognitiones , participant ex communi uſu philoſophorum appellationem entis realis.

ARTICULUS III.

De motu & quiete abſolutis & relativis.

9. MOtus abſolutus ſignificat mutationem continuam unius partis ſpatii imaginarii , quod immobile & infinitum concipitur , in alias , quam mobile realiter facit. Similis eſt definitio Muſſchenbroekii , (3) *Motus abſolutus vocabitur ſibi ſuccedens exiſtentia corporis in partibus ſpatii imaginariis & adjacentibus* . Brevius dicitur , motum abſolutum eſſe mutationem loci abſoluti . Ita terra quieſcente , quotquot extra illam non conſpiciuntur in eodem conſtanter loco , habent motum abſolutum , & ex duobus corporibus , quæ ſupra illam non perſeverant in iiſdem inter ſe diſtantiis , alterum eorum neceſſario movetur abſolute.

Motus relativus ſignificat mutationem continuam unius partis ſpatii in alias , quam mobile videtur facere , ſive mutationem con-

(1) Id. ibid. num. 39.
(2) Id. ibid. in notis pag. 38.
(3) Muſſ. Introd. ad Phil. §. 189.

Digitized by Google

continuam loci relativi. In hanc definitionem coincidit illa Leonardi Euleri, (1) *Motus relativus eſt ſitus mutatio reſpectu cujuſdam ſpatii pro lubito aſſumpti*.

10. Ad motum relativum pertinet motus apparens. Qui hunc volunt diſtinguere a relativo, ut Caille (2), ipſum definiunt eſſe mutationem continuam loci, attributam objecto ab obſervatore, dum obſervator ipſe eſt, qui eam patitur, non vero objectum. Hujus exemplum eſt in motu, qui a navigante tribuatur litori; quia ipſe ſedet in navi, cum revera ipſe ſit, qui movetur cum navi, & contra litus quieſcat. Aliud exemplum dant Copernicani in nobis, qui quotidianum motum ab oriente in occaſum tribuimus ſoli, dum nos ipſi ſumus, qui cum tellure, cui inſiſtimus, ab occaſu in ortum convertimur. Motum autem relativum definiunt mutationem continuam loci, attributam ſoli objecto ab obſervatore, dum non objectum tantum, ſed ipſe etiam movetur. Meminit etiam Eulerus (3) de hac acceptione hujus nominis motus relativus. Hujus exemplum eſt juxta Copernicanos motus vulgo ab hominibus attributus ſolis Planetis, dum ipſimet interea una cum terra continuo moventur.

Celeritas etiam diſtinguitur in abſolutam & relativam. Nam celeritas ita pertinet ad motum, ut realiter ab ipſo non diſtinguatur: ſed motus diſtinguitur in abſolutum & relativum: ergo etiam celeritas. Harum autem definitiones facile erit enunciare, ſiquando uſui eſſe poſſint.

11. Ad motum abſolutum requiritur exercitium vis motricis ipſius mobilis. Hæc mobili vel intrinſeca eſt, cujuſmodi eſt in corporibus animatis, vel extrinſecus inſita, qualis habetur in motu meri corporis. Cum hoc autem exercitio vis motricis componi poteſt, ipſi mobili nullum ineſſe motum neque abſolutum neque relativum. Quoties enim quantum mobile movetur in unam directionem, tantumdem illud, in quo ipſum mobile continetur, moveatur in oppoſitum, toties cum exercitio vis motricis nullus in ipſo datur motus abſolutus, & quoties plura mobilia ita moveantur, ut ſemper ſervent eumdem ſitum inter ſe, eamdemque diſtantiam, movente ſe interea in contrarium illo, quod hæc mobilia contineat, toties datur in ſingulis exercitium vis motricis ſine ullo motu nec abſoluto nec relativo. Quare ex omni quidem motu abſoluto infertur exercitium vis motricis: non tamen viceverſa ex exercitio vis motricis infertur motus aut abſolutus aut relativus.

12. Quies abſoluta eſt negatio motus abſoluti (§. 9.): quies vero relativa eſt negatio motus relativi. Ex definitionibus motuum oppo-

(1) Eul. Mech. tom. 1. num. 9. pag. 3.
(2) Cai. Aſtronom. n. 342, pag. 133.
(3) Id. ibid. num. 97. dag. 36.

Digitized by Google

oppoſitorum claræ ſunt hæ definitiones. Qui cum Muſſchenbroekio (1), & Fortunato a Brixia (2) quietem abſolutam dicunt eſſe permanentiam entis in eodem loco abſoluto, relativam vero in eadem diſtantia a circumſtantibus rebus, quibuſcum comparatur, definitiones promunt, quæ ſunt conſequentiæ neceſſariæ quietis definitæ per negationem motus. Jo. M. de Turre alias definitiones quietis abſolutæ & relativæ tribuit, quæ ſunt alienæ a communibus ideis, adeoque malæ, (3) *Quies*, inquit, *abſoluta eſt permanſio corporis in eodem loco abſque ullo conatu ejuſdem verſus aliquem locum. Quies relativa eſt permanſio corporis in eodem loco cum conatu tamen verſus aliquam partem.* Hoc pacto cum omnia corpora ſint gravia, nullum admittit ipſe, quod habeat quietem abſolutam.

13. Ex quiete abſoluta in aliquo mobili non infertur otiari ejuſdem vim motricem, ſiquidem ea quies poteſt provenire ex æquali translatione mobilis in partem oppoſitam illi, juxta quam agit vis motrix. Cum quiete pariter relativa mobilis componi poteſt exercitium vis motricis, quæ ipſi inſit, quia ea quies naſci poteſt ex æquali exercitio vis motricis in mobilibus, quibuſcum comparatur.

ARTICULUS IV.

De motu ſimplici & compoſito.

14. MOtus ſimplex dicitur ille, qui efficitur in mobili ab una cauſſa per unam directionem, adeoque per lineam rectam. S. Thomas ſequutus Ariſtotelem vocavit motum ſimplicem illum, in quo nequit diſtingui principium medium & finis, cujuſmodi eſt motus circularis, (4) *Motus*, inquit, *circularis eſt magis ſimplex & unus, cum non diſtinguatur in principium medium & finem.* At relicta jam eſt hujuſmodi explicatio, & illa jam propoſita communis eſt apud Auctores, quæ ſimplicitatem motus deſumit ab unitate cauſſæ illum producentis.

15. Motus compoſitus dicitur ille, qui efficitur in mobili a pluribus cauſſis. Si directiones ab his impreſſæ conſpirent in eamdem lineam, motus augetur: ſi vero opponantur, minuitur, ita ut fieri poſſit, ut illis mutuo eliſis nullus habeatur motus: ſi tandem conſtituant inter ſe angulum aliquem, motus per neutram fiet, ſed per aliam, quæ inter utramque verſabitur. Graveſandes contenderat (5) directiones virium, quæ ſint ad angulum rectum inter ſe, nec

(1) Muſſ. Introd. §. 192. & 194.
(2) Brix. Phyſ. part. 1. Diſs. 2. art. 3. §. 129. edit. 2. pag. 77.
(3) Tur. Phyſ. gener. n. 272. pag. 191.
(4) S. Th. contr. Gent. lib. 3. cap. 82. num. 6.
(5) Grav. Elem. Phyſ. part 2. lib 2. cap. 7. §. 1151.

nec conſpirantes nec oppoſitas eſſe, ceteras autem eſſe vel conſpirantes vel oppoſitas magis aut minus, prout magis aut minus recederent ab angulo recto. Quo dicendi modo ſatis patet ab ipſo dici vires conſpirantes, quæ eamdem partem verſus ut Borealem vel Auſtralem corpus impellant, etſi unaquæque impellat per lineam ſibi propriam, adeoque non conſpirantem in eamdem rectam. Jo. tamen de Turre (1) operoſe contendit non eſſe verum, quod Graveſandes dicit, & ſtatuit directiones virium ad angulum rectum eſſe *in media conſpiratione & oppoſitione*. Lis eſt de nomine, adeoque parvi momenti. Per me ſtatim ut vires ſunt ad angulum quemcunque, jam non conſpirant in eamdem directionem, poſſunt tamen conſpirare in eamdem partem, quæ ſemicirculo vel quadrante comprehenditur, aut non conſpirare, quod eſt credo id, quod Graveſande ibi vocat opponi.

ARTICULUS V.

De motu uniformi & variabili.

16. Motus uniformis, qui & æquabilis dicitur, ſignificat mutationem continuam loci intra æqualia tempora æqualem: Motus vero variabilis ſignificat mutationem continuam loci intra æqualia tempora inæqualem.

Ex motu uniformi infertur celeritas uniformis, & ex variabili variabilis. Atque prima definiri poteſt affectio mobilis, qua æqualibus temporibus æqualia ſpatia percurrit: ſecunda vero affectio mobilis, qua æqualibus temporibus æqualia ſpatia non percurrit. Cum celeritas æſtimetur, ſive menſuretur per quantitatem ſpatii determinato tempore motu uniformi percurſam, celeritatis variabilis certa menſura non habetur, niſi quærendo pro quovis ſpatii percurſi loco, quantum ſpatii dato tempore motu uniformi percurri cum illa poſſet, quam ibi habet, & quidem ſi uniformiter variatur.

17. Diſtinctio motus in æquabilem & variabilem habet locum in motu tam ſimplici quam compoſito. Quando mobile habet conſtantem celeritatem, hoc eſt æqualia ſpatia æqualibus temporibus percurrit, habetur ſemper motus æquabilis, ſecus habetur variabilis. Hujus exemplum habetur in motu corporum ſibi in medio aere relictorum, quæ ſtatim corrunt deorſum motu accelerato propter continuam actionem gravitatis, quam patiuntur. Æquabilis eſſet motus, quem corpus ſemel impulſum teneret in vacuo in hypotheſi, quod nulla eodem tempore gravitate afficeretur.

18. Motus compoſitus æquabilis, qui poteſt eſſe tam rectilineus quam

(1) Tur. Phyſ. gen. num. 391. pag. 253.

quam curvilineus, tunc habetur, quando actiones ſingularum cauſſarum conſtantes in ſuis directionibus ſervant inter ſe intra aſſumptum in ſingulis æquale tempus eamdem rationem, quibus proinde reſpondent effectus, ſpatia ſcilicet, quæ rationem eamdem retinent iiſdem temporibus. Exemplum hujus motus veteres Philoſophi ſtatuerunt motum primi mobilis, quod crediderunt eſſe cælum quoddam ſupra illud Fixarum extenſum: (1) *Solus motus cæli*, ſic S.Thomas, *invenitur ſemper regularis & uniformis*. Sed obſolevit jam hujuſmodi de primo mobili opinio, poſtquam melior Phyſica talem eſſe motum in corporibus cæleſtibus concluſit, qui non ſolum non indiget hujuſmodi primo mobili, ſed ab eo etiam abhorret. Vulgus etiam æquabilem credit motum planetarum in ſuis orbitis circa ſolem, ſed ex Aſtronomia certum eſt illos uno tempore celerius moveri, quam alio, & etiamſi hujus viciſſitudinis expers eſſet realis ipſorum motus, apparens tamen alteram non effugeret, quæ ſequitur ex eo, quod ille a nobis non a centro ſolis, ſed a ſuperficie terræ obſervetur. Hinc invaluit diſtinctio motus planetarum in verum apparentem & medium. Atque verus dicitur ille, quo realiter moventur, quem ex dictis conſtat eſſe modo magis, modo minus velocem: apparens autem, qui nobis in ſuperficie terræ conſtitutis apparet, qui varius eſt pro diverſa telluris ad planetas poſitione: medius tandem ille, quo in ſua orbita æqualiter moveri ſupponuntur. Bene autem medius dicitur, (2) *quia*, inquit De Chales, *inter incitatum & tardum medius eſt*. Atque hic pro dato tempore invenitur, ſi cognito tempore unius revolutionis integræ, fiat ut hujus tempus ad gradus 360, ita datum tempus ad gradus ipſi convenientes.

19. Aſtronomi recentiores communi prorſus conſenſu æquabilem cenſent eſſe motum revolutionis circa ſuum axim, qui obſervatur in planetis, cujus ſpecies eſt motus diurnus terræ in hypotheſi terræ motæ. Phyſici tandem motum ſoni æquabilem paſſim dicunt, ſaltem in hypotheſi quod nulli ſpirent venti, quod (3) *primi obſervarunt Florentini* philoſophi, inquit Muſſchenbroekius. Quæ autem ſit ejus velocitas definiri nequit; quandoquidem qui in id omni ſtudio incubuerunt, non conſentiunt in eumdem numerum pedum Pariſienſium, per quos ſonus intra unum minutum ſecundum propagetur. Hos enim invenerunt Academici Florentini 1185: Caſſinus ſenior cum Hugenio Picardo Romero ſimul inquirentibus 1172: Flamſteedius & Hallejus 1072: Caſſinus junior uno tempore 1038: alio vero 1041: Condaminius prope Cajennam 1098: prope Quitum 1050. Quare jure concludi poteſt cum eodem Muſſchenbroe-

(1) S. Th. contra Gent. lib. 3. cap. 82. num. 6.

(2) Chal. Aſtron. lib. 2. prop. 19.

(3) Muſs. Introd. ad philoſ. num. 2247.

kio (1) *ſonum non ſemper in eadem regione, nec in diverſis eſſe æque velocem*.

20. Concludi præterea poteſt, in tota rerum aſpectabilium collectione nullam nobis occurrere, cujus motu æquabili uti poſſimus, quo ceteroquin indigemus ad menſuram durationis rerum, ut dicitur ubi agitur de tempore. Propterea ars conatur per varias machinas hunc ſibi comparare. Atque hinc nata ſunt horologia tam diverſi generis. Eadem tamen ars aſſequi nequit, ut corpus aliquod motu æquabili moveatur tempore ſatis longo propter rerum materialium conditionem, quæ in medio pariter materiali verſantes invicem atteruntur, & non ſolum ad motum uniformem inepta paulatim redduntur, ſed ad quietem tandem reducuntur.

21. Motus compoſitus variabilis tunc habetur, quando actiones ſingularum cauſſarum, quibus conjunctim corpus urgetur, non ſervant eamdem rationem inter ſe intra aſſumptum tempus in ſingulis æquale, quibus proinde reſpondent ſpatia intra idem tempus decurſa, quæ eamdem ſemper inter ſe rationem non retinent. Hic pariter poteſt eſſe tam rectilineus, quam curvilineus. Rectilinei exemplum eſt motus retardatus corporis ſurſum projecti per lineam horizonti perpendicularem; manus enim projiciens eſt altera ex cauſſis ſemel agens: gravitas vero in terram eſt altera nunquam actionem ſuam intermittens. Curvilinei exemplum habetur in planetis circa ſolem ſe revolventibus per orbitam ellipticam, quæ tamen in quibuſdam planetis tam proxime accedit ad circulum, ut aſtronomicæ obſervationes fere cohæreant cum hac circuli hypotheſi. Ex quo infertur vim a Deo creatore iiſdem impreſſam, per quam tenderent perpetuo in rectas lineas propter inertiam eſſentialem omnibus inanimis corporibus retundi ab alia vi, quæ eadem corpora urget in Solem in ratione duplicata proximitatis illorum ad Solem. Aliud exemplum quotidianum ſunt vortices tum aquarum, qui gurgites, tum aeris, qui turbines dicuntur. Si enim partes fluidi aquei vel aerei diverſis directionibus & velocitatibus in ſe irruant, neceſſe eſt ut emergat tertia quædam directio ex ſingulis compoſita, quæ gurges aut vortex eſſe poteſt. Maximus habetur gurges, qui eſt in mari Norvegiæ ad Leucas 20. extenſus: celebris etiam eſt, qui in Freto Siculo dicitur Carybdis, & alii celebrantur in mari Sinenſium Japoniæ & Antillarum.

(1) Id. ibid. num. 2236.

Digitized by Google

Articulus VI.

De motu uniformiter accelerato & retardato.

22. Motus uniformiter acceleratus dicitur ille, cujus celeritas æqualiter augetur æqualibus temporibus. Similis eſt definitio Galilæi, cui ſcientiam de hujuſmodi motu debemus ab eo inventam, & Mathematice expoſitam in dialogo tertio libri *de Duabus novis ſcientiis*, qui anno primum 1638. opera Comitis de Noailles, cui Galilæus apographum tradiderat, prodiit omnium laude & admiratione exceptus, præter quam Carteſii, qui ſcribens ad Merſennum ſuas in ipſum levidenſes obſervationes ſic concludit (1), *Sane in ejus libris nihil video, quod ipſi invideam, aut fere nihil, quod pro meo vellem agnoſcere.*

23. Hujus motus exemplum haberemus in navi, quæ velis paſſis committitur ventis tranſvehenda uniformiter ſpirantibus, niſi obſtaret aquæ reſiſtentia, quæ ſequitur rationem quadrati celeritatis, qua navis movetur; primo enim procedit cum mediocri velocitate, quæ ſenſim deinceps augetur propter novos impulſus, qui eidem ſuperadduntur æquales pro ſingulis æqualibus ſucceſſivis temporibus. Quamobrem nautæ qui nolunt nimis præproperam navigationem, quæ moleſta & periculoſa eſt, non explicant vela omnia, niſi vento parum valido ſpirante. Opportunius exemplum exhibent corpora magnæ denſitatis, ut globus plumbeus, qui libere deſcendens per ſolam vim gravitatis non patitur ab interpoſito medio aereo talem reſiſtentiam, quæ motus uniformem accelerationem ſatis ad ſenſum accuratam in quavis a terra diſtantia, quam eligere ad experimenta nobis permiſſum eſt, impediat. Etſi enim in ſe realiter gravitas eadem non ſit in quavis a centro terræ diſtantia: ſed ſequatur rationem inverſam quadrati hujus diſtantiæ, nihilo minus ſub eadem terræ latitudine jure poſt Galilæum aſſumitur tamqum conſtans & invariata, quia opus eſſet cum Condaminio & Bouguerio altiſſimos Peruviæ montes aſcendere, ut differentia aliqua ſenſibilis, de qua meminit Muſſchenbroekius (2), appareret inter effectus, quos ibi præſtat gravitas ab iis, qui prope mare obſervantur; diverſa enim a ſuperficie terræ diſtantia, quæ eligi plerunque poteſt ad hujuſmodi obſervationes, eſt pars tenuiſſima relate ad ſemidiametrum terreſtrem, quæ proinde influere non poteſt in effectus ſenſibiles diverſæ vis gravitatis: Nec Newtono, qui prædictam gravitatis legem deprehendit, unquam fortaſſe veniſſet in mentem de ea cogitare, niſi ad ipſam Lunæ a terra diſtantiam mente conſcendens advertiſſet

(1) Car. Epiſt. part. 2. epiſt. 91.

(2) Muſs. Introd. ad Philoſ. §. 336.

Digitized by Google

eam ita circa terram moveri, ut ſi prope ipſam deduceretur, æquali prorſus paſſu cum corporibus terreſtribus eidem accederet.

24. Facilius uniformis acceleratio obſervari poteſt in deſcenſu globi ſupra planum probe lævigatum. Nam planum inclinatum relinquens ipſi vi gravitatis conſtantem aliquam partem ponderis, quam ipſum non ſuſtentat, gravitas eam urget deorſum eodem modo ac alia quævis pondera nulla ex parte ſuſtentata. Quare cum ſermo eſt de actione gravitatis, quæ per noſtra experimenta deprehendi poteſt, dici ſolet illius primam & præcipuam legem eſſe, quod velocitas ab ipſa producta ſit ſemper tempori proportionalis, quippe eſt neceſſaria conſequentia talis actionis, ut Guido Grandi (1) demonſtrat.

25. Motus uniformiter retardatus dicitur ille, cujus celeritas æquales diminutiones patitur æqualibus temporibus. Hujus exemplum habetur in projectis ſurſum verticaliter, vel in iis, quæ ex infimo loco plani inclinati impellantur ad ſummam ejuſdem altitudinem. In utriſque enim celeritas, quæ maxima eſt ſub initium, retardatione uniformi a vi gravitatis oriunda tandem nulla evadit, & per eamdem vim gravitatis commutatur eorumdem tandem motus ex retardato uniformiter in acceleratum uniformiter.

26. Habendæ ſunt præ oculis traditæ notiones motus uniformiter accelerati & retardati, quæ poſtulant ut ipſorum celeritates ſint in ratione temporum. Juvabit autem diligenter inquirere quonam modo in hujuſmodi motu ſe habeant inter ſe ſpatium celeritas tempus & vis acceleratrix, quia hic motus habet locum in natura, & is eſt, quo quævis corpora ſibi relicta deorſum moventur, ſive ſint ſolida, ſive fluida. Quod enim ad conſiderationem motus fluidorum conſtituta ſit peculiaris diſciplina, hoc non ideo factum eſt, quia fluida non ſequantur leges motus accelerati, & alias, quæ communes ſunt cuique corpori, ſed propter frequentiorem illorum uſum, & alias particulares circumſtantias, quæ fluiditatem conſtituunt. Fingi quidem poſſunt per cogitationes noſtras alii motus accelerati vel retardati, in quibus celeritas ſit in alia quavis ratione multiplicata vel ſubmultiplicata temporis: At hi non ſunt dicendi abſolute uniformiter accelerati, quandoquidem hoc nomen determinatum ſit ad prædictam accelerationis legem. Quonam autem modo in hujuſmodi accelerationis legibus diverſis ab ea, quam ſequitur gravitas nobis nota in deſcenſu corporum, ſe habeant inter ſe ſpatium, tempus & alia, inquiri poteſt cum Grandio (2), Wolfio (3), Eulero (4), aliiſque præſtantiſſimis viris non ſolum ad exercitium ingenii, & calculi præſertim infiniteſimalis, ſed ad ſolutionem etiam di-

(1) Gra. Inſtit. Meccan. prop. 24. n. 61.
(2) Gran. note all' Opera del Galileo.
(3) Wol. Elem. Mech. §. 101. & ſeq.
(4) Eul. Mechan.

Digitized by Google

diverſorum problematum, quæ in Phyſica & Aſtronomia occurrunt; nam ex nuper (§. 23.) dictis hypotheſis gravitatis conſtantis aſſumi tantum poteſt pro æſtimandis ſine errore ſenſibili motibus gravium apud nos: illa vero gravitatis, quæ reciproce proportionalis ſit quadratis diſtantiarum a centro gravium, etſi ſatis congruat cum obſervationibus, quæ circa Planetarum motus inſtituuntur: attamen hinc non concluditur accurate vera: tum quia non deprehenditur congruere accuratiſſime: tum quia ſi talis eſt relate ad ſingula materiæ elementa, eadem judice Eulero (1) non erit relate ad corpora, quæ ex iis coaleſcunt, niſi certæ adſint conditiones, quæ raro admodum occurrent: tandem quia etiamſi ea habeat locum in duobus ex majoribus corporibus, quæ mutuo hujuſmodi gravitatis quaſi vinculo uniantur, in plurium tamen ſimili complexu, ex quo hæc rerum univerſitas conſtat, in aliam neceſſe eſt commutetur.

PARS II.

(1) Id. in Acad. Berolin. tom. 3.

Digitized by Google

PARS II.

De motu locali in genere.

PROPOSITIO PRIMA.

Motus localis in genere bene definitur mutatio loci continua.

27. Hanc definitionem habent Graveſandes (1), Wolfius (2), Auctores, qui commentariis illuſtrarunt Newtoni principia (3), & alii. Ejus bonitas probatur I. Mutatio loci continua requiritur & ſufficit ad intelligendum motum localem. Atque quod requiratur mutatio loci ſuadetur, quia quod omnino non mutat locum dicitur quieſcere, non dicitur moveri, & quando locum mutet ſolum, quatenus prius eſſet in uno tantum, & deinde non ſolum in illo, ſed etiam in alio, vel aliis, ſicuti per Divinam potentiam poteſt contingere, dicitur illud replicari, non dicitur moveri. Quod præterea requiratur, ut hæc loci mutatio ſit continua, ſuadetur quia ſiquid eſſet in uno loco, & deinde in alio etiam proximo & continuo, ſed per præviam ſui annihilationem in primo, & novam creationem in ſecundo, non diceretur motum fuiſſe ab uno loco in alium, ſed deſtructum in uno, & reproductum in alio: ergo ad intelligendum motum, talis requiritur mutatio loci, ut ſit etiam continua. Quoniam autem data mutatione loci cum hac differentia, quod ea ſit continua, nulla alia mutatio intelligitur, niſi ea, quæ dicitur motus localis, concluditur in illa haberi quicquid ſufficit ad bonam motus localis definitionem.

28. II. Probatur ab excluſione aliarum definitionum, quæ circumferuntur. Prima ſit. Motus eſt actus entis in potentia, prout eſt in potentia. Hanc Ariſtotelici tuentur, quia tradita eſt ab Ariſtotele (4), tamquam declarantem non ſolum naturam motus localis, ſed omnes motus juxta ſex ſpecies ſupra in Præfatione expoſitas. Atque prout limitatur ad motum localem, ſignificat id, quod actu movetur, adhuc remanere in potentia ad terminum motus: Prout vero univerſaliter ſumitur, eum habere poteſt ſenſum, quem S. Au-

(1) Grav. Phyſ. Elem. lib. 1. c. 6. n. 111.
(2) Wol. Elem. Meah. §. 2. pag. 3:
(3) Comm. tom. 1. num. 4. pag. 3.
(4) Ariſt. Phyſ. lib. 3. cap. 2. tex. 6. juxta Maurum pag. 66.

S. Auguſtinus ſic expreſſit (1) *Motus omnis ad aliud eſt, cujus indiget, quod movetur*. Ea communiter jam exploſa eſt, primo quidem quia quam maxime obſcura; (2) *Cum quis illam dicit*, ſcribebat jam Cartesius, *intelligitur motum eſſe actum entis, qaod non eſt in actu, quatenus non eſt in actu: quod aut apparentem contradictionem, aut ſaltem multum obſcuritatis includit*. Deinde vero quia inutilis ad explicandas proprietates motus, quemadmodum animadvertit Auctor artis cogitandi (3), ita ut admirationem excitet Duhamelius, qui uno in loco cum queſtus fuerit, quod ea (4) *rem planam & omnibus notam tot verbis involvat*, in alio contendit (5) *perſpicuam eſſe, & ita aptam, ut vix ulla commodior afferri poſſit*. Quod ne primi quidem ex Ariſtoteleis auſi ſunt dicere, qui rurſus fatentur *tam multas tenebras*, ſic loquitur Fonſeca (6) *motui afferre, ut ea propoſita rem ante ſatis notam ignorare videamur*, & ſolum conantur illius obſcuritatem conquiſitis rationibus excuſare.

29. Secunda. Motus eſt via ad terminum. (7) *Motus*, inquit, Suarez, *formaliter ac præciſe ſolum dicit viam ad terminum*.

Rejicitur, quia prout ſonat non convenit motui, qui eſt ens ſucceſſivum, ſed alicui enti permanenti, cujuſmodi ſunt omnes viæ vulgo dictæ, ſupra quas fit motus. Quod ſiquis dicat nomine viæ non intelligi viam materialem, ſed actum eundi, imprimis hæc ipſa explicatio jam oſtendit prædictam definitionem deficere a claritate. Deinde actus eundi ingerit ſpeciem actionis proprie talis, quæ non cadit in res inanimes, quibus tamen convenit motus. Quare opus erit hunc actum tandem explicare per mutationem continuam loci.

30. Tertia. Motus eſt translatio de uno in alium locum. Hanc habent Whiſton (8), Fortunatus a Brixia (9), & Eulerus (10), qui eamdem magis adhuc reſtringit ad ſola corpora naturalia, dum dicit, *motus eſt translatio corporis ex loco, quem occupabat, in alium*. In eamdem credo incidit Genuenſis dicens (11) *motum eſſe actionem, qua ens de loco extrinſeco in locum extrinſecum transfertur*. Actio enim qua quid transfertur, & translatio videntur idem eſſe. Rejicitur I. quia ne corpori quidem ipſi ſatis convenit; nam translatio cum ſonet relationem ad transferentem, videtur inſinuare corpus ipſum, quod

(1) S. Aug. de Immort. anim. cap. 8.
(2) Cart. Epiſt. par 2. epiſt. 24.
(3) Art de pen. par. 2. cha. 2.
(4) Duh. de Ment. human. lib. 1. c. 10. num. 1,
(5) Idem Phil. Burgun. Metaph. tract. 1. Diſs. 3. qu, 4. concl. 1. pag 122.
(6) Fonſ. in metaph. Ariſt. lib. 5. c. 13. qu. 9. ſec. 3. pag. 260.
(7) Sua. Metaph. diſt. 59. ſec. 9. n. 2. pag. 605.
(8) Whi. Præl. phyſico-math. 3. def. 8. pag. 28.
(9) Bri. Phyſ. gen. ſec. 5. prop. 1. p. 46. edit. 1.
(10) Eul. Mech. tom. 1. cap. 1. n. 1. p. 1.
(11) Gen. Elem. metaph. par. 2. cap. 1. prop. 4. pag. 55.

quod ſemel motum fuerit, non continuare per ſe ipſum motum ſuum, ſed ab externa cauſa continuo transferri, quod eſt falſum; nam cum corpus ſit iners, etiam ceſſante omni cauſa, quæ illi primo motum dedit, conſervabit motum ſemel habitum, ut alibi (1) expoſui. II. Quia ea non convenit motui entis ſpiritualis, quod ſeipſum ad motum determinet, ut poteſt. Quare in illo non eſt tranſlatio, quæ ſonat mutationem loci mere paſſivam, ſed potius motus in ipſo dici poteſt tranſitus. Ens autem ſpirituale non occupat locum, quod facit contra Euleri definitionem.

31. Quarta. Motus eſt tranſitus corporis de loco in locum. Hanc tradit Borellius apud Param (2), & Jo. M. de Turre (3) addens eſſe communem, quod ex his quæ dicimus conſtat eſſe falſum. Præterea rejicitur, quia limitat motum ad corpora, male credens, ut infra conſtabit, ſpiritibus non convenire motum. Remota autem hac limitatione, ſufficiens habetur definitio, quia uno tantum quaſi gradu ab ea diſtat, quam elegimus, eademque placuit S. Auguſtino, qui ut definiret quid ſit moveri, reſpondit (4) *De iſto loco in alium tranſeamus; nam nihil eſt aliud, niſi fallor moveri*: & infra, *nihil eſt aliud motus, quam de loco in locum tranſitus*.

32. Quinta. Motus eſt ttanslatio corporis e vicinia eorum corporum, quæ illud immediate contingunt, & tamquam quieſcentia ſpectantur, in viciniam aliorum. Hæc placuit Carteſio (5), & aliis poſt ipſum. At rejiciendam eſſe ſuadent primo, quæ diximus contra tertiam. Deinde cum Benedicto Aletino (6), Jo. Baptiſta de Benedictis (7), qui idem cum Aletino eſt, & Whiſtono (8) ſic arguitur. Juxta hanc definitionem dicenda ſunt quieſcere, quæ certo moventur, & moveri quæ certo quieſcunt. Aſſumptio oſtenditur. Nauclerus ſedens ad gubernaculum ſpectat quieſcentia, quæ ſunt in ſui vicinia: & idem dici poteſt relate ad omnia corpora, quæ in aliis ſint incluſa, ut de mercibus in navi, de nummis in crumena, de cerebro in capite: ergo nauclerus & alia, etiamſi totum terrarum orbem circumeant, nihilominus non moventur. Similiter data per hypotheſim circumvolutione terræ ſupra ſuum axim, homo in cubiculo ſedens ſpectat quieſcentem viciniam corporum, quæ illud immediate contingunt, & proſpiciens per feneſtram campos montes ædificia, hæc quoque tamquam quieſcentia contemplatur: ergo etiamſi plura milliaria ſingulis horis hæc percurrant, attamen dicenda erunt non moveri. Jo. M. de Turre non approbat hujuſmodi argumenta; (9) *Nam*, inquit, *proprie loquendo non nummus movetur, & hic*

(1) De cauſ. efficien. §. 459.
(2) Par. Elem. de metaph n. 57. p. 30.
(3) Tur. Phyſ. gen. num. 246 pag. 175.
(4) S. Aug. de Ord. lib. 2. n. 18. col. 337.
(5) Car. Princ. par. 2. num. 27. pag. 27.
(6) Alet. Lett. apolog. 3. pag. 157.
(7) Ben. Diſeſ dell' Aletin. par. 2. §. 3. num. 4. pag. 421.
(8) Whi. Præl. Phyſico-math. 4. pag. 30.
(9) Tur. Phyſ. gen. num. 243. pag. 173.

Digitized by Google

& hic fertur ſolummodo motu communi motus, qui proprie motus non eſt. *Hinc juxta Carteſii hypotheſim, cùm terra quieſcens in centro ſui vorticis circa Solem annuo curſu a vorticis materia defertur, proprie moveri dicenda non eſt*. At repugnat in terminis hæc impugnatio, quæ negat eſſe motum proprie talem, quem dicit eſſe motum cum mutatione loci, ſive cum tranſitu de loco in locum, quo ipſe modo definivit ex dictis motum. Præterea repugnat ipſi Carteſio, qui rotunde affirmat (1) *non poſſe transferri corpus* AB *ex vicinia corporis* CD, *quin ſimul intelligatur, corpus* CD *transferri ex vicinia corporis* AB, & propterea inferius (2) concludit etiam in hypotheſi Brahena terram moveri, quin immo (3) magis moveri in ea hypotheſi, quam in Copèrnicana. Quod alibi ſuaviter nugans ſic inculcat (4) *Certus ſum rationes meas ſerias & ſolidas deprehenſum iri, & quod evidenter probent potius dicendum eſſe quod terra ſe moveat ſecundum ſyſtema Tychonis, quam Copernici*.

33. Sexta. Motus eſt mutatio ſitus. Hanc habet Cordemoiſius, qui poſtquam definivit (5) *quietem eſſe permanentiam corporis in eodem ſitu*, dicit motum quieti oppoſitum, eſſe *continuam mutationem ſitus corporis*. Eamdem ut alicubi traditam a Carteſio refert Walterus a Tſchirnhauſen (6). Addunt Auctor *G* del *A* libelli Gallici *Nova monumenta pro hiſtoria Carteſianiſmi* editi ann. 1695 (7), & deinde Dupontus apud Trevoltianos (8), Carteſium hoc modo definiiſſe motum, poſtquam audivit Romæ proſcriptam fuiſſe opinionem Galilæi de motu Terræ circa Solem. Si enim quis motum dicat ſignificare mutationem relationis inter corpora, jam tribui poterit motus ſoli circa terram, etiamſi ſol revera quieſcat. Rejicitur itaque cum eodem Tſchirnhauſen, & Jo. Clerico (9), quia mutatio ſitus convenit etiam rei immobili, quoties alia circa ipſam moveantur. Sic omnia ædificia mutant ſitum reſpectu hominis deambulantis, quæ tamen quiſque immobilia dicit.

34. Septima. Motus eſt ſucceſſiva corporis creatio in diverſis locis pro diverſis temporibus. Hanc habet Ogerius in Commentario, *De vera cauſa motus, ejuſque cauſis occaſionalibus*, quem per partes referunt *Excerpta totius Italicæ nec non Helveticæ Literaturæ* Bernæ edita ad an. 1758. & ſequentem. At rejicitur, quia veram ſupponit opinionem circa conſervationem, quod ſit continua creatio, quæ etſi dici poſſit falſa, hoc tamen loco dicam dumtaxat eſſe ſatis con-

C tro

(1) Cart. Princ. par. 2. num. 29.
(2) Io. ibid. par. 2. num. 38.
(3) Id. Princ. par. 3. num. 38.
(4) Id. Epiſt. par. 3. epiſt. 94.
(5) Cord Diſt. du Corp. diſc. 1. pag. 2.
(6) Tſch. Medi. ment. part. 2. ſec. 2. pag. 69.
(7) Nouve. memoi. pag. 28.
(8) Mem. de Trev. ann. 1727. art. 55. pag. 1134.
(9) Cler. Logic. par. 1. cap. 2. num. 13. pag. 74.

Digitized by Google

troverſam, nec in definitione rei immiſceri debet controverſia, quæ nihil ad ejus declarationem facit, quin immo obſcuriorem reddit. Hinc Occaſionaliſtæ, quos hic Auctor ſequitur, etſi eodem tandem modo explicent motum, nihilominus prudentius ſe gerunt, cum talem explicationem non adhibent pro definitione motus. Quod ſi ſublato vocabulo creationis, quis definiret motum eſſe ſucceſſivam corporis conſervationem in diverſis locis pro diverſis temporibus, adhuc mala eſt definitio, tum quia minus clara eſt idea ſucceſſionis, quam idea motus: tum quia conſervatio corporis eſt aliquid extraneum ab ejus motu, quatenus præſupponitur ab iis, qui quærunt quid ſit ejus motus: tum quia addere notam de diverſitate temporis ad intelligendum motum eſt quid ſuperfluum, utpote neceſſario conſequens ex eo, quod mentio facta fuerit de uno eodemque corpore in diverſis locis. Quod ſi tandem etiam remoto vocabulo conſervationis, illud exiſtentiæ quis adhiberet, jam in definitionem Sturmii incideret, qui dixit motum eſſe ſucceſſivam rei motæ in diverſis locis exiſtentiam, quæ rejecta fuit a Leibnitio, quia (1) *magis id, quod ex motu reſultat, quam ipſam ut vocant formalem ejus rationem exprimat*.

35. Octava. Motus eſt relatio unius corporis ad diverſas partes ſpatii. Gabriel Daniel (2) poſt longum examen ſupra naturam motus, hoc tandem videtur concludere motum non eſſe aliquid intrinſecum mobili, ſed quemadmodnm deinde ex dictis (§. 7.) cenſuit Gaudio, eſſe modum quemdam ipſi extrinſecum, & puram ut ajunt denominationem extrinſecam dependentem a noſtris cogitationibus. Ejus certe eſt expoſita definitio, cui nuper acceſſit Gamaches in ſua *de Natura motus* diſſertatione, de qua meminerunt etiam Trevoltiani (3). Ea rejcitur I. quia motus eſt aliquid in mobili independenter ab omni intellectu cogitante: ſed relatio non eſt aliquid indepenter ab intellectu cogitante: ergo motus non eſt relatio. II. Relatio ad diverſas partes ſpatii, niſi ſit fictio quædam, habebit ſuum fundamentum in reali mutatione continua loci ipſius corporis: ſed intellecto reali hoc fundamento intelligitur motus: ergo in hoc conſiſtit motus, & non in relatione.

PRO-

(1) Leib. in Act. Lipſ. ann. 1698. Sept. de Natnra num. 13. pag. 436.

(2) Dan. Natur. du mouvem. tom. 1. oper. diverſ. pag. 291.

(3) Mem. de Trev. ann. 1756. art. 10. pag. 246.

PROPOSITIO II.

Celeritas & motus diſtinguuntur inter ſe dumtaxat penes vocabula, ſive ut ajunt diſtinctione rationis ratiocinantis, ſi attendantur eorum datæ definitiones (§. 9. & ſeq.)*: Sin autem his neglectis attendantur ideæ confuſæ, quas ea nomina menti ingerunt, diſtinguuntur per rationem, hoc eſt ſecundum hujuſmodi ideas, ſive ut ajunt diſtinctione rationis ratiocinatæ.*

36. PRopoſitio eſt I. contra Peripateticos, qui incertum dixerunt eſſe, an motus diſtinguatur realiter a celeritate tamquam ſui modo, ita ut unus idemque motus ſit, cui inhæreant modi oppoſiti, celeritas, & tarditas, vel una celeritas diverſa ab alia, ſicuti unus idemque homo ſtare aut currere aut aliter poteſt ſe modificare. Suarez (1) *probabile*, inquit, *eſt, quod motus velox non ſit in re quid compoſitum ex motu & modo motus, ſed ſimplex quidam motus per ſeipſum ſic factus, & conſequenter motus tardus & velox diſtinguantur ſemper ut duo motus diſtincti ſaltem numero, non ut unus & idem habens diverſos modos*. Et infra probabile etiam oppoſitum dixit, (2) *Si quis*, ſic ille, *velit defendere in motu veloci, & idem eſt proportionaliter de tardo, motum & velocitatem eſſe duo ex natura rei diſtincta, quæ inter ſe comparentur tamquam ſubſtantia & modus, eſt etiam probabile*.

37. II. Eſt contra Carteſium, apud quem lego, (3) *Motus & celeritas in uno eodemque corpore unum ſunt & idem: ſed in duobus diverſis corporibus motus differt a celeritate; nam ſi duo hæc corpora uno eodemque tempore idem ſpatium pervadant, dicuntur quidem eamdem celeritatem habere, ſed illud quod plus materiæ continet majori motu indiget, ut pari cum alio celeritatē moveatur*. Quæ verba palam faciunt, Carteſium, cum hæc ſcriberet, pluſquam confuſas ideas habuiſſe de celeritate, & de motu, nec diſtinxiſſe motum a quantitate motus, cum tamen hæc includat quantitatem maſſæ, quam nec celeritas nec motus includunt. Quare dum de celeritate & motu dicitur,

(1) Sua. Metaph. diſp. 50. ſec. 9. n. 6. pag. 605.
(2) Id. ibid. num. 8.
(3) Cart. Epiſt. part. 2. epiſt. 109. ad Merſennum.

citur, quod ſint idem realiter, de quantitate motus dici debet, quod a celeritate & motu realiter inadæquate diſtinguatur.

38. Pro prima parte ſic arguo. Tunc duo diverſi loquendi modi non important niſi diſtinctionem penes vocabula, quando illis reſpondet unum idemque objectum non ſolum reale, ſed etiam per noſtrum cogitandi modum, etſi expreſſius ſignificatum per unam loquutionem, quam per alteram: ſed celeritati & motui, acceptis prout definita ſunt, reſpondet unum idemque objectum non ſolum reale, ſed etiam per noſtrum cogitandi modum, nec aliud diſcrimen inter illas definitiones intercedit niſi in eo, quod definitio celeritatis dicens ſignificare eam mobilis affectionem, per quam actu decurrit determinato tempore determinatum ſpatium, exprimit apertiſſime id quod minus aperte fit per hæc verba mutatio continua loci, quæ eſt definitio motus: ergo celeritas & motus accepta prout definita ſunt diſtinguuntur inter ſe penes dumtaxat vocabula. Minor ſuadetur, quia nemo non adprobabit ut veras duas haſce propoſitiones, quarum una dicat, omnis mutatio loci eſt aliqua celeritas actualis: altera vero, quæ primæ converſa eſt, dicat, omnis celeritas actualis eſt mutatio continua loci, quod non accidit niſi in propoſitionibus, in quibus ſubjectum eſt idem in re cum attributo: nec proinde unum ab altero diſtinguitur niſi penes vocabula. Confirmatur argumentum verbis Trevoltianorum, (1) *Motus & velocitas ſunt quidem in re idem: diſtinguuntur tamen* (a Maclaurino ſcilicet, de quo ibi loquuntur) *quia motus concipitur ſub notione magis confuſa, quam velocitas*. In eodem ſenſu ſolam rem reſpiciente accipere juvat quod Franciſcus Zanottus dicit, (2) *motus aliud non eſt quam velocitas*

39. Pro ſecunda parte ſic arguo. Diſtinctio per rationem habetur motum inter & celeritatem, quæ ſumantur ſecundum illorum ideas confuſas, ſi motus confuſo modo ſumptus repræſentetur tamquam quid diſtinctum a celeritate confuſe ſimiliter ſumpta: ſed ita eſt: ergo. Probatur minor: Nemo non adprobabit has duas propoſitiones tum quod pertinet ad modum loquendi, tum quod pertinet ad earum aſſertionem, quarum una dicat, omnis motus habet aliquam celeritatem: altera vero dicat, nulla celeritas eſt ſine aliquo motu. Sed in his propoſitionibus motus confuſo modo ſumptus ſe habet tamquam ſubjectum celeritatis confuſe ſimiliter ſumptæ, & hæc tamquam illius quædam forma ſeu modus: ſubjectum autem modi diſtinguitur ab ipſo modo: ergo motus confuſo modo ſumptus repræſentatur tamquam quid diſtinctum a celeritate ſimiliter ſumpta.

PRO-

(1) Mem. de Trev. an. 1750 art. 45. in notis pag. 849.

(2) Zan. Forze vive lib. 1. pag. 43.

Digitized by Google

PROPOSITIO III.

Motus includit in ſuo conceptu ideam mobilis, ideam ſpatii, & ipſius partium, quæ inter ſe diſtinctæ, atque ſine interruptione connexæ ſint, ideam ſucceſſivæ exiſtentiæ mobilis in his ſpatii partibus, ideam directionis alicujus in ſpatio, & tandem ideam temporis.

40. PRopoſitio eſt in aliqua ſui parte contra quoſdam philoſophos, quos nec ſequitur nec refellit Suarez (1), qui conſequenter ad diſtinctionem poſitam celeritatem inter & motum admiſerunt talem diſtinctionem ſecundum rationem inter motum & tempus, ut putarent poſſe concipi motum ſine tempore.

Probatur propoſitio. Motus definitur mutatio continua loci; ergo includit ideam mobilis, hoc eſt entis, quod capax ſit mutationis, cujuſmodi non eſt Deus. Præterea ideam ſpatii, quia locus eſt pars quædam ſpatii ex dictis in prævia epiſtola: partium vero ſpatii inter ſe diſtinctarum, quia ſi in eadem parte ſpatii quid eſſet, in eodem loco etiam eſſet, nec proinde mutatio ulla loci haberetur. Ideam etiam partium, quæ in ſpatio continuæ ſint, & ideam ſucceſſivæ exiſtentiæ mobilis in his ſpatii partibus; nam ſiquid nunc eſſet in una parte ſpatii, & deinde in alia remota, quin fuerit in partibus intermediis non diceretur mutare locum continuo & ſucceſſive, ſed exiſtere in uno primum loco, deinde in nihilum redigi, & tandem iterum produci in alio loco. Prætérea ideam directionis alicujus in ipſo ſpatio, quam apte Gaudio definit (2) *determinationem mobilis ad tranſeundum per data potius quam alia loca*. Nam ubi eſt mutatio loci, ibi neceſſario eſt directio aliqua determinata in hanc potius, quam in aliam partem ſpatii; neque enim poteſt id, quod mutat locum eſſe ſimul in omnes partes ſpatii, (3) *Motus*, ſic Whiſtonus, *ſine ejuſdem in plagam aliquam determinatione concipi nequit*. Tandem importat ideam temporis; nam ideæ motus & celeritatis ſunt ideæ ejuſdem objecti non ſolum realis, ſed etiam apprehenſi, etſi clariori modo per unam ideam, quam per aliam (§. 38.): ſed idea celeritatis importat ideam temporis (§. 2.): ergo etiam idea motus importat ideam temporis.

41. I. Ob.

(1) Sua. Metaph. diſp. 50. ſec. 9. n. 3. pag. 605.

(2) Gau. de Lucis propagat. n. 7. p. 5.

(3) Whiſ. Præl. Phyſico-math. 7. p. 41.

Digitized by Google

41. I. Objicitur. Ariſtoteles dicit, (1) *Continue movetur, quod nihil intermittit temporis, licet poſſit aliquid ſpatii intermittere*, & exemplum affert fidicinis, qui poſt primam pulſat ultimam chordam tranſiliens intermedias: ergo motus non includit neceſſario ideam partium ſpatii continuarum.

Reſp. conc. ans, & diſt. conſeqs. Motus non includit ideam partium ſpatii continuarum juxta unam potius directionem, quam aliam, conc. conſeqm: juxta aliquam directionem in genere, nego conſeqm. Igitur intermitti quidem poteſt in motu arbitrario aliquid illius ſpatii, quod erat poſitum in linea recta cum ſpatio jam confecto, & cum eo quod confici debet, quin tamen interea quicquam ſpatii per aliam directionem intermittat. Sic qui pulſat chordam ultimam poſt primam, movet manum ſuam, nihil profecto intermittens ſpatii inter unam & aliam chordam; Nam motus manus deſcribit per ſpatium aereum curvam, quæ deſinit in utramque chordam, & ſimiliter qui per gradus ſcalam aſcendit, non tranſilit ſpatium intermedium inter gradus, ſed illud omnino totum percurrit. Quare fidicen, & aſcendens intermittent quantum velint, vel poterunt ſpatii, quod dicemus ſonantis reſpectu fidium, vel lapidei reſpectu ſcalæ, quin tamen poſſint intermittere quicquam ſpatii generice ſumpti, quale ad ideam motus requiritur, in qua non attenduntur determinationes ullæ ſpatii importune conſideratæ in objecto loco.

42. II. Objicitur. Ad eſſentiam motus pertinet quidem ſucceſſio, non vero continuatio: ergo idea motus non includit ideam partium ſpatii, quæ ſine interruptione connexæ ſint.

Reſp. diſt. ans. Ad eſſentiam motus non pertinet continuatio, donec unus ſit motus, nego ans: in alio ſenſu, omitto ans, & nego conſeqm. Fuerunt quidem aliqui, quos quin quemquam nominet, impugnat Suarez (2), qui illud affirmarunt: ſed ut idem ait, (3) *Succeſſio proprie ſumpta includit aliquam continuationem; nam licet aliqua ſucceſſio dicatur eſſe diſcreta, illa tamen proprie non eſt in una mutatione, ſed in diverſis, ex quibus una non efficitur niſi conſideratione noſtra*.

43. III. Objicit Gaudio, ut diſtinctionem ſuam motus phyſici a mathematico tueatur, (4) *Si motus conceptus non involveret aliud, quam ſpatium, tempus & horum relationem, ad motum elidendum vis fruſtra adhiberetur; hac enim non elidit ſpatium, non tempus, non comparationem ſpatii*.

Reſp.

(1) Ariſt. Phyſ. lib. 5. cap. 4. tex. 25. juxta Maurum oper. tom. 3. pag. 155.

(2) Sua. Metaph. diſp. 40. ſec. 8. n. 7. pag. 370.

(3) Id. ibid. num. 6.

(4) Gau. de Natura extenſ. not. 7. p. 39.

Digitized by Google

Reſp diſt. aſſumptum. Si motus, hoc eſt vis motricis conceptus non involveret niſi illa prædicta, ad eam elidendam fruſtra adhiberetur vis, nego ſuppoſitum; de conceptu enim vis motricis non dicuntur eſſe illa: ſi motus in ſenſu communi acceptus juxta datam (§. 27.) definitionem non involveret niſi illa, ad motum hunc elidendum, ſeu impediendum, fruſtra adhiberetur vis, nego aſſumptum, cum ejus probatione. Vis enim adhibita ad impediendum ſive elidendum totum motum, etſi non elidat ſpatium neque tempus, elidit tamen comparationem. ſpatii ad tempus, quatenus per ejus oppoſitionem nequit amplius quæri, in qua ratione ſint inter ſe ſpatium & tempus, ſicuti id non quæritur de corpore quieſcente.

PROPOSITIO IV.

Celeritas tum ea, quæ eſt in actu primo, tum quæ eſt in actu ſecundo, major vel minor in infinitum eſſe poteſt; non tamen poteſt eſſe infinita.

44. PRima propoſitionis pars non habet Adverſarios: ſecunda enim vero habet, quos fuſe confutat Georgius de Rhodes (1). In his eſt S. Thomas, qui ab infinita virtute motoris repetit poſſibilitatem infinitæ celeritatis: atque quia in Deo certe eſt infinita virtus, conjuncta tamen cum perfectiſſima libertate, ideo etſi poſſibile Deo credat eſſe, aliquid movere infinita celeritate, ſtatuit tamen ipſum non habere ad hoc neceſſitatem: at in hypotheſi, quod daretur corpus aliquod præditum virtute infinita movendi, non ſolum dicit ſore ut illud moveret aliud corpus infinita celeritate, ſed neceſſario moveret, (2) *Corpus*, inquit, *movens aliud corpus eſt agens univocum, unde oportet, quod tota potentia agentis manifeſtetur in motu: & neceſſe eſt, quod ſi fuerit infinita, moveat improportionaliter citius, quod eſt movere in non tempore*. Recentius Auctor artis cogitandi dixit (3) quæſtionem de poſſibilitate infinitæ celeritatis ſaltem relate ad Omnipotentiam Divinam eſſe ſupra captum noſtrum.

45. Pro prima jam parte ſic arguo. Ea celeritas, quæ facit ut mobile poſſit percurrere majus ſpatium certo aliquo tempore, eſt celeritas in actu primo major illa, quæ facit, ut mobile poſſit percurrere minus ſpatium eodem tempore, ut patet: ſed poteſt mobile

(1) Rho. Phil. diſp. 6. qu. 2. ſec. 2. §. 1. pag. 249.

(2) S. Th. 1. p. qu. 24. not. 2. ad 3. Id. de Potentia qu. 1. art. 2. ad 2.

(3) Art de penſ. par. 1. chap. 1. §. C'eſt une ſolution pag. 446.

bile percurrere minus ſpatium in infinitum certo aliquo tempore : ergo celeritas in actu primo, per quam id poteſt, major vel minor eſſe poteſt in infinitum.

46. Quod vero pertinet ad celeritatem in actu ſecundo ſic arguo. Hæc celeritas eſt ea mobilis modificatio, qua ipſum decurrit determinato tempore determinatum ſpatium : ergo ea celeritas in actu ſecundo erit major, per quam mobile vel determinato tempore decurrat ſpatium majus, vel minori tempore decurrat determinatum ſpatium : atqui quodvis mobile determinato tempore poteſt decurrere ſpatium majus in infinitum, vel minori in infinitum tempore decurrere poteſt determinatum ſpatium : ergo celeritas in actu ſecundo major eſſe poteſt vel minor in infinitum. Hinc nata eſt communis illa loquutio de diverſis gradibus celeritatis, ita ut ſi unus gradus vocetur determinatum ſpatium, ut decempeda, certo tempore, ut uno minuto, decurſum, erit duplex, aut triplex gradus, ſpatium duplum aut triplum decurſum eodem minuto. Inter admirabiles velocitates, quæ nulli ſubjacet controverſiæ, eſt illa propagationis ignis in pulvere pyrio. Cum primum enim ſcintilla excuſſa e ſilice unum ipſius granum percuſſit, pluſquam dicto citius per totam maſſam, præſertim ſi aeri expoſita non ſit, ut De Chales & alii apud Trevoltianos (1) obſervarunt, ignis excitatur. Addit Darcius in Comment. Acad. ſcient. ann. 1751. experimentis ſe deprehendiſſe ignem applicatum uni extremo duarum hujus pulveris tæniarum, quarum una alterius dupla erat in latitudine, non vero in longitudine neque in altitudine, velocius perveniſſe ad alterum craſſioris extremum. Ex quo ſequitur falſum eſſe, quod plerique docent tempus accenſionis granorum pulveris pyrii eſſe in ratione directa radicis ipſorum cubicæ, & dicendum potius, eſſe in inverſa hujus radicis ratione.

47. Pro ſecunda parte ſic I. arguo. Celeritas infinita includit & ſimul excludit tempus : ſed hoc involvit contradictionem : ergo celeritas infinita involvit contradictionem : atqui quod involvit contradictionem eſt abſolute impoſſibile : ergo celeritas infinita eſt abſolute impoſſibilis. Minor probatur : celeritas infinita includit tempus, quia celeritas eſt ; omnis enim celeritas importat in ſuo conceptu tempus : excludit autem tempus, quia celeritas infinita eſt ; nam concipere celeritatem augeri eſt idem ac concipere diminui tempus requiſitum ad decurrendum ſpatium aliquod : ergo concipere celeritatem infinite augeri, idem eſt ac concipere diminui infinite tempus illud : ſed tempus infinite diminutum, eſt tempus jam redditum nullum : ergo celeritas infinita excludit tempus. II. Ideo per Adverſarios poſſet cauſa infinitæ virtutis movere aliquid celeri-

tate

(1) Mem. de Trev. an. 1756. art. 33. pag. 792.

tate infinita, quia virtutis infinitæ eſt: atqui ex eo, quod infinitæ virtutis ſit, non ſequitur, quod poſſit movere celeritate infinita, ſed ſolum, quod poſſit movere celeritate in infinitum majori: ergo.

PROPOSITIO V.

Motus inſtantaneus eſt impoſſibilis.

48. I. PRobatur. Motus inſtantaneus importat celeritatem infinitam: ſed hæc eſt impoſſibilis (§. 47.) ergo etiam motus inſtantaneus eſt impoſſibilis.

II. Motus neceſſario includit ideam temporis (§.40.): ſed repugnat tempus eſſe inſtans; nam inſtans eſt principium vel finis temporis, non tempus, quemadmodum punctum eſt extremum extenſionis, non vero extenſio: ergo repugnat motus inſtantaneus.

III. Motus omnium celerrimus eſt impoſſibilis: ergo etiam motus inſtantaneus. Ans probatur cum Leibnitio (1). Supponimus in rota aliqua hunc motum celerrimum. Jam ſic. Si producatur ſaltem per mentem unus hujus rotæ radius, nihil immutato motu rotæ, certum eſt extremum radii producti debere moveri motu celeriori, quam partes intermediæ: ergo motus rotæ ex hypotheſi eſt celerrimus, & reipſa non eſt, quod repugnat.

49. IV. Dum dicitur mobile tranſire ex uno loco in alium per omnia intermedia loca unico inſtanti temporis, ſiquidem hoc ſignificat habere motum inſtantaneum, vel dicitur illud eſſe præſens in toto illo loco ab uno ſui extremo ad aliud, vel negatur. Si negatur: ergo quo tempore illud eſt in una illius loci parte, non eſt in alia: ergo ex hypotheſi in eodem inſtanti eſt, & revera non eſt in omnibus locis mediis inter unum & alterum locum, quod eſt manifeſta contradictio. Sin affirmetur: ergo mobile eſt par toti illi loco, in quo toto dicitur ſimul præſens in inſtanti: & ſimul non eſt illi par, quandoquidem dicitur ex uno extremo illius ad alterum moveri: in quo iterum eſt manifeſta contradictio: ergo motus inſtantaneus eſt impoſſibilis.

V. Probatur authoritate Philoſophorum, qui poſſibilitatem motus inſtantanei aperte negarunt. In his eſt Ariſtoteles (2) cum ſuis aſſeclis, ut docebunt Conimbricenſes (3). Eſt Leonardus Eulerus (4) qui voluit hanc impoſſibilitatem eſſe primam, quam in

D ſua

(1) Leib. Meditationes, in Act. Lipſ. Novemb. an. 1684. pag. 539.

(2) Ariſt. Phyſ. lib. 6. cap. 4. n. 5. & 6. Oper. tom. 3. juxta Maurum.

(3) Con. in Phyſ. Ariſt. lib. 6. cap. 6. quæſt. 1.

(4) Eul. Mech. tom. 1. num. 13.

Digitized by Google

ſua Mechanica demonſtraret propoſitionem. Eſt Jo. M. de Turre (1), qui eaſdem adhibuit rationes, quas propoſui. Eſt Merſennus (2) & Antonius Genuenſis (3), & Muſſchenbroekius (4).

50. I. Objicitur. Lux in inſtanti movetur. Sic ſol ubi primum ſeſe exerit ſupra horizontem, momento temporis totum illuminat hemiſphærium: ergo.

Reſp. nego ant. Quod affirmavit jam olim Marſilius Ficinus dicens, (5) *lumen momento temporis ab Oriente in Occidentem totum ferme implet orbem.* Idem deinde alii affirmarunt. Sed iſtius falſitas extra controverſiam eſſe debet apud illos, qui affirmant lucem eſſe aliquid ejaculatum a corpore lucido, & quod proinde ex uno in alium locum tranſit, quod ex dictis repugnat fieri in inſtanti. Qui etiam Carteſio hanc objectionem tribuebant, ipſe idem ſic redarguit, (6) *Dixi lumen in inſtanti non quidem moveri, ſed a corpore luminoſo ad oculum pervenire.* Quod jure dicit, quia ſtatuit lucem conſiſtere in globulis tenuiſſimis ſine ulla interruptione undique diffuſis: & hujus ſenſationem, quam lumen appellat, eſſe perceptionem preſſionis, quam hi globuli faciant in noſtris oculis. Quare dixit (7) *vim luminis conſiſtere tantummodo in preſſione, ſive in præparatione ad motum.* Totam Carteſii hypotheſim ſic explicat Malebranchius, (8) *ſol eſt centrum vorticis: lumen corporeum, quod undique diſpergit, nihil aliud eſt præter perpetuum niſum globulorum, qui a centro vorticis recedere conantur, & lumen ilud debet communicari unico momento per ſpatia immenſa, quoniam cum omnia ſint plena bis globulis, ne unus quidem eorum poteſt premi, quin cæteri ipſi oppoſiti premantur.* Quamvis Carteſius loco nuper citato addiderit, hæc luminis explicatio *mihi eſt tam certa, ut ſi falſitatis argui poſſet, nil me prorſus ſcire in philoſophia confiteri paratus ſim,* nihilominus dubitandum nullo modo eſt de ejus falſitate, quia hæc contiguitas globulorum lucis, quæ eos reddat quid continuum, ita ut idem ſit movere primum globulum, ac movere ultimum, quemadmodum (9) *actio, qua alterum baculi extremum movetur, nulla interpoſita mora ad alterum tranſit,* quod eſt exemplum ab ipſo adhibitum poſt Simplicium & Philoponum (10), quorum verba citat Orlandus (11), eſt gratuita hypotheſis, & probato aliunde vacuo etiam falſa. Omitto difficultatem, quæ ex ea naſcitur explicandi quonam modo habeantur noctes & tenebræ. Nunquid ceſſat per vices vis

(1) Tur. Phyſ. gen. num. 249. & ſeq.
(2) Merſ. Quæſt. Theolog. & Mathem. quæſt. 15.
(3) Gen. Metaph. par. 1. prop. 102.
(4) Muſs. Introd. ad Philoſ. §. 204.
(5) Fic. in Plat. Convi. orat. 5. cap. 4.
(6) Cart. Epiſt. par. 2. ep. 17.
(7) Id. Princ. par. 3. num. 63.
(8) Mal. de Inquiſ. verit. lib. 6. par. 2. cap 4. §. Hæc ſunt.
(9) Cart, Dioptri. cap. 1. num. 3.
(10) Phil. in lib. 2. de Anima cap. 7.
(11) Orl. in not. ad phyſ. Muſs. §. 851.

Digitized by Google

vis centrifuga in materia illa ſubtili? Eſt & alia difficultas ex diſſolutione unius radii lucis in plures tenuiores ope priſmatis vitrei, & ex congregatione plurium radiorum in unum quaſi punctum per lentes cryſtallinas, quæ quomodo cum hypotheſi de rigiditate filamentorum lucis concilietur, Carteſiani viderint.

51. Sed redeo ad objectionem, & omiſſa omni circa lucis naturam quæſtione, dico ejuſdem motum ſucceſſivum demonſtrari per obſervationes eclipſium intimi ſatellitis Jovis. Horum tum initium tum finis cognita ſunt, quoniam ejuſdem periodica revolutio circa Jovem nota eſt, nec dubitatur jam eaſdem conſtanter finire tardius ac deberent. Quod argumento eſt, lucem, quam ſatelles ex umbra Jovis emergens iterum a Sole recipit, ad nos non pervenire per ipſius reflexionem, niſi poſt aliquod temporis intervallum. Atque Roemerus (1) quidem, qui primus hanc tarditatem animadvertit, concluſit lucem opus habere minutis primis undecim, ut a Sole ad terram perveniat, cum hæc in media ſui ab ipſo diſtantia reperitur: ſed alii poſt illum contraxerunt hoc tempus, Caſſini quidem Jo. Dominicus (2), & Jacobus (3) ad minuta 7'. 5": Hallejus (4) ad 7': Wargentinus (5) ad 8' & paulo amplius. Quam opinionum varietatem admirari non debemus, quoniam novimus eam provenire poſſe a permultis cauſſis, quarum aliquas Delislius per epiſtolam inſertam in monumentis Trevoltianis an. 1756. (6) dicit Luſitanum Aſtronomum De Barros noviter animadvertiſſe. Cæterum in progreſſionem ſucceſſivam lucis quantum ad ſubſtantiam, paſſim jam conſentiunt Aſtronomi, poſtquam diſſipatæ penitus fuerunt quædam difficultates, quas aliqui objecerunt, ut Maraldus in Academia Scien. Pariſien. ad ann. 1707, quas ibidem ad eumdem annum Granieanus elevavit. Totius phænomeni nitida explicatio videri jam poteſt apud multos, ut Smithium (7), Muſſchenbroekium (8), Voltairem (9). Ex cognito interea tempore, quo lux percurrit ſpatium a Sole ad terram, aut juxta hypotheſim copernicanam diametrum orbis magni terreſtris, quæ detur redacta in pedes, inveniri facile poteſt, quot pedes intra unum ſecundum lux conficiat, & comparari cum velocitate ſoni, quæ minor in immenſum eſt.

52. Inſtat Montreus apud Trevoltianos (10). Obſervationes de propagatione ſucceſſiva lucis habentur ſolum in luce derivata, eaque reflexa, non vero in luce primitiva, nec in luce directa: ergo

 etſi

(1) Roe. Iourn. des ſcav. au. 1676.
(2) Caſs. Jo. Tab. Satell.
(3) Caſs. Jac. Tab. Aſtron.
(4) Hall. Tab. Aſtron.
(5) War. Soc. ſcient. Upſal. an. 1741.
(6) Mem. de Trev. art. 58. pag. 1372.
(7) Smith. Cours d'Optiq. num 1120.
(8) Muſs. Elem. Phyſ. §. 850.
(9) Vol. Filoſ. Newton. cap. 1. §. E coſa dimoſtrata.
(10) Mem. de Trev. ann. 1703. art. 74. pag. 715.

Digitized by Google

etſi lux reflexa propagetur ſucceſſive, attamen neque lux primitiva, neque lux directa oſtenduntur non propagari in inſtanti.

Reſp. Totum argumentum eſſe ſine ſenſu, niſi explicetur diſcrimen lucis primitivæ a luce derivata, & quid ſit lux derivata directa, & lux derivata reflexa: quod non facit Montreus.

53. II. Objicitur. Corpora ſaltem glorioſa moveri poſſint in inſtanti, id docente S. Auguſtino, qui ait (1) *ubi volet ſpiritus, illic protinus futura corpora*: ergo motus inſtantaneus non eſt impoſſibilis.

Reſp. nego ans. Nec illud revera docet S. Auguſtinus, cum æquius intelligendus ſit de incredibili celeritate, qua ſe moveri poterunt corpora glorioſa, ut obſervant Conimbricenſes (2), quicquid alii, quos iidem impugnant, in contrarium ſenſerint.

54. III. Objicitur. Angelus poteſt in inſtanti reddere ſe præſentem loco longe diſtanti ab illo, cui actu præſens eſt: ergo motus ſaltem creaturæ ſpiritualis poteſt eſſe inſtantaneus. Probatur ans ex eo, quod experimur accidere menti noſtræ, quæ a loco, in quo eſt momento temporis reddit ſe præſentem locis quibuſvis etſi remotiſſimis, ſtatim proſiliens ex Europa in Americam, ex uno ad alterum polum, imaginando & cogitando quæ alias contemplata eſt.

Reſp. nego ans. Ratio adducta non eſt opportuna; nam hæc animæ noſtræ præſentia in diverſis locis inter ſe diſtantibus facta in inſtanti non eſt præſentia localis, nec motus localis, ut eſt evidens, ſed eſt ſolum præſentia mentalis, hoc eſt cogitatio quædam & recordatio.

55. Inſtant Suarez (3). Ideo motus localis corporis ſucceſſivus eſt, quia partes corporis, quod movetur, nequeunt ſimul eſſe in loco proximo & remoto: ſed Angelus non habet partes: ergo motus Angeli poteſt eſſe non ſucceſſivus, ſive in inſtanti.

Reſp. nego maj. Quam fortaſſe tenuit etiam Ficinus, qui cum ut vidimus (§. 50.) lucem in inſtanti moveri crediderit, conclulit, *Solis lumen incorporeum eſſe*. Rationes autem quare debeat motus corporis eſſe ſucceſſivus, jam allatæ ſunt, eæque militant pro motu etiam Angeli. Alias fortaſſe difficultates proponent perquam multi Auctores citati a Martinez de Ripalda (4), qui hanc ipſam quæſtionem de motu Angelorum pertractarunt.

56. IV. Objicitur. Conſervatio rerum creatarum idem eſt, ac continuata earum creatio: ergo corpus motum eſt corpus continuo creatum in diverſis ſucceſſive locis: ſed Deus poteſt continuo crea-

(1) S. Aug. de Civit. lib. 22. cap. ult.

(2) Conim. in 6. Phyſ. cap 6. qu. 1. ar. 2. ad 3.

(3) Sua. Metaph. diſ. 40. ſec. 8. n. 11. ſeq.

(4) Rip. Expoſitio Magis. ſentent. l. 1. diſt. 37. qu. 13. & lib. 2. diſt. 2. qu. 9.

creare corpus in diverſis ſucceſſive locis inter ſe remotiſſimis in inſtanti: ergo poteſt ſaltem Deus movere corpus in inſtanti. Minor probatur, quia æque facile eſt Deo creare corpus in loco *A*, & ſucceſſive in loco *B*, ac illud creare in loco *A*, & ſucceſſive in loco *Z*.

Reſp. diſt. ans. Conſervatio ſumpta entitative, ſive prout eſt actio Dei, eſt idem ac continuata creatio, conc. ans. Conſervatio ſumpta terminative, ſive prout dicit ordinem, ſeu terminatur ad aliquid extra Deum, eſt idem ac continuata creatio, nego ans, & conſeqm. Nam conſervatio ſumpta terminative ſupponit rem jam antea exiſtentem: contra vero creatio ſumpta terminative ſupponit rem antea non exiſtentem. Quod pertinet ad minorem ſubſumptam, ejuſque probationem, utramque omitto, quandoquidem fortaſſe imbibit ſenſum nugatorium, cujuſmodi eſt hic, poteſt Deus continuo annihilare, & ſimul iterum creare corpus in diverſis ſucceſſive locis, & nego conſeqm. Nam cum motus de aliquo ſubjecto affirmatur, ſupponitur ipſum ſubjectum conſervatum, ſive perſeverans in exiſtendo: at in ea hypotheſi, quod corpus in uno inſtanti, quo annihilatur in uno loco, creetur in alio, non ſalvatur hæc perſeverantia ſubjecti in exiſtendo: ergo non poteſt affirmari quod moveatur.

In hac objectione nituntur aliqui, dum affirmant motum in inſtanti eſſe poſſibilem, in quibus præter Ogerium ſupra (§. 34.) citatum, eſt Mironus in ſua diſſertatione de motu, quæ extat apud Trevoltianos (1), & Franciſcus Lami Auctor epiſtolarum quarumdam de rebus philoſophicis, quæ Trevoltii prodierunt an. 1703, & quarum compendium exhibent Commentaria Trevoltiana (2), qui fuſe propugnat hanc propoſitionem, (3) *Deus poteſt in inſtanti facere ut unum corpus tranſeat ab urbe Pariſiorum Romam, quin tranſeat per medium*.

PARS III.

(1) Mem. de Trev. ann. 1701 Sept. & Oct. pag. 328.

(2) Ibid. an. 1704. art. 116.

(3) Lam. lett. 5. prop. 3.

Digitized by Google

PARS III.

De motu abſoluto & relativo.

PROPOSITIO PRIMA.

Datur motus tum relativus tum abſolutus.

57. PRopoſitio eſt contra aliquos philoſophos, qui quod videbatur evidens, dixerunt eſſe incertum, vel abſolute falſum. De his mentionem faciunt Plutarchus (1), & etiam Sextus Empiricus (2) dicens, *Parmenides & alii quidem negant: Sceptici vero non magis eſſe motum, quam non eſſe dixerunt; nam quantum ad apparentia quidem videri eſſe motum, ſed quatenus quis philoſophicam rationem ſequatur, non eſſe*, quibus Plutarchum conſentire cenſuit Facciolatus in ſua de Achille inſcripta Acroaſi, & idem alii de ipſo Facciolato dicent, & Buffierius (3) de Petro Bayle. Illi etiam huc pertinent, qui cum exiſtentiam motus negari non poſſe dicerent, faſſi pariter fuerunt inſolubilia eſſe, quæ contra motus exiſtentiam opponuntur. In his ſunt, qui recenſent Diogenem, propterea quod Laertius de eo referat, (4) *cum quidam affirmaret motum non dari, ſurgens deambulabat*, quaſi aliter Diogenes neſciverit oſtendere fallaciam objectionum contra exiſtentiam motus quam provocando ad factum ipſum. Equidem quid Diogenes exiſtimaverit de objectis contra motum ignoro, ſed hoc ûnum dico, quod facta ipſa ſunt tale argumenti genus, quod ſimiles controverſias penitus dirimit. Quare alii communiter de hoc tamquam de reſponſo omnium optimo laudant Diogenem, ut obſervant Trevoltiani (5) contra Anonymum Sexti Empirici traductorem Gallum, qui illud elevaverat. Vim hujuſmodi argumentorum in re ſimili agnovit Heracleotes Dionyſius, qui referente Tullio, cum olim adhæſiſſet Zenoni affirmanti dolorem non eſſe malum, deinde (6) *cum ex renibus*. alibi (7) dicit oculis, *laboraret, ipſo in ejulatu clamitabat, falſa eſſe illa omnia, quæ antea de dolore ſenſiſſet, & ſatis jam argumenti ſe habere ad concludendum malum eſſe dolorem*.

AR-

(1) Plut. de Placit. lib. 1. cap. 19.

(2) Emp. lib. 3. Pyrrho. Hypoth. c. 8. juxta interpr. Stephani.

(3) Buff. Elem. de metaph. entr. 6. num. 73. col. 929.

(4) Laer. lib. 6. num. 41. ex interpr. Thomæ Aldobrandini.

(5) Mem. de Trev. ann. 1727. art. 2. pag. 44.

(6) Tull. Tuſc. lib. 2. num. 60.

(7) Id, de Fin. lib. 5. num. 94.

Digitized by Google

Articulus Primus.

Argumenta pro propoſitione.

58. PRO prima parte ſic arguo. Innumera quotidie objiciuntur oculis corpora naturalia, quæ mutant diſtantias ſuas cum corporibus circumſtantibus: ſed hic eſt motus relativus: ergo datur hic motus. Major, ſi ex nobis exire nolumus, fit evidens ex ipſamet lingua, quæ non loquitur, quin diſtantiam ſuam a partibus palati continuo mutet, vel ex ipſiſmet digitis, qui ſine ſimili mutatione non ſcribunt, vel ex oculis, qui Cælum tunc circumſpiciunt, cum ad illud contemplandum ſurſum extolluntur. Quod ſi ex nobis exeamus, eadem illuſtrius patet ex obſervata continua circumvolutione planetarum primariorum, & cometarum circa Solem, & planetarum ſecundariorum circa ſuos primarios, quorum celeritatem utpote admirabilem, quæ ex nota ſingulorum periodica revolutione, & diſtantia media a centro, circa quod moventur, colligitur, juvat ſubjungere, prout a Whiſtono (1) in milliaribus Anglicanis proponitur pro ſingulis circiter horis.

MOTUS PLANETARUM.		MOTUS COMETARUM NOTÆ PERIODI.	
Mercurius	100 000		
Venus	70 000	Primus	13 000
Terra vel Sol	56 000	Secundus	12 500
Mars	45 000	Tertius	9 000
Juppiter	24 000	Quartus	6 000
Saturnus	18 000		

Luna circa terram facit ſpatio unius horæ milliaria circiter 2200.

MOTUS HORARIUS SATELLITUM JOVIS.		MOTUS HORARIUS SATELLITUM SATURNI.	
		Primus ſeu intimus	19 400
Primus ſeu intimus	32 700	Secundus	18 500
Secundus	25 700	Tertius	4 300
Tertius	20 000	Quartus	9 400
Quartus	15 000	Quintus	5 600

Similiter ex noto tempore revolutionis circa ſuum axim aliquorum Planetarum alibi (2) allato, & notis eorumdem diametris alibi pariter

(1) Whiſt. Aſtron. princ. part. 3. prop. 4. corol. (2) De Ideis §. 529.

Digitized by Google

riter (1) relatis, idem Whiſtonus (2) colligit partes circa eorumdem æquatorem poſitas conficere hæc circiter ſingulis horis milliaria.

Solis	4000
Jovis	25000
Martis	500
Terræ	1030
Veneris	1060
Lunæ	10

59. Pro ſecunda propoſitionis parte ſic arguo I. Datur motus relativus: ſed ex motu relativo infertur neceſſario motus abſolutus; nam ſi ex duobus corporibus, quæ in relativo motu conſiderantur, neutrum moveretur abſolute, illa non mutarent ſuas inter ſe diſtantias, & ſi has non mutarent, ne relative quidem moverentur: ergo datur etiam motus abſolutus.

60. II. Motus corporis, qui ſit effectus alicujus vis, quæ modo magis, modo minus in illud ſe exerceat, eſt ipſius corporis motus abſolutus: ſed dantur in multis corporibus motus, qui ſunt effectus hujuſmodi vis, quæ in illa ſe exercet; qualis eſt motus voluntarius corporis noſtri, quem conſcii ſumus intima evidentia procedere a vi nobis ingenita, & qualis eſt motus corporis in gyrum acti, quod conetur recedere per tangentem orbitæ circularis, quam deſcribit certa quadam ſibi impreſſa vi, quæ abunde ſe manifeſtat vel in tenſione fili, vel quando vehementior eſt in ejus diffractione: ergo datur motus abſolutus. Hoc argumentum luculenter exponunt Neutoniani, ut Whiſtonus (3).

61. Materialiſtæ, qui mundum hunc ex fortuito atomorum motu extitiſſe dicunt, aliter etiam contra iſtos arguunt, affirmando non ſolum nullum eſſe corpus quieſcens, ſed ne eſſe quidem poſſe, ſeu motum eſſe eſſentialem materiæ. At hæc eſt nova abſurditas major fortaſſe prima; eſt enim contra communem ſenſum corpus aliquod non ſolum non quieſcere, ſed ne poſſe quidem unquam quieſcere, quod neceſſario hi affirmare debent, quandoquidem id quod eſt alicui enti eſſentiale, non ceſſat ab eo eſſe, niſi illius eſſentia ceſſante ſeu deſtructa.

A R-

(1) De Mundo §. 5.

(2) Whiſt. Aſtron. Princ. part. 3. propoſ. 4. corol.

(3) Whiſt. Præl. Phyſico-Math. 4.

Digitized by Google

ARTICULUS II.

Objectiones adverſariorum.

62. I. OBjicitur hoc Diodori Croni Sophiſma. Quæ dicuntur moveri, vel moventur in loco, in quo ſunt, vel in loco, in quo non ſunt. Atqui non poteſt dici primum, quia ſequeretur moveri & non moveri; moverentur enim ex hypotheſi; non moverentur vero, quia ex ſuo loco non exirent. Neque poteſt dici ſecundum, quia ubi non ſunt, fieri nequit ut moveantur: ergo nullo modo moventur, nec moveri poſſunt.

Reſp. cum Jo. Keillio (1) *nego maj.* Nam nihil movetur in loco, in quo eſt, neque in loco in quo non eſt, ſed a loco in quo eſt ad locum, in quo non eſt. Eſt enim motus mutatio continua loci. Diogenes Laertius factam objectionem tribuit Zenoni dicens (2) *Zeno motum tollit dicens, omne quod movetur, neque in quo eſt movetur loco, neque in quo non eſt.* Sed quæ ad Zenonem communius referuntur, & tum ab Ariſtotele, ejuſque nitidiſſimo interprete Silveſtro Mauro (3), tum ab omnibus ferme philoſophis diligenter recenſentur, paulo poſt dicam. Feſtivum interea eſt, quod Sextus Empiricus in hanc rem refert, ſcilicet caſu quodam luxatum olim fuiſſe humerum miſero Diodoro, qui proinde feſtinus advocavit Erophilum medicum, ut curaretur. Hic illo audito, bono inquit animo ſis Diodore, non ſolum enim non excidit humerus e loco, in quo erat, ſed ne excidere quidem potuit; nam (4) *aut in quo erat loco humerus exiſtens excidit, aut in quo non erat: at neque in quo erat, nec in quo non erat: non ergo excidit.* Cui ille optima inquit argumentatio, ſed dolor peſſimus, propera obſecro ad remedium.

63. II. Objicitur. Si daretur motus, ſequeretur totum poſſe eſſe æquale ſuo dimidio. Ut hoc ſuadeat Zeno aſſumit tres regulas

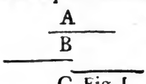


Fig. I.

æquales quarum primam *A* immobilem ſtatuit, alias vero duas *B* & *C* ante primam collocat eidem parallelas, ita ut utrinque extra eam ſint ex media ſui parte, adeoque cum per unum ſui extremum contigua ſint, per alterum diſtant totis ſe, ſpatio ſcilicet toti regulæ *A* æquali, quemadmodnm repræſentat figura I. His ita diſpoſitis ſupponit lineas *B* & *C* eodem tempore, eademque celeritate moveri in partes oppoſitas parallele, donec congruant *A* immobili; ac deinde ſic arguit: in hypotheſi

 quod

(1) Kei. Introd. ad Phyſic. lect. 6.
(2) Laer. lib. 9 poſt medium.
(3) Ari. phyſ. l. 6. c. 11. juxta Maurum.
(4) Emp. lib. 2. pyrrho. hypot. cap. 22.

quod duæ regulæ *B* & *C* eodem tempore, eademque celeritate in partes oppoſitas moveantur, congruent tandem cum regula immobili & inter ſe, ut in figura II. Eo ipſo ſequitur totum eſſe poſſe æquale ſui dimidio, Hæc minor, quæ utique negatur, ſic Zeno probat. poſtquam *B* & *C* congruunt cum *A*, & inter ſe, invenimus ſingulas eodem tempore percurriſſe ſpatium æquale ipſius *A* dimidio, quoniam ab hujus extremis non diſtabant niſi per ejus dimidium, & rurſus ſpatium æquale toti *A*, quoniam ſingulæ diſtabant a ſe invicem totis ſe, ſeu ſpatio æquali toti *A*: ergo.

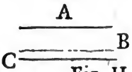


Fig. II.

Reſp. conceſſa prima antecedentis parte, nego ſecundam, quam adducta ratio non ſuadet, quia quantitates, quæ diſtabant a ſe invicem, in hypotheſi quod æquali celeritate moveantur in partes oppoſitas, neceſſe eſt invicem congruant poſt dimidium diſtantiæ a ſingulis percurſæ. Fortaſſe tam futilis ſtatim apparet hæc objectio, ut nugis potius, quam philoſophiæ vacare ſit illam retuliſſe: At quoniam ejuſdem meminerunt poſt Ariſtotelem (1) plerique Philoſophorum, ut Georgius de Rhodes (2), De Lanis (3), & Gaſſendus (4), non fuerat omittenda.

64. III. Objicitur. Corpus, quod in quolibet puncto temporis eſt in ſibi æquali loco, non movetur: atqui quodlibet corpus, quod dicitur moveri, eſt in quolibet puncto temporis in ſibi æquali loco; ergo non movetur.

Reſp. diſt. maj. Non movetur quod eſt in ſibi æquali & eodem ſemper loco, *conc. maj.* quod eſt in loco ſibi æquali, & ſucceſſive diverſo, nen movetur, *nego maj.* Et ſimili diſtinctione excepta minori *nego conſeqm.*

65. IV. Objicitur. Nihil poteſt moveri, quod non poteſt tranſire a prima parte ſpatii, quod dicitur decurrere, ad ſecundam: ſed nihil poteſt tranſire a prima parte ſpatii, quod dicitur decurrere, ad ſecundam, ſi nulla inveniri poſſit prima in quovis ſpatio pars: ergo nihil poteſt moveri. Minor probatur: Quævis particula extenſionis, qualis eſt quævis pars ſpatii, dividi poteſt in duas partes, & in quavis dimidia parte iterum inveniri poſſunt duæ aliæ partes, nec unquam in diviſibilitate infinita, quæ convenit extenſioni, ut hic ſupponitur aliunde demonſtratum, occurrit tale dimidium dimidii, quod ſuas partes non habeat, & quidem numero infinitas: ergo nulla inveniri poteſt in quovis ſpatio prima pars.

Reſp.

(1) Ariſt. ubi paulo ſupra.
(2) Rho. Phil. lib. 2. diſp. 6. qu. 2. ſec. 1.
(3) Lan. Magiſt. nat. tom. 1. tr. 2. c. 2. propoſ. 32.
(4) Gaſs. Phyſ. ſec. 1, lib. 5. cap. 1.

Digitized by Google

Reſp. permitto maj. & diſt. min. Nulla inveniri poteſt prima pars in ſpatio, quæ ſit prima in diviſione infinita ſpatii, *conc. min.* quæ ſit prima in diviſione finita dati ſpatii, *nego min. & conſeqm.* Itaque mobile inchoat & proſequitur motum percurrendo primam ſpatii partem, & alias deinceps, non quidem eas numerando, ſeu deſignando prout infinitæ numero ſunt, qua ratione prima pars & reliquæ referuntur ad unitatem neceſſario indeterminatam, & quæ proinde nunquam inveniri poteſt, ſed prout finitæ numero ſunt, qua ratione prima pars cum reliquis refertur ad unitatem determinatam, ut ad palmum aut pedem aut aliam menſuram. Atque profecto ſi mobile percurrere deberet primam partem primo modo, certum eſt nunquam ſe moturum, quia impoſſibile eſt talem primam partem invenire, cum impoſſibile ſit infinitam facere diviſionem illius, quod eſt in infinitum diviſibile. Sed cum mobile debeat percurrere primam partem ſecundo dumtaxat modo, ſcilicet determinatam, jam intelligitur poſſe & inchoare, & proſequi motum ſuum, cum quod finitum eſt, poſſit utique percurri.

ARTICULUS III.

Objectio dicta Achilles.

66. OBjicitur. Si daretur motus, Achilles centies velocius ſe movens teſtudine, ſed ab illa diſtans uno milliari, poſſet illam tandem aſſequi: Atqui hoc non poteſt: Probatur minor. Juxta datam Achillis & teſtudinis velocitatem neceſſe eſt, ut quo tempore Achilles percurrit unum milliare, teſtudo abſolvat centeſimam milliaris partem, & quo tempore Achilles percurrit unam centeſimam milliaris partem, teſtudo percurrat unam decies milleſimam milliaris partem, & hanc Achille abſolvente teſtudo procedet per unam millioneſimam milliaris partem, & ſic in infinitum, dum eam partem ſpatii Achilles percurret, qua præcedebatur a teſtudine, iſthæc nova ſemper præcedet parte ſpatii: ergo Achilles nunquam poteſt aſſequi teſtudinem. Hæc objectio, de qua iterum iterumque diſſeruit Carteſius (1), vulgo Achilles nuncupatur, non ſolum quia verſatur in comparatione Achillem inter velociſſimum, & teſtudinem tardigradam, ſed etiam quia omnium maxime ſophiſmatum contorſit olim philoſophorum ingenia, ſicuti Achilles Græcorum robuſtiſſimus omnium maxime Trojanos exagitavit. Quin immo Buffierius (2) credit nunquam illi nitide reſponſum eſſe.

 Reſp.

(1) Cart. Epiſ. par. 1. ep. 118. ad Clerſelier. Id. Epiſ. par. 2. ep. 112. ap Merſenn.

(2) Buff. Prem. verit. n, 63. col. 576.

Reſp. nego min. Ad probationem diſt. ans . Teſtudo ſemper præcedet Achillem nova parte ſpatii, ſi tam illa, quam Achilles percurrant ſpatium ſecundum inſtitutam diviſionem, quam objectio proponit, *conc. ans*: Si tam illa, quam Achilles non percurrant ſpatium ſecundum dictam diviſionem, *nego ans & conſeqm* . Certum igitur cum ſit Achillem brevi aſſequi teſtudinem, certum eſſe etiam debet non percurri ab illis ſpatium ſecundum propoſitam diviſionem. Hæc reſponſio eſt omnium maxime directa, & quæ ſtatim diſſipat totam objectionem, Talis non eſt, ut advertit Auctor anonymus examinis de hoc argumento inſerti in Commentariis Trevoltianis (1), illa aliorum, qui admittentes diviſionem ſpatii, quod Achilles & teſtudo percurrunt, & conſequenter etiam temporis in ratione propoſita a Zenone, negant deinde hinc inferri nunquam Achillem aſſequuturum teſtudinem, quia inquiunt demonſtratur ex omnibus hujuſmodi ſimul ſumptis etiam infinitis partibus ſpatii & temporis non produci ſpatium & tempus realiter infinitum; quaſi vero hoc oppoſuerit Zeno. Minus apta etiam eſt ea aliorum reſponſio, qui non diſtinguentes diviſionem ſpatii & temporis, quæ ſubjici poteſt oculis ab ea diviſione, quæ mente ſolum perſpici poteſt, negant univerſaliter poſſibilem eſſe diviſionem, de qua meminit argumentum. Quoniam autem etſi Zeno non dicat de qua diviſione, realine an mentali loquatur, tamen de aliqua mentionem facit, & conſequenter ſupponit aliquid infinitum ex parte ſpatii & temporis reſultans ex proportionali diviſione, propterea ſin minus directe, indirecte ſaltem ſoluta eſt objectio etiam ab illis, qui concedentes, quod aliunde demonſtratur, quodvis finitum ſpatium & tempus, & generaliter quamcumque finitam extenſionem poſſe dividi in partes ſemper minores in infinitum, toti deinde ſunt in demonſtrando ſummam omnium hujuſmodi partium etiam infinitarum ſpatii & temporis non conficere niſi extenſionem finitam.

67. Quod profecto veriſſimum eſt, & etſi ex quibuſdam geometricis theorematis, quæ hic ab Orlando in notis ad Muſſchenbroekium (2), aliiſque innuuntur vel afferuntur planum eſſe poſſit, facile etiam ſine horum cognitione intelligetur. Siquis enim diſtribuat alteri hujus paginæ, in quo hoc ſophiſma deſcriptum eſt primo quidem dimidium, deinde quartam partem, tum octavam, poſtea decimam ſextam, & ſic deinceps quamdiu volet aut poterit progrediatur, nonne manifeſtum eſt nunquam daturum non dicam infinitas paginas, ſed ne integram quidem hanc paginam? Eodem igitur

(1) Mem. de Trev. ann. 1749. art. 61. pag. 1134.

(2) Orl. nota ad §. 114.

Digitized by Google

igitur modo ſi minutatim dividatur ſpatium, quod certo tempore decurrunt Achilles & Teſtudo, & tempus ipſum in partes perpetuo decreſcentes in data ratione, non poteſt concludi per infinitum ſpatium, & infinitum tempus Achillem decurſurum, quin aſſequatur teſtudinem: ſed ſolum debet concludi intra terminos certi cujuſdam finiti ſpatii & temporis, quorum utrumque diviſum ſit in partes ſemper minores numero infinitas nunquam fieri ut Achilles aſſequatur teſtudinem: in quo nulla eſſe poteſt admiratio.

Quotum autem ſit tempus & reſpondens ſpatium, extra quorum terminos affirmari debet Achillem jam aſſequutum eſſe teſtudinem, problema eſt, quod facili negotio reſolvitur. Nam quoniam datur velocitas Achillis centies major velocitate teſtudinis, ſit ea hujuſmodi, ut intra horæ quadrantem Achilles conficiat unum milliare, & teſtudo centeſimam tantum milliaris partem. Diſtantia teſtudinis ab Achille ſit integrum milliare, & motum eodem puncto temporis incipiant eamdem partem verſus, dico Achillem aſſequuturum teſtudinem, antequam teſtudo conficiat ſecundam centeſimam partem milliaris, & antequam tranſierit unum horæ quadrans cum duabus inſuper centeſimis. Prima pars ſic oſtenditur. Achilles in data hypotheſi diſtans integro milliari a teſtudine conficit illud primo horæ quadrante, & teſtudo intra idem tempus conficit partem tantum centeſimam alterius miliaris. Igitur in ſecundo quadrante Achilles conficiet alterum milliare, & teſtudo alteram tantum partem centeſimam milliaris. Igitur Achilles in fine ſecundi quadrantis jam præcedit teſtudinem partibus nonaginta & octo ex centum, in quas diviſum concipitur ſecundum milliare. Quare quando Achilles incipiebat decurrere tertiam centeſimam milliaris partem, jam aſſequutus fuerat teſtudinem: ſed non aſſequutus fuerat in fine primæ centeſimæ: ergo intra ſecundam centeſimam. Pro ſecunda autem parte ſic arguitur. Poſtquam horæ quadrans tranſiit, Achilles confecit ex hypotheſi unum milliare. Igitur poſtquam pertranſiit unus horæ quadrans cum duabus inſuper partibus centeſimis alterius quadrantis, confecit unum milliare cum duabus inſuper centeſimis alterius milliaris: Sed poſt duas centeſimas alterius milliaris partes non erat amplius Achilles cum teſtudine ex proxime dictis: ergo poſt duas pariter centeſimas partes ſecundi quadrantis non erat amplius cum teſtudine: aliunde cum ea non poterat eſſe intra primam novi quadrantis centeſimam, quam impendere debuit ad percurrendam centeſimam ſpatii jam prius a teſtudine percurſam: ergo erat cum illa intra ſecundam centeſimam novi quadrantis.

65. Solutio allata in illam incidit, quam accuratiſſime tradit calculus, qui nimirum docet percurſo ab Achille milliari uno cum

cum nonageſima nona parte novi milliaris occurrere teſtudini, poſt unum horæ quadrantem cum una nonageſima nona parte novi quadrantis. Hoc modo Joannes Crivelli in ſecunda ſuæ phyſices retractatiori editione (1) determinat ex iiſdem datis hoc problema, corrigens errorem, qui irrepſerat in prima (2), ubi occurſurus dicebatur Achilles teſtudini poſt integrum quadrantem, & nonageſimam novi quadrantis partem. Hic autem calculus facile fit, vel Algebram adhibendo, quam viam tenuit Jo. M. de Turre (3), vel in ſummam redigendo ſeries geometricas infinitas, ex ſpatii & temporis diviſione in infinitum protracta naſcentes, quas innuit objectio, quam viam Gregorius a S. Vincentio (4) primus feliciter aperuit, eamque in ſcholio quodam laudato a Leibnitio (5) applicat revera huic ſolvendæ objectioni: quæ pariter via facilis eſt, modo teneamus demonſtratum eſſe a Geometris, ut Tacqueto (6), & ab Arithmeticis, ut Friderico Sanvitali (7), quod quomodo ſe habet differentia inter primum & ſecundum terminum datæ progreſſionis geometricæ ad primum ejuſdem progreſſionis terminum, ita ſe habet differentia inter primum & ultimum ejuſdem progreſſionis terminum ad ſummam omnium terminorum ipſius, ultimo excepto. Hoc enim poſito cum primus terminus in noſtris progreſſionibus ſit unitas: ſecundus vero ſit centeſima unitatis pars, differentia inter hos terminos erunt nonaginta novem centeſimæ. Atque cum ultimus terminus progreſſionis in infinitum decreſcentis ſit zero, erit differentia inter primum & ultimum terminum unitas minus zero, hoc eſt unitas: adeoque habebitur hæc proportio $\frac{99}{100} : 1 :: 1 : \frac{100}{99} = 1\frac{1}{99}$ cujus quartus terminus eſt tota, & integra ſumma utriuſque progreſſionis. Nam ultimus terminus cum ſit o, nihil eſt, quod ſummæ inventæ addendum ſit.

69. Solutionem hujus objectionis non pauci magni nominis auctores aliis viis conati ſunt præbere, ex quibus iis rejectis, quas parvi intereſt noſſe, non ſolum quia veræ eſſe nequeunt, niſi ad datam reducantur, ſed multo magis, quia ne percipi quidem poſſunt, unam referam, quæ dicit Achillem aſſequi teſtudinem, quia hujus motus non eſt continuus, ſed identidem interruptus, quin tamen determinent quibuſnam in partibus ſpatii illa morulas iſtas trahat, atque generaliter ſtatuit tarditatem motus unius comparative ad motum alterius conſiſtere in interceptis quibuſdam morulis, quibus a mo-

(1) Criv. Elem. di Fiſ. par. 1. l. 2. c. 2.
(2) Id. ibid. pag 68.
(3) Tur. Scien. della Nat. par. 1. §. 214. pag. 90.
(4) A S. Vin. Quadrat. circuli lib 2. propoſ. 87.
(5) Leib. Journ. des ſcav. ann. 1693. Jour. 30. pag. 528.
(6) Tacq. Elem. Geom. lib. 6. prop. 11. in ſcholi.
(7) Sanv. Elem. Arith. cap. 4. prop. 4.

Digitized by Google

a motu ceſſat corpus quod tardius ſe movet. Rejicitur hæc ſolutio, utpote non ſolum falſa, ſed etiam inepta. Falſa quidem eſt; nam in puris corporibus, nulla ſcilicet anima præditis, cujuſmodi eſſent duo globi diſpari velocitate moti, nullæ eſſe poſſunt interceptæ morulæ, quoniam inertia illorum, quæ eſt impotentia ad mutationem ſpontaneam ſui ſtatus non patitur, ut vel ſemel tantillum quieſcant eo pacto, quo iſti excogitarunt, idque eo magis intelligitur repugnare, quo major eſt differentia inter illorum velocitates. Inepta autem eſt, quia ne afferri quidem ea reſponſio poſſet, ubi ſolum de animatis corporibus ſermo eſſet, quæ ſola, cum principium motus & quietis in anima qua donantur, habeant, apta ſunt ad intermittendum curſum, & interponendas aliquas morulas: nam cum ſemper determinari poſſit ex cognita duorum animalium diſpari velocitate ex jam dictis, quo exacte loco & tempore velocius occurret tardiori, atque ſi experientia fieret, eædemque in motus decurſu, quæ in ipſius principio fuerunt conditiones, perſeverarent, eveniret procul dubio, ſicuti prædictum foret, dicendum eſſet animal minus velox ita temperaſſe ſuas morulas, ut neque plures fecerit, neque pauciores, quam opus erat ad verificandam prædictionem Quod dictu & cogitatu ineptum eſt. Quamobrem ſuccubuere huic Zenonicæ objectioni, quotquot ad iſtas morulas pro ejuſdem ſolutione confugerunt, in quibus numerantur celebres etiam Philoſophi Huetius (1), Gaſſendus (2), De Lanis (3), Arriaga (4), qui pro eadem citat Galenum (5), & Valerium (6). Recentius Fortunatus a Brixia, poſtquam propoſuit quoddam argumentum, quod ſibi viſum fuit ſuadere (7) *optime motus localis tarditatem & velocitatem per hanc morularum interruptionem explicari*, referens alia oppoſita argumenta, concludit cum illo Tullii, *Non me pudet fateri neſcire, quod neſciam*.

PRO-

(1) Huet. Huetiana num. 133.
(2) Gaſs. Phyſ. ſec. 1. lib. 4 cap. 1.
(3) Lan. Magiſt. natur. tom. 1. tra. 2. cap. 2. prop. 31. & 32.
(4) Arr. Phil. diſp. 16. ſec. 11.
(5) Gal. lib 1. de dignoſ. pul. cap. 1.
(6) Val. lib. 3. controv. medic. cap. 8.
(7) Bri. Phyſ. gen. diſs. 2. ar. 4. edit. 1.

Digitized by Google

PROPOSITIO II.

Motus abſolutus convenit etiam ſubſtantiis ſpiritualibus creatis, quin ulli corpori ullo modo conjungantur.

70. Propoſitio habet plures adverſarios, qui contendunt ſubſtantias ſpirituales non poſſe in ſe ipſas habere motum, ſed moveri ſolum poſſe medio corpore, cui aliquo modo conjungantur. Itaque S. Bernardus aperte ait angelos opus habere corporibus, quia cum de illis ſcriptum ſit, (1) *Adminiſtratorii ſpiritus ſunt miſſi in miniſterium propter eos, qui hæreditatem capiunt ſalutis: non eſt diſcurrere, nec de loco ad locum tranſire, niſi corporum*. In eadem ſententia ſunt Cajetanus (2) dicens Angelos non moveri tamquam ſubjectum motus, & Hervæus (3), Ægidius (4), Ferrarienſis (5), & Soto (6). Credi poſſent hi ſequuti Ariſtotelem, qui (7) ex profeſſo illos impugnat, qui docebant animam ſeipſam movere, neque alium eidem motum concedit, niſi ratione corporis, quicum conjungatur. Meminit etiam de hac opinione Plutarchus, qui juxta interpretationem Corſinii dicit, (8) *Ariſtoteles opinatur animam omnis praelecti motus expertem eſſe, accidentalem vero motum participare*. Sed nunquid etiam aliqui ex recentioribus Ariſtotelem in hoc ſequi voluerunt? Niewentitius dixit, (9) *Motus nequit fieri ſine corpore*: Et Petrus Sylvanus Regis, (10) *Spiritus in ſe ipſe conſideratus incapax eſt motus*: Et Buffierius, (11) *Motus non dicitur de ſpiritibus niſi metaphorice*: Et Leonardus Eulerus, (12) *Motus idea in alias res cadere non poteſt, niſi quæ locum occupant; quare de ſolo corpore dici poteſt*. Quam propoſitionem ſtatuit corollarium definitionis ſuæ, quod motus ſit translatio corporis, quaſi vero ea definitio ſit vel debeat eſſe communis: Et Jo. M. de Turre expreſſius dicit, (13) *Mobilitas eſt materiæ affectio primaria: ſpiritus, cum non indigeat loco ad exiſtendum, mobilitate præditi non ſunt*. Clarius hanc

(1) S. Ber. ſerm. 5. in Cantica.
(2) Caj. in 1. par. qu. 53. art. 1.
(3) Her. in 1. diſt. 17. qu. 1. art. 2.
(4) Æg. ibid. qu. 10
(5) Fer. in lib. 3. contr. Gent. cap. 102.
(6) Sot. in 3. Phyſ. qu. 2.
Id. in 6. qu. 4.
(7) Ari. de Anim. lib. 2. cap. 3. & 5.
(8) Plut. de Plac. lib. 4. cap. 6.
(9) Niew. Relig. Philoſ. contemp. 26. ſec. 15.
(10) Reg. Uſag. de la Raiſ. lib. 1. par. 1. chap. . num. 5. & chap. 21. num. 21.
(11) Buff. Prem. Verit. n. 564. col. 753. in notis ad Lockium.
(12) Eul. Mech. tom. 1. num. 2.
(13) Tur. Phyſ. gen. num. 233.

Digitized by Google

hanc opinionem tenet & explicat Joſaphat Maſſarius, qui cum definiat eſſe in loco, ſignificare habere realem extenſionem, quæ reſpondeat determinatæ parti ſpatii, quoniam hujuſmodi extenſio non convenit ſubſtantiis ſpiritualibus, concludit (1) dici non poſſe, quod hæ ſint in loco, nec quod de uno in alium locum tranſeant. Quare univerſim pronunciat (2) ſubſtantias ſpirituales *incapaces omnino eſſe motus aut quietis*. Concluſio quidem eſt legitima, ſed recipi nequit, quia definitio, ex qua deſcendit, eſt contra communem acceptionem, ut inferius patebit.

Articulus Primus.

Argumenta pro propoſitione.

71. I. SIC arguitur. Creaturæ ſpirituales ſunt ſubſtantiæ valde quidem perfectæ, ſed quæ exiſtunt in aliquo finito loco propter finitam ſuam perfectionem; immenſitas enim eſt proprium Divinitatis attributum: atqui ſi creaturæ ſpirituales non poſſent moveri, niſi alicui corpori conjungerentur, dicendum eſſet illas eſſe ſubſtantias omnium imperfectiſſimas; nam niſi Deus ipſe adducat ſupra illas quoddam corpus, eſſent alligatæ immutabiliter finito alicui loco determinato; non enim corpus per ſe ipſum utpote iners adibit ſpiritum, neque ſpiritus adibit corpora, ſi ſine ipſis nequit ſe movere: ergo creaturæ ſpirituales poſſunt moveri, etiamſi nulli corpori nullo modo conjungantur. Aliter idem argumentum ſic proponitur. Non poſſe mutari nec moveri eſt proprium Dei, & in eo eſt quædam perfectio neceſſario conſequens ex Divina Infinitate & Immenſitate: ſed ſi creaturæ ſpirituales non poſſent habere motum abſolutum remoto omni corpore, non eſſet proprium Dei non poſſe moveri, & eſſet in ipſis magna imperfectio, conſequens neceſſario ex ipſarum limitatione, per quam alligarentur immobiliter uni loco: ergo creaturæ ſpirituales poſſunt habere abſolutum motum, etiam remota cujuſvis corporis cum illis unione.

72. II. Secundum fidei doctrinam mors hominis eſt ſeparatio ſpiritus ab ipſius corpore, hoc humi remanente, illo vero abeunte vel in Cælum, vel in Purgatorium, vel in Infernum: quæ omnia ſunt loca quædam determinata, quæ a noſtris hiſce terreſtribus habitationibus ſejuncta ſunt: & in morte Chriſti Dn. credimus, quod (3) *Apoſtolica doctrina prædicat*, ut ait S. Auguſtinus, animam ipſius deſcendiſſe ad Inferos e Cruce, in qua corpus deſeruit, & in ejuſ-

(1) Maſs. Relig. natur. num. 75.
(2) Id. ibid. num. 78.
(3) S. Aug. Ep. ad Dardanum olim 37.

Digitized by Google

ejuſdem reſurrectione iterum ab Inferis uſque ad ſepulchrum aſcendiſſe ad renovandam priſtinam cum ſuo corpore unionem: ſed ſi creaturæ ſpirituales vere non moventur, niſi conjunctæ aliquo modo alicui corpori, non ſalvantur hæ doctrinæ Fidei: ergo.

73. III. Ideo creaturæ ſpirituales, ut Angeli poſſunt moveri ſolum in corporibus aſſumptis, quia tunc non ſpiritus, ſed ipſa corpora ſunt illa, in quibus reſidet motus: atqui non ſolum in corporibus aſſumptis, ſed in ipſis etiam ſpiritibus reſidet motus, & quidem principaliter, quando ipſi cum corporibus aſſumptis vere moventur: ergo Angeli poſſunt abſolute etiam ſine corporibus aſſumptis moveri. Majorem dant Adverſarii: Minor vero ſuadetur, quia quod ſpiritus abſolute moveantur cum corporibus aſſumptis, eſt quod ipſi active ſe abſolute moveant, corpora vero aſſumpta moveantur ab ipſis translata: ſed motus principaliter reſidet in eo, quod ſe ipſum movet, & ſecundario ſolum in eo, quod ab alio movetur, ut patet in homine, qui trahat corpus aliquod; homo enim revera dicitur active ſe movere, corpus vero trahi, quod eſt ſe movere paſſive & non principaliter.

IV. Quamplurimæ narrationes ſacræ Scripturæ tribuunt motum Angelis, ut cum unus Angelus narratur tranſtuliſſe Habacuc, alium iviſſe ad Virginem, quæ erat Nazareth, nec dicunt motum in illis fuiſſe propter corpora, quæ veriſimiliter aſſumpſerint: ergo.

V. SS. Patres communiter realem motum admittunt in ipſis Angelis. S. Ambroſius transferri affirmat Angelos (1(*ſecundum propriam naturam*, ideſt ſecundum ipſorum ſubſtantiam ab uno loco in alium. Similia habent S. Auguſtinus (2), S. Gregorius Magnus (3), Nazianzenus (4), & Damaſcenus (5). His accedunt communiter Theologi cum Magiſtro ſententiarum (6), ut Albertus (7), Marſilius (8), & unus pro cunctis S. Thomas, qui expreſſe dicit (9) *ſubſtantias ſpirituales creatas habere mutabilitatem ſecundum locum, in quantum poſſunt attingere quædam loca, quæ prius non attingebant*.

AR-

(1) S. Amb. de Spiritu S. cap. 10.
(2) S. Aug. Ep. ad Dardanum.
(3) S. Greg. lib. 8. Moral. cap. 3.
(4) Naz. orat. 2. de Theolog.
(5) Dam. lib. 1. de Fid. cap. 17.
(6) Mag. in 1. ſent. diſt. 37.
(7) Alb. de quatuor coæquævis qu. 9.
(8) Marſ. in 2. qu. 7. num. 3.
(9) S. Th. 1. par. qu. 9. art. 2. O.

Digitized by Google

Articulus II.

Objectiones.

74. I. OBjicitur. S. Auguſtinus dicit, (1) *Eſt natura per locos nullo modo, ſed tantum per tempora mutabilis, ut anima: & eſt natura, quæ nec per locos nec per tempora mutari poteſt, hoc Deus eſt:* ergo S. Auguſtinus negat realem motum convenire ſubſtantiis ſpiritualibus.

Reſp. conc. ans, & nego conſeqm. Nam quoniam, ut ſupra (§.72.) vidimus, S. Doctor confitetur eſſe articulum fidei, Chriſtum eo die, quo mortuus fuit, fuiſſe apud Inferos ſecundum animam: in ſepulchro autem ſecundum corpus, & credentis pariter latronis animam cum eo crucifixi, eadem die fuiſſe cum anima Chriſti, neceſſe eſt dicamus illum non negare abſolutum motum ſubſtantiis ſpiritualibus per hæc verba, *per locos nullo modo mutabilis eſt anima*: Sed negare ſolum occupationem loci, qualem præſeferunt corpora, ita ut per locos idem ſit apud ipſum, ac per occupationem ſpatii, qualis apparet in corporibus.

75. Inſtant. Auguſtinus dicit, (2) *Localiter moveri corporis proprium eſt, & cum anima voluntate, ideo illo motu, qui localis non eſt, corpus ſuum tamen localiter movet, non ex eodem monſtratur & ipſa localiter moveri. Sicut videmus a cardine moveri aliquid per magnum ſpatium loci: & tamen ipſum cardinem non moveri loco.* Ergo negat omnino S Auguſtinus abſolutum motum convenire ſpiritibus.

Reſp. conc. ans, & nego conſeqm. Dum illa dicit S. Auguſtinus docet animæ convenire quemdam motum, qui non convenit corpori, & qui dicitur voluntas ſeu volitio, qui utique non eſt localis motus. Quare dum dicit localiter moveri corporis proprium eſt, docet quod ſolum localiter moveri corporis proprium ſit, & proinde non habeat motum, qui dicitur volitio, qualis animæ præter motum localem convenit. Poteſt etiam dici quod localiter moveri ſit per Auguſtinum moveri occupando ſucceſſive ſpatium, quod ſimiliter non convenit animæ. Alterum quod addit S. Doctor, ex motu, quem anima producit in corpore ſibi conjuncto, non inferri motum animæ, eo modo verum eſt, quo ex motu portæ non infertur cardines portæ e ſuo loco moveri. Ex quo tamen non ſequitur, Auguſtinum negare, nullo alio modo evinci animam localiter quoties velit moveri. Nunquid Adverſarii credent S. Doctorem dubi-

(1) S. Aug. Epiſt. ad Cæleſtinum 18. alias 63. col. 23.

(2) Id. qu. 83. qu. 8.

dubitare, an corpore tranſeunte ex uno loco in alium diſtantem anima moveatur?

II. Objicitur. Abſolutus motus alicujus entis requirit diſtantiam inter locum a quo movetur, & locum ad quem tranſit: ergo excluſis ſaltem omnibus corporibus nullus eſſe poteſt abſolutus motus ullius ſpiritus. Nam in ea hypotheſi cum nulla ſit extenſio, nulla eſt diſtantia. Atqui relate ad ſpiritus perinde eſt, ſive exiſtant ſive non exiſtant corpora: ergo ſi excluſis omnibus corporibus nullus eſt motus ſpiritus, ne his quidem exiſtentibus poteſt eſſe.

Reſp conc. ans, *& nego conſeqm*. Probatio adducta non urget; etſi enim in facta hypotheſi nulla ſit extenſio realis corporea, ſemper tamen eſt extenſio imaginaria, quæ ſufficit ad veram diſtantiam. Ad hanc enim non requiritur, ut adſit intermedium ſpatium, in quo actu ſint corpora, ſed ſatis eſt ſpatium, in quo ea poſſint eſſe. Et cadunt reliqua.

76. Aliter hæc objectio ſic proponitur: Spiritus creati ante mundum corporeum non poſſunt eſſe in loco: ergo nec poſſunt moveri de loco in locum. Ans probatur, Locus eſt pars ſpatii: ſed ante mundum corporeum nullum eſt ſpatium: ergo ſpiritus creati ante mundum corporeum poſſunt eſſe in loco.

Reſp. nego ans. Ad hujus probationem *diſt. maj.* Locus eſt pars ſpatii imaginarii, *conc. maj.* pars ſpatii realis ſeu corporei *nego maj.* Et *diſt. min.* Ante mundum corporeum nullum eſt ſpatium, quod dicitur reale, & conſtituitur ab ipſis corporibus impenetrabiliter extenſis, *conc. min.* aliud ſpatium, quod conſtitui intelligitur ab ipſis creaturis ſpiritualibus, quæ ſint extra ſe invicem, nullum eſt, *nego min. & conſeqm*.

77. III. Objicitur. Moveri abſoluto motu eſt replere modo unum locum, & ſucceſſive alium atque alium: ſed creaturæ ſpirituales ſolum ratione corporum, quibus aliquo modo conjungantur dici poſſunt replere locum: ergo ſolum ratione corporum dici poſſunt moveri abſoluto motu.

Reſp. nego maj. univerſaliter prolatam. Abſolute enim moveri eſt eſſe modo in uno loco, & deinceps in alio præſcindendo ab eo, quod locus repleatur nec ne. Replere enim ſive occupare loca diverſa eſt proprium ſolis corporibus naturalibus, quæ moveantur.

PRO-

* * *

Digitized by Google

PROPOSITIO III.

Motus abſolutus eſt modus poſitivus entis creati mobilis ipſi intrinſecus: motus vero relativus non eſt neceſſario modus ullus poſitivus, ſed poteſt eſſe modus ſolum per rationem noſtram cogitandi.

Articulus Primus.

De Adverſantibus propoſitioni,

78. I. ADverſantur Peripatetici, qui motum ſtatuerunt eſſe formam quamdam particularem, ſive ens prædītum propria entitate, ſed natum unice ad inhærendum alteri enti, (1) *Motus localis*, inquit Suarez, *cum ſit ſubjective in ſubſtantia mobilis, debet eſſe modus ejus, & ex natura rei diſtinctus ab illa.* Cum in hoc non ſit inter ipſos diverſitas opinionum, diſſentiunt deinde in determinanda natura hujus entis alii ab aliis: Idem Suarez de eo alibi ſic loquitur, motus (2) *habet propriarum partium compoſitionem, & unionem per propria continuativa, quæ continuitas eſt entitativa compoſitio talis entis.* Quod ſignificat talem ab ipſo tribui entitatem motui, ut ſit quid in ſe conſtans partibus. Eamdem mihi videor videre opinionem in his verbis Dupaſquierii, (3) *motus eſt forma fluens, verbi gratia in motu locali forma fluens eſt ubi intermedium a termino a quo uſque ad terminum ad quem, forma vero acquiſita eſt iſtud ultimum ubi, ad quod motus ultimo terminatur, & in quo mobile quieſcit. Illæ formæ fluentes, ſive illa ubi intermedia poſſunt eſſe diverſæ rationis ab ubi acquiſito.* Fortunatus a Brixia recentior in hac parte peripateticus motus naturam conſtituit in ubicatione, quæ unico momento temporis durat, ut det locum alteri naſcenti pro ſecundo inſtanti, ſimiliter deſtruendæ per alterius productionem, (4) *Motus*, inquit, *localis formaliter acceptus eſt concretum ex ente, & non ente. Succeſſio namque ubicationum importat in ſuo conceptu formali ubicationem, quæ fiat, & modo non eſt.* Hi omnes pro ſe citant Ariſtotelem, qui poſtquam ſtatuit allatam ſupra definitionem motus, ſic habet, (5) *Motus actus quidem aliquis eſſe videtur, imperfectus tamen. Et ob hoc difficile eſt accipere quid ipſum ſit; aut enim in privationem*

(1) Sua. Metaph. diſp. 51. ſec. 4. num. 4.
(2) Id. ibid diſp. 40. ſec. 8. uum. 14.
(3) Paſq. Phyſ. diſp. 14. qu. 4. concl. 1.
(4) Bri. Phyſ. gen. diſs. 2. ar. 1. prop. 2. coroll. 3. edit. 1.
(5) Ari. lib. 3. Phyſ, cap. 2. juxta Maur.

Digitized by Google

tionem neceſſe eſt ponere, aut in potentiam, aut in actum ſimplicem. Horum autem nullum videtur eſſe poſſe; relinquitur igitur dictus modus actum quemdam eſſe, talem autem actum, qualem diximus difficilem quidem cognitu, ſed qui eſſe poſſit.

79. Cum minus inter ſe conveniant in determinanda natura talis entis, in hoc tamen unanimes ſunt, illam non produci immediate a cauſa movente, ſed mediate ſolum per aliam prius productam entitatem accidentalem, cui naturam tribuunt permanentem, & impetum vocant, definiuntque qualitatem, quæ exigit motum, a qua ſicuti repetunt cauſam immediatam motus continuati in mobili, ita etiam motus in eo inchoati. Rem fuſius propugnat citatus a Brixia (1). Accuſatur Carteſius a Gamache (2), quod ipſe pariter ita de motu loquutus fuerit, ut videatur ipſum conſtituere in forma Peripatetica. Sed minus juſta accuſatio eſt; ſatis enim aperte Carteſius (3) motum corporis ipſius eſſe modificationem dixit, quam nunquam explicavit per aliquid, quod propriam ſibi entitatem haberet diſtinctam ab illa, cujus eſt modus: nec aliter aliqui ſaltem Carteſiani ut Rohaultius (4) ejus doctrinam accipiunt. At inquit Gamaches, aſſeruit Carteſius Deum in rerum principio creaſſe determinatam quantitatem motus: ergo ſuppoſuit motum eſſe aliquod ens abſolutum, & quod poſſit a corpore ſeparari. *Reſp.* cum Jo. M. de Turre (5) *conc. ant*, *&* *nego conſeqm*. Nonne enim poteſt quis vere dicere, Deum cum corpora hæc creaſſet, creaſſe determinatam figurarum quantitatem, quin tamen proinde inferri poſſit ipſum admittere, figuram eſſe formam aliquam peripateticam & non modum...

80. II. Opponitur propoſitioni ipſe Gamaches, qui apud eumdem Turrium (6) vult motum nihil eſſe, quod afficiat ipſa corpora, ſed eſſe ſolum diminutionem vel augmentum diſtantiæ inter corpora intercedentis, atque hanc diſtantiæ mutationem eſſe effectum ſolius Divinæ voluntatis. Contra quem I. eſt, quod definire omnem generaliter motum per diminutionem & augmentum diſtantiæ inauditum eſt. II. eſt, quod nequit intelligi determinata diſtantia inter corpora, quin intelligantur ipſa corpora tamquam termini requiſiti ad eam determinatam diſtantiam concipiendam, nec poteſt intelligi augmentum aut decrementum determinatæ diſtantiæ, quin intelligatur receſſus vel acceſſus unius ſaltem ex determinatis terminis ad alterum, hoc eſt unius ſaltem corporis ad alterum: ex quo jam ſequitur motum abſolutum corporis eſſe quid afficiens ipſum corpus. III. Ad hominem idem Turrius ſic arguit: Car-

(1) Bri. ubi ſupra art. 2. prop. 2. & ſeq.
(2) Gam. Aſtron. Phyſ. diſs. 1.
(3) Car. Princ. par. 2. art. 27.
(4) Roh. Phyſ. par. 1. cap. 10. §. 6.
(5) Tur. Phyſ. gen. num. 282.
(6) Id. ibid. num. 283.

Digitized by Google

Carteſianiſmus non admittit diſtantias, quæ non ſint corpora, cum admittat plenum perfectum: ergo ſi motus pertinet ad diſtantias, jam motus eſt quid afficiens ipſa corpora.

81. III. Opponitur Gabriel Daniel, qui ex dictis (§. 35.) motum computavit inter denominationes extrinſecas corporis, contra quem habet locum ſecundum ex argumentis factis contra Gamachem, qui idem tandem dicit, ac Daniel.

IV. Opponitur Franciſcus Gaudio, qui motum diſtinguens ex dictis (§. 7.) in phyſicum & mathematicum, de phyſico quidem dicit illum eſſe actum vis motricis: adeoque niſi hunc actum dicat eſſe ens aliquod propriam habens entitatem, quod producatur a cauſa motrice, & per modum equitis dirigentis mobile ipſi ſuperimponatur, dicet eſſe modum ipſius cauſſæ motricis, non vero ipſius mobilis. De mathematico autem motu, qualem dicit eſſe translationem ſucceſſivam mobilis de uno loco in alium, hunc pronunciat eſſe ens imaginarium, quaſi vero translatio ſucceſſiva entis non ſit ejuſdem realis affectio.

82. V. Opponitur Cronlandus, qui motum viſus eſt collocare inter entia ſpiritualia. Ipſe enim explicabat motum corporum, & hujus communicationem per unum corpus alteri, dicens, ut verbis utar Muſſchenbroekii, (1) *ideam primum generari in mente intelligente: deinde hanc communicari cum corporibus, atque ex uno in aliud tranſire*. At quid abſurdius, quam definire motum corporum, eſſe ideam mentis intelligentis? Et concipere ideas, quæ ſunt modi animæ, ſeparari ab ipſa, & invadere corpora. Hæc neſcio quomodo non viderit Author notarum in citatum Muſſchenbroekii locum, qui auſus eſt dicere, *vereri ſe impoſſibile id eſſe affirmare, quando ſermo eſt de ideis humanis aut Angelicis*.

83. VI. Tandem opponuntur non pauci recentiorum, qui de motu corporum agentes ſaltem dubitant eſſe pluſquam modificationem, in quibus eſt Muſſchenbroekius, qui in hac dubitatione uſque ad finem vitæ perſeveravit, cum eam repetat etiam in ultimo ſuo opere Introductionis ad Philoſophiam (2). Cum autem horum potiſſimum argumentum fundetur in hoc loquendi modo, motus tranſit ex uno corpore in aliud, quo uſus jam fuit Carteſius (3), & paſſim deinde alii, ii ſolum hanc dubitationem fovere poſſunt, qui in ſenſu proprio eam loquutionem imprudenter admittant, non vero qui advertant in ſenſu ſolum figurato ſumi debere, ut inferius exponam.

Ar-

(1) Muſs. Elem. Phyſ. cap. 4. §. 112.
(2) Id. Introd. §. 202.
(3) Cart. Princ. par. 2. num. 42.

Articulus II.

Argumenta pro prima propoſitionis parte.

84. PRO prima parte, nimirum motum abſolutum eſſe aliquid poſitivum, & intrinſecum ipſi mobili I. ſic arguo. Corpus per motum abſolutum ipſi ſuperadditum habet majorem vim, quam ſine ipſo: ſic globus penetrat parietem per bombardàm emiſſus, & malleus etiam metalla complanat ab alto decidens: ſed quod non eſt aliquid poſitivum, non habet ullam vim: & ſimiliter quod non eſt intrinſecum & faciens unum cum ipſo corpore, ſed illi extrinſecum dumtaxat, perinde eſt relate ad corpus ipſum, ac ſi nihil eſſet: ergo motus abſolutus eſt aliquid poſitivum, & intrinſecum ipſi mobili.

85. II. Id quod nullo etiam intellectu cogitante diverſas ſpecies habet, eſt aliquid poſitivum, & non dependens a cogitatione; nam nihilum incapax eſt multitudinis ſpecierum, & ſiquas habet, eæ ſunt ſolum in intellectu cogitante, ut cum dicimus, illum qui ære alieno gravatur, cui ſolvendo non eſt par, habere nihilum majus altero, qui nihil revera habeat, ſed nemini etiam quicquam debeat: atqui motus nullo etiam intellectu cogitante diverſas ſpecies habet; ſunt enim totidem ſpecies, quot ſunt poſſibiles diverſi velocitatis gradus, & diverſæ directiones, quorum utrumque complectitur numerum infinitum ſpecierum. Quod de velocitate quidem ſupra (§. 46.) oſtendi: de directione autem in ſpatio planum fit ex eo, quod directiones in ſpatio concipiantur tamquam totidem lineæ in ipſo deſignatæ a corpore, quæ ſunt infinitæ numero, & ſpecie, ut norunt Geometræ. Atque hinc revera nata ſunt illa nomina motus rectilineus, motus curvilineus, quæ ſunt duæ primariæ ſpecies, ſub quarum prima ſunt motus horizontalis, verticalis, obliquus, & alii: ſub altera vero motus circularis ellipticus ſpiralis & alii: ergo motus eſt aliquid poſitivum & intrinſecum mobili, ſeu non dependens ab ullius cogitatione.

86. Objicitur. Motus nòn eſt quid poſitivum, ſi nihil poſitivi poteſt in ipſo aſſignari: ſed ita eſt: Probatur minor: ſi quid poſitivi poſſet in ipſo aſſignari, eſſet vel actu præſens, vel præteritum, vel futurum; atqui non eſt aſſignabile quid actu præſens, quia in hoc conſiſtit quid permanens, quod opponitur motui: non quid præteritum, quia quod præteriit, jam non eſt: non tandem quid futurum, quia quod futurum eſt, actu nihil eſt: ergo nihil poſitivi poteſt aſſignari.

Reſp. conc. maj. & nego min. Ad probàtionem iterum *conc. maj. & nego*

Digitized by Google

& nego min. Aſſignatur enim quid actu præſens,cujus natura eſt non eſſe quid permanens, ſed ſucceſſivum. Quare negatur quod univerſaliter affirmatur, omne quod eſt actu præſens eſſe quid permanens; nonne enim ſucceſſiva rerum duratio eſt quid actu præſens, etſi non ſit quid permanens? Aſſignatur etiam quid præteritum, non quod ſit, ſed quod fuit: & quid proportionaliter futurum, ſcilicet quod non eſt, ſed erit.

87. Inſtant. Quod eſt actu præſens in motu, non eſt niſi pars ſpatii, in qua reperitur mobile; ſed pars ſpatii non eſt motus: ergo quod eſt actu præſens, non eſt motus.

Reſp. nego maj. Nam quod eſt actu præſens, eſt ipſe motus, quædam ſcilicet peculiaris modificatio, in qua nullæ ſunt partes, ſi ſecundum ſe conſideretur, ſed ſolum ut eam nos concipiamus, ad partes ſpatii referimus, ut infra declarabitur.

ARTICULUS III.

Argumenta pro reliquis propoſitionis partibus.

88. SEcunda propoſitionis pars, nimirum motum abſolutum eſſe dumtaxat modificationem &quidem entis ſolum creati, ſic probatur. Poteſt & intelligi & eſſe aliquod ens ſine motu abſoluto, non poteſt vero intelligi & eſſe motus abſolutus, quin ſit aliquod ens quod moveatur: ſed aliquid ita eſſe, ut non poſſit neque intelligi, neque eſſe ſeparatum ab altero, eſt proprium modificationis: ergo motus abſolutus eſt modificatio. Quod autem ſit modificatio ſolius entis creati, ſuadetur, quia in ente increato non cadunt ullæ modificationes; nam nulla in ipſum cadit compoſitio, neque hæc ſpecialis, quæ dicitur motus, quia immenſum eſt & immutabile.

89. Contra Peripateticos, qui motum volunt eſſe formam præditam ſua entitate, arguitur tum ex inutilitate hujuſmodi formæ, quia per motum, qui ſit modificatio, omnia explicantur, quæ explicanda ſunt: tum ex impoſſibilitate hujuſmodi formarum, ſeu ut aliter dicitur accidentium, quod cum paſſim jam Philoſophi demonſtrent univerſaliter, id Gabriel Daniel (1) in hac ipſa re facit poſt Marinum Merſennum, qui (2) *plus realitatis*, inquit, *non tribuo motui, aut aliis ſubſtantiæ mutationibus, quas qualitates vocant, quam vulgo Philoſophi tribuant figuræ, quæ apud illos non eſt qualitas realis, ſed tantum modus.*

90. Contra illos, qui ex tranſitu motus ex uno corpore in aliud inferunt eſſe pluſquam modificationem, ad hominem ſic arguitur.

Ideo

(1) Dan. Natur. du mouve. to 1. operum diverſorum pag. 287.

(2) Merſ. in Ep. Carteſ. par. 2. ep. 116.

Digitized by Google

Ideo motus corporis eſt pluſquam modificatio: quia ille tranſit ex uno corpore in alterum: ſed falſum eſt motum corporis tranſire ex uno corpore in alterum, ſumpto verbo tranſeo in ſenſu proprio, qui importat idem ens eſſe prius in uno ſubjecto, & deinde in alio: ergo falſum eſt motum corporis eſſe pluſquam modificationem. Major eſt tota ratio Adverſariorum, quæ ſi ſubſiſteret, certum jam eſſet motum, ſeu ut alii volunt impetum, ſeu vim deferentem, ſeu vim motricem inditam corporibus eſſe pluſquam modificationem; nam in tranſitu motus, qui verus propriuſque tranſitus eſſet, appareret exiſtentia motus etiam in ſtatu ſeparationis a ſuo ſubjecto, quod non ſolum in modis non accidit, ſed eſt character quidam, per quem dignoſcitur, an aliquid ſit modus, an non ſit. Quare ſicuti mirum eſt Muſſchenbroekium (1) affirmare hunc tranſitum motus ſeu vis motricis, & deinde dubitare de illa, (2) *an ſit ens phyſicum, aut ſubſtantia ſui generis*; ita mirum eſt alios, ut Joannem de Turre (3), ſtatuere motum eſſe modificationem mobilis, & ſimul admittere illum tranſire ex uno corpore in aliud. Major igitur facti argumenti cum vera ſit, ſuadetur minor, quia ſine ullo proprio motus tranſitu explicantur omnia, quæ pro illo comprobando ſolent afferri phænomena ex corporum mutua colliſione per ſolam eorumdem extenſionem impenetrabilem & inertem. Ita explicatur quomodo corpus quietum moveatur, ſi occurrat illi corpus motum, per hoc, quod corpus quod moveatur, producat motum in corpus quietum, nec propterea quod pars motus ipſius appareat deperdita, infertur tranſitus partis iſtius in aliud corpus, ſicuti concluſit Muſſchenbroekius (4), & qui illum ſequuntur, ut Fortunatus a Brixia (5) ſupponunt: ſed ſolum infertur, quod corpus quietum extinxerit pari reactione motum aliquem in corpore ſibi occurrente. Quæ ſicuti alia phænomena, quæ in mutuo corporum obſervantur occurſu, diſtinctim alibi (6) explicavi. Hanc explicationem jam olim animo informavit Henricus Morus, qui Carteſio opponens fieri non poſſe hujuſmodi tranſitum motus modi corporei dixit, (7) *Equidem pronior ſum in hanc ſententiam, quod nullus prorſum ſit motuum tranſitus, ſed quod ex impulſu unius corporis aliud corpus in motum quaſi expergiſcitur, quodque corpus non tam ſuſcipiat motum, quam ſe in motum exerat a corpore alio commonefactum*. Clarius quia ſine metaphoris idem expreſſit Duhamelius, (8) *a corpore motus in aliud corpus non transfertur, cum motus ſit modus, qui ex uno in aliud*

(1) Muſs. Elem. Phyſ. cap.4. §. 110.
(2) Id ibid. §. 112.
(3) Tur. Scien. d. Nat. par 1. §. 233.
(4) Muſs. Elem, Phyſ. §. 111.
(5) Bri. Phyſ. par.1. diſs.2. ar.2 §.116. ſec. edit.
(6) De Cauſ. efficien. §. 355.
(7) Mor. in Ep. Carteſ. par.1. ep.70.
(8) Duham. de ment. hum. lib.3. cap.6. num. 6.

aliud corpus commeare nequit. Corpora igitur ſunt alia aliis, velut occaſiones motus, ut varie ſibi occurrunt aut colliduntur, quod ea ſint impenetrabilia.

91. Pro ultima propoſitionis parte, nimirum motum relativum non eſſe neceſſario modum ullum poſitivum, ſed poſſe eſſe modum per noſtras ſolum cogitationes, ſic arguitur. Motus relativus unius entis toties habetur, quoties mutetur ipſius diſtantia aut ſitus reſpectu illorum, quibuſcum comparatur: atque hæc mutari poſſunt nulla facta diverſa modificatione in eo quod refertur, ſed in iis ſolum ad quæ refertur: ergo motus relativus non eſt neceſſario modus ullus poſitivus.

92. Hinc ſequitur motum abſolutum ſemper eſſe motum verum, qui ſcilicet eſt aliquid poſitivum nullo etiam intellectu cogitante: at motum relativum poſſe eſſe motum dumtaxat apparentem ſed non verum, qui ſcilicet in ſe nullo intellectu cogitante non eſt aliquid poſitivum, & ſolum apparet motus ex mutata relatione inter locum illius entis, & loca aliorum, inter quæ intellectus inſtituit comparationem.

PROPOSITIO IV.

Motus ratione quidem ſui non habet partes; ſed habet ratione tum ſpatii tum temporis; quarum tamen partium nulla alteri coexiſtit; & qua ratione habet partes, eſt diviſibilis in infinitum.

93. DE partibus motus localis, an & quæ ſint, & num indiviſibiles an diviſibiles & quidem in infinitum, factæ jam olim fuerunt totidem quæſtiones, quas elevat Daniel (1), tamquam excogitatas ad obruendam ideam communem motus. Verum illæ profecto non ſunt abſurdæ, nec difficilem habent ſolutionem, ut ex dicendis planum fiet. Prima interea pars eſt contra philoſophos, quos ſequitur Suarez, qui de partibus motus ita loquuntur, ut omnino eas credant illi competere ratione ſui. Quod quidem conſequenter dicunt poſt datam motui propriam entitatem. Itaque Suarez, (2) *motus*, inquit, *prout eſt aliquid ex natura rei diſtinctum ab aliis rebus, habet propriarum partium compoſitionem, & unionem per propria continuativa*. Et infra. *Habet motus latitudine ſuæ entitatis propriam compoſitionem ex propriis partibus*. Et alibi

(1) Dan. Nat. du Mouve. (2) Sua. Metaph. diſp. 40. ſec. 8. num. 14.

Digitized by Google

alibi motum, qui per determinatum ſpatium fiat brevi rempore, dicit æqualem eſſe illi, qui per idem ſpatium fiat longo tempore, propterea quod reſpondent partibus ſpatii, quod dicitur æquale in utroque caſu, totidem motus, ſed in caſu motus velocis partes ſunt inter ſe magis compreſſæ, quam ſint in motu tardo: (1) *Si primum mobile*, ſic ille, *duplo majori velocitate moveretur, circulatiô integra ſolis æqualis motus eſſet, ac nunc eſt; nam eſſet integer tranſitus æqualis mobilis per æquale ſpatium*, quod, ut infra (2) dicit, *probat æqualem motum poſſe magis vel minus durare. Quod tamen non provenit ex eo, quod habet plures vel majores partes durationis, ſed ex eo, quod illas partes habet magis aut minus tranſeuntes ut ita dicam, vel magis & minus quaſi compreſſas & conjunctas.*

94. Pro prima parte, nimirum motum non habere partes ratione ſui, ſic arguo. Motus abſolutus eſt modus quidam (§.88.): Modus non habet propriam entitatem: Quod non habet propriam entitatem, non habet partes ratione ſui: ergo motus non habet partes ratione ſui.

Pro ſecunda parte, nimirum motum habere partes ratione tum ſpatii tum temporis ſuadetur, quia hoc importat non poſſe intelligi motum non intellecto ſpatio tempore & horum partibus, ut inter ſe continuo unitis: atqui ita eſt (§.41.): ergo motus habet partes ratione ſpatii.

Pro tertia parte, nimirum partes, quæ aliquo modo ſunt in motu, nunquam coexiſtere, ſic arguo. Motus eſt mutatio continua loci: ergo pars motus eſt pars mutationis continuæ loci: ſed ſiqua pars mutationis continuæ loci coexiſteret alteri vel poſteriori vel anteriori, illa non eſſet pars mutationis continuæ loci; cum hac enim non componitur quod una pars aliam quodammodo expectet: ergo nulla pars motus alteri coexiſtit. Hinc infertur, motum non ſolum habere aliquo modo partes, ſed illas eſſe, ut dicit Suarez (3) quodammodo impenetrabiles, cum non poſſint quaſi congregari nec in puncto ſpatii, nec in puncto temporis.

Pro quarta tandem parte, nimirum partes quæ ſunt in motu eſſe diviſibiles in infinitum, ſic arguo. Quod habet aliquo modo partes extenſas eſt diviſibile in infinitum, ut aliunde conſtat: ſed motus habet aliquo modo partes extenſas; nam habet partes ratione ſpatii, & temporis, quorum utrunque eſt aliqua extenſio: ergo motus eſt diviſibilis in infinitum.

94. Ex dictis ſolvitur argumentum, quo aliqui apud Suarez dubitarunt de exiſtentia entis ſucceſſivi, cujuſmodi eſt motus, propterea quod ex una parte viderent ei convenire ſuas partes, & ex alia

(1) Id. ibid. diſp. 50. ſec. 9. num. 3.
(2) Id. ibid. num. 5.
(3) Id. Metaph. diſp. 40. ſec. 8. n. 11. 13. & 15.

alia non ſatis viderent, quænam eſſe poſſent hujuſmodi partes. Illorum argumentum ſimile eſt illi, quod ſupra (§. 86.) propoſui, & ſic habet: partes entis ſucceſſivi vel ſunt præſentes vel præteritæ vel futuræ: atqui partes præteritæ & futuræ nihil ſunt: partes vero præſentes nihil aliud ſunt niſi pars ſpatii, in qua eſt ens ſucceſſivum certo temporis puncto: ergo ens ſucceſſivum erit pars ſpatii, quod eſt abſurdum.

Reſp. diſt. maj. Partes entis ſucceſſivi, prout eſt ens præditum propria entitate, ſunt præſentes vel præteritæ vel futuræ, nego ſuppoſitum; nam ens ſucceſſivum, ſive motus eſt modificatio quædam: partes entis ſucceſſivi, prout eſt modificatio quædam, ſunt præſentes vel præteritæ vel futuræ, *ſubdiſt.* partes quæ in ente ſucceſſivo ſint ratione ſui, ſunt præſentes vel præteritæ vel futuræ, nego iterum ſuppoſitum: nam hoc ens non habet partes ratione ſui: partes entis ſucceſſivi, quæ in ipſo ſint ratione ſpatii, vel temporis, ſunt præſentes vel præteritæ vel futuræ, *ſubdiſt.* claritatis gratia, ita ut debeant eſſe disjunctive vel præſentes vel præteritæ vel futuræ, *nego maj.*, ita ut ſint conjunctim aliæ præſentes, & aliæ futuræ, *conc. maj.* Veniendo autem ad minorem, eam ſic *diſtinguo*: Partes præteritæ & futuræ nihil ſunt, quod pertineat ad ens permanens, *conc.* quod pertineat ad ens ſucceſſivum, nego hanc partem, & conceſſa altera parte, *nego conſeqm.*

PROPOSITIO V.

Motus abſolutus non fit ſine exercitio vis motricis, quo mutato ille etiam mutatur: at motus relativus non ſolum poteſt fieri ſine ulla vi motrice, ſed per actionem etiam vis motricis in id, quod movetur relative, poteſt ille non mutari.

96. Explico prius quid ſit vis motrix. Vis motrix ſignificat principium motus, ſive id unde motus pendet. Spiritus creatus, qui poteſt ex alibi (1) dictis ſe per ſe ipſum determinare ad motum, habet in ipſa ſui eſſentia vim motricem tum motus, quem primo habere incipiat, cum antea non haberet, tum continuationis motus, qui cum potuerit amplius non eſſe, adhuc ſit: Corpus autem cum ſit iners, nequit habere in ſe vim motricem reſpectu motus, quem primo habere incipiat, ſed reſpectu

(1) De Cauſ. efficien. §. 75.

ctu talis motus ea externa eſt corpori: reſpectu autem motus, qui poſtquam incœpit, perſeverat, vis motrix in ipſo corpore eſt, ſed hæc non ſolum non diſtinguitur ab ipſa eſſentia corporis niſi per rationem, quod commune eſt vi motrici, quæ convenit ſpiritui, ſed etiam non eſt reipſa aliquid, niſi per noſtrum cogitandi modum; pertinet enim hujuſmodi vis motrix ad illud meri corporis attributum, quod audit inertia, quæ explicatur per negationem facultatis determinandi mutationem ſtatus ſui. Quare vis motrix, cum ſermo eſt de corpore, eſt attributum quoddam negativum: cum vero ſermo eſt de ſpiritu, eſt attributum poſitivum, ab ipſa eſſentia ſpiritus ſolum per rationem noſtram diſtinctum, quæ fuſius alibi expoſui (1).

97. Pro prima jam propoſitionis parte, nimirum motum abſolutum non fieri ſine exercitio vis motricis, ſic arguitur. Motus abſolutus eſt poſitivus modus afficiens mobilia: hujus poſitivi modi debet eſſe ſua cauſa: hæc cauſa eſt & dicitur vis motrix actu ſe exercens: ergo motus abſolutus non fit ſine exercitio vis motricis.

Pro ſecunda parte, nimirum motum abſolutum mutari mutata actione vis motricis, ſic arguitur. Motus abſolutus dependet a vi motrice ex modo dictis: ergo mutata actione vis motricis etiam motus abſolutus mutetur neceſſe eſt.

98. Pro tertia parte, nimirum motum relativum poſſe haberi ſine vi motrice, ſic arguitur. Motus relativus non eſt neceſſario modus ullus poſitivus entis, quod dicitur moveri relative (§. 91.): ergo poteſt eſſe merum nihil in ſe: ſed ad merum nihil non requiritur ulla vis motrix: ergo poteſt eſſe motus relativus ſine ulla vi motrice.

Pro quarta parte, nimirum poſſe eumdem eſſe motum relativum, etiamſi vis aliqua motrix agat in id, quod habet hujuſmodi motum, ſic arguitur. Motus relativus non dependet neceſſario a vi motrice, quæ agat in id, quod habeat hunc motum, ſed a mutatione diſtantiæ, quam habeat cum aliis rebus: atqui poteſt eadem diſtantia perſeverare, etiamſi vis aliqua motrix exerceatur in id, quod movetur relative, quoties par vis exerceatur etiam in ea, quibuſcum comparatur: ergo poteſt idem eſſe motus relativus, etiamſi vis motrix exerceatur in id, quod relative movetur.

99. Hinc ſequitur motum abſolutum alicujus entis mutari poſſe, quin interea mutetur ipſius motus relativus, & hoc etiam relativo motu mutato poſſe abſolutum non mutari; Nam quod pertinet ad primum: Etſi omnis nova vis agens in mobile mutet ipſius motum abſolutum, attamen ſi interea par vis ſecundum eamdem directionem agat in ea, per quorum comparationem dicebatur habere tantum

(1) Ibid. §. 455.

Digitized by Google

tum motus relativi, hic non mutabitur, ergo poteſt non mutato motu relativo mutari ipſius motus abſolutus. Quod autem pertinet ad ſecundum. Quamvis non agente ulla nova vi in id, quod abſolute movetur, non mutetur hic motus, ſi tamen interea vis, quæ agebat in alia, per quorum comparationem dicebatur habere tantum motus relativi, magis agat quam prius, mutabitur ejuſdem motus relativus, quia mutatur ejus diſtantia ab illis: ergo poteſt non mutari motus abſolutus alicujus entis, dum mutatur ejuſdem motus relativus.

PROPOSITIO VI.

Poteſt aliquid moveri motu relativo ſimul & abſoluto in eamdem plagam vel oppoſitam: atque cum motus ſunt in eamdem plagam, ſumma celeritatum erit celeritas integra, qua mobile abſolute movetur: cum autem motus ſunt in plagas oppoſitas, celeritas integra erit differentia inter celeritates oppoſitas.

100. PRima pars quod poſſit quid moveri relative ſimul & abſolute in eamdem vel oppoſitam plagam, probatur I. quia unus motus non opponitur alteri, prout liquet ex illorum definitionibus (§. 9.) II. a poſteriori, quia quotidie ſol in ſententia terræ quieſcentis movetur abſolute, cum modo ſit in Horizonte, & modo procul ab ipſo, & movetur etiam relative reſpectu ejus, qui in ortum vel occaſum moveatur.

Secunda pars de modo cognoſcendi integram celeritatem mobilis, quod in eamdem plagam pluſquam uno modo moveatur, ſic declaratur. Mobile ſit Nauta. Hic navi procedente moveatur in eamdem plagam, ſcilicet a puppi ad proram: jam datur motus proprius nautæ ſe moventis, cujus celeritas nota fieri poteſt: motus autem navis in eamdem directionem, cujus celeritas nota ſimiliter ſit, eſt ejuſdem etiam nautæ motus, & quidem abſolutus in ſententia terræ quieſcentis: addita igitur celeritate, qua nauta per motum navis movetur, celeritati, qua ſe ſuis pedibus movet, habetur tota celeritas motus abſoluti, quem habet nauta: Itaque ſi celeritas navis ſit ut 100, & celeritas nautæ in eamdem plagam ſit ut 10,
erit

Digitized by Google

erit integra nautæ celeritas ut 110. Quod ſi idem mobile Nauta conſideretur in hypotheſi terræ ſe moventis ab Occidente in Orientem celeritate ut 1000, navi interea in Orientem pariter tendente celeritate ut 100, ipſo autem nauta ſe movente eodem tempore a puppi ad proram celeritate ut 1, quoniam in hac hypotheſi eſt in mobili præter motum ſibi proprium, utpote a vi ſua motrice productum, motus ſibi communis cum terra, & motus proprius navis, in qua eſt, qui motus omnes in eamdem directionem conſpirant, erit tota nautæ celeritas redactis in unam ſummam ſingulis celeritatibus, ut 1101.

101. Tertia pars de poſſibilitate motus in plagas oppoſitas ejuſdem mobilis. & modo cognoſcendi integram ipſius celeritatem, ſic declaratur. Mobile ſit iterum nauta. Hic terra quieſcente intra navim celeriter actam lentiſſime progrediatur a prora ad puppim; en in homine motus oppoſitus motui navis, quem ipſe participat. Spectator conſtitutus immobilis extra navim, qui obſervaret motum hominis, poſito quod ipſius celeritas ſit ut unum: illa vero navis ut 100, concluderet integram hominis celeritatem ſubtracta una celeritate ab oppoſita eſſe ut 99. Fiat jam hypotheſis, quod Terra moventur Orientem verſus celeritate ut 1000, & homo a prora ad puppim celeritate ut 1, dum interea navis occidentem verſus celeritate ut 100 movetur, habet homo celeritatem ut 99 comparate ad illam navis, quam participat, quippe detrahenda eſt ſua ipſius celeritas ut unum ab illa oppoſita navis ut 100. Atque cum hæc ipſa celeritas ut 99, utpote oppoſita celeritati terræ ut 1000, ſit ab hac detrahenda, concluditur hominem abſolute moveri celeritate ut 901.

102. Hinc patet poſſe quid moveri relative magna celeritate, quin tamen abſolute quicquam vel parum moveatur: quod continget, quando motus relativus non conſpiret cum abſoluto, & mutuo elidantur ex toto vel magna ex parte: & poſſe pariter quid moveri relative exigua celeritate, & abſolute moveri ingenti celeritate: quod contingit, quando motus relativus conſpirat cum abſoluto. Qui quærat quomodo ex dato motu abſoluto, non ſolum uniformi, ſed etiam variabili duorum corporum, inveniatur motus relativus unius reſpectu alterius, ille abunde docebitur ab Eulero (1).

PRO-

(1) Eul Mech. rom. 1. prop 11. & 12.

PROPOSITIO VII.

Motus perpetuus naturalis datur, artificialis vero eſt impoſſibilis.

103. MOtus perpetuus vocatur motus unius ejuſdemque corporis inanimati per curvam redeuntem in ſeipſam, ita ut poſt hominum memoriam, vel ſaltem a longo tempore habeat in puncto, quod ſtabiliatur principium ſuæ periodi eamdem ſemper quantitatem motus ſine interventu externæ cauſſæ. Atque ſi hic motus ſit ſine ullo artificio humano, dicitur naturalis: ſin vero hoc artificium intercedat, artificialis vocatur. Aliorum definitiones, quæ ad hanc accedunt, dabit Chambers (1). Alia Graveſandii apud Proſperum Marchand ſic habet, (2) *In mechanica motus perpetuus appellatur machina, cujus principium motus non dependet ab ullo agente extrinſeco, & motus ipſe nunquam ceſſaret, ſi ejus partes uſu ipſo non conſumerentur*. Ea conſpirat in noſtram quantum ad ſenſum; dum enim dicit motum perpetuum eſſe machinam, credo equidem voluiſſe dicere motum machinæ, vel potius mobile perpetuum eſſe machinam, ſicuti loquutus fuerat Gaſpar Schottus (3) ſimili uſus definitione.

ARTICULUS PRIMUS.

Argumenta pro prima propoſitionis parte.

104. PRima pars, quæ eſt de motu perpetuo naturali ſic probatur. Ab orbe condito revolvuntur circa Solem Planetæ eodem conſtanti modo, profecto ſine ullo artificio humano. (4) *Quid dicam cum Tullio, Chalcidico Euripo in motu identidem reciprocando conſtantius? Quid freto Sicilienſi? Quid Oceani fervore?* Conſtans pariter, & continua eſt a tot jam ſæculis circulatio aquarum, quæ e mari vi Solis, & aliarum cauſarum ad machinam mundi pertinentium perpetuo in aera elevatæ, & iterum ex aere in terram vi gravitatis decidentes ſub forma roris vel nivis vel grandinis vel pluviæ in mare devolvuntur; ex quo fit ut omnia flumina intrent in mare, quin mare unquam redundet, quemadmodum fuſe exponit

(1) Cha. Diction. art. Moto perpetuo.

(2) March. Diction. art. Graveſan. Remarq.

(3) Sch. Techn. curioſ. lib. 10. par. 2. cap. 4. §. 1.

(4) Tul. de Nat. Deor. l. 3. n. 24. col. 335.

Digitized by Google

ponit Niewentitius (1): Atqui hi motus ſunt motus perpetui naturales: ergo datur hujuſmodi motus. Non addam argumentum ex continua dum vivimus circulatione ſanguinis, & humorum per proprios ſingulis hiſce liquoribus ductus, ut notum eſt Anatomicis, & alibi (2) aliquatenus declaravi, quia cum a notione motus perpetui is longe abſit, qui pendeat ex machina identidem reficienda, jam hujuſmodi circulatio, quæ non perſeverat niſi ingeſto identidem cibo, quo vires ad eam etiam conſervandam reparentur, perpetua in ſenſu quæſtionis non eſt. Multo minus exemplo utar lucernarum, quæ a veteribus in ſepulchris clauſæ dicuntur inventæ etiam poſt multa ſæcula ardere, ſuſtentatæ, inquit Daniel Bartoli (3) a perpetuo circulo aeris pinguis, qui intus coercetur, & tunc primum viſæ extingui, quando illis apertis recens aer ingreditur. Nam falſum hoc alii credunt, & flammam, quam forte quis viderit coruſcare in aperitione alicujus urnæ, tribuunt eidem cauſæ, quæ aliquando excitat flammas in libero aere ſupra ſepulchreta: nec moventur niſi ad riſum, cum audiunt Carteſium imaginantem ſibi (4) *multas ramoſæ fuliginis particulas circa flammam lucernæ exiguum quaſi fornicem componere*: & impedire circumjacentis aeris acceſſum, & efficere *ut materia primi elementi ſola ibi remanens tamquam in exigua quadam ſtella celerrime ſemper gyrans lumen per totum conditorium diffundat, exiguum quidem, ſed quod externi aeris motu cum locus aperitur, facile vires poſſit exhibere*.

105. I. Objicitur. Motus corporum cæleſtium inſenſibiliter minuitur ex reſiſtentia aliqua, quam a fluido etſi tenuiſſimo, in quo moventur, patiuntur: ergo tandem ceſſabit, niſi externa cauſa ſcilicet Deus aliter provideat.

Reſp. permitto totum. Nam juxta ſtabilitam definitionem motus perpetui non requiritur, ut idem mobile inanimatum abſolute moveatur in ſempiternum, ſed ſolum ut redeat ſine ullo novo motore ad eas partes, ad quas ab immemorabili vel longo tempore redit. Quæ acceptio perpetui non eſt nova aut impropria, ſed communis apud Latinos, ut docebunt Lexicographi. Quando igitur certum eſſet, quod aliqui conjiciunt, motum cæleſtium corporum inſenſibiliter minui, ex hoc quidem poſſet inferri defecturum aliquando illorum motum, non vero illum non eſſe nunc, qualem eſſe novimus a multis jam annorum millibus.

106. II. Objicitur. Circulatio aquarum a mari per aera, & ab aere in terram, & iterum in mare, nequit dici motus perpetuus, ſi ac-

(1) Niew. Relig. philoſ. contempl. 19. a ſec. 64.

(2) De Ideis §. 536.

(3) Bart. Ricrca. del Savio lib. 2. cap. 2. §. I noſtri ingegni.

(4) Cart. Princ. par. 4. num. 116.

Digitized by Google

ſi accidat continuo aquarum diminutio: atqui hæc accidit; nam continuo magna arenæ & aliorum ſolidorum corporum vis intra mare a fluminibus deportatur; quare niſi minueretur continuo aquarum quantitas, alveus maris illas non poſſet continere: ergo.

Reſp. I. *nego maj.* Siquidem rite concluditur eſſe eamdem aquam, quæ nunc per circulum perpetuo movetur, ac erat olim, quoties illa præſentis temporis dicitur eſſe non jam majoris, ſed minoris quantitatis ac olim fuit. In majori enim quantitate continetur hæc minor: de qua proinde verum eſt, quod nunc per circulum movetur, ſicuti jam ab antiquo movebatur. *Reſp* II. *omitto maj.* & *nego min.* Nec adducta ratio urget; nam ex alibi (1) etiam dictis per majorem amplitudinem, quam mare acquiſiverit ſubmerſa alicubi parte aliqua terræ novus locus iiſdem aquis ſufficitur.

ARTICULUS II.

Argumenta pro ſecunda propoſitionis parte.

107. SEcunda pars, quæ negat poſſibilem eſſe perpetuum motum artificialem, ſic probatur. Omnis machina ſemel mota neceſſario patitur reſiſtentiam medii, & in aliquibus ſuis partibus affrictum, & ſi verticaliter moveatur continuam etiam tendentiam in terram: ergo ut ſemel mota haberet motum perpetuum artificialem, opus eſſet ut haberet in ſe vim, quæ hæc omnia impedimenta ſuperaret: ſed hæc vis nulla occurrit: non elaſteria, quæ agunt ſe explicando, & poſtquam explicata fuerint, ceſſant ab agendo: non pondera, quæ agunt deſcendendo, quod nequeunt facere in infinitum, quæ ſunt duæ virium ſpecies, quibus artificialis motus aliquandiu obtinetur: ergo nulla machina ſemel mota habere poteſt motum perpetuum artificialem.

108. II. Sic arguitur. Idem corpus nequit eſſe modo magis, modo minus grave: ſed hoc requireretur, ut aliqua machina motu perpetuo artificiali moveretur: ergo nulla poteſt ſic moveri. Minor probatur, quia opus eſſet, ut quæ pars modo accedit terræ, utpote magis ponderoſa, recederet deinde, prout continuatio motus per gyrum poſtulat, quod non fiet niſi minoris ponderis evadat. Hinc compertum eſt, corpus quodvis acquirere poſſe per accelerationem a gravitate provenientem eam dumtaxat vim, per quam ſolum aſcendat ad eamdem altitudinem, non vero illam ſuperet, & ex pendulorum vibrationibus conſtat hunc ipſum æqualem aſcenſum impediri tum ab affrictu tum a reſiſtentia medii, in quo neceſſario moventur.

(1) De Mundo §. 234.

Digitized by Google

109. Confirmatur argumentum I. ab authoritate aliorum philoſophorum. Kircherus (1) dicit illum, qui quærit perficere motum perpetuum, quærere, ut pondus minus præponderet majori, aut quod idem eſt, ut minor potentia ſuperet majorem, quod repugnat. Delahire apud Cambers (2) dicit ad motum perpetuum artificialem requiri, ut corpus ſit ponderoſius ſe ipſo, quod pariter repugnat. Card. Perronius (3) illos, qui quærunt motum perpetuum, eodem loco habet, ac illos qui lapidem philoſophorum inquirunt. Confirmatur II. ex infelici exitu omnium tentaminum, quæ in hac re facta fuerunt, quorum unum legere eſt in compendio Tranſactionum philoſophicarum (4).

110. I. Objicitur. Proſper Marchand, qui fuſe tractat (5) de motu perpetuo artificiali occaſione cujuſdam machinæ ab Orffyreo quodam, gente Saxone, conſtructæ Caſſellæ, refert eam ſemel in motu poſitam repertam eſſe, non ceſſaſſe a motu etiam poſt multos dies.

Reſp. I. Narrationem inniti teſtimonio unius vel alterius hominis, non multitudinis. *Reſp.* II. Motum perpetuum non conſtitui a motu per multos dies conſtante, aliter dicendum eſſet horologia, quæ moventur eodem modo multis diebus, quin ullius manum requirant, eſſe exempla motus perpetui.

111. I. Inſtant. Graveſandes inviſens an. 1721. hanc machinam, etſi non viderit internam ejuſdem ſtructuram, quæ erat magna quædam rota, credidit tamen eſſe exemplum veri motus perpetui artificialis.

Reſp. ſi non vidit internam ſtructuram, quo jure credidit?

II. Inſtant. Idem Graveſandes in hanc rem meditatus viſus eſt ſibi inveniſſe rationes pro poſſibilitate hujuſmodi motus perpetui, quæ habentur apud eumdem Marchandum.

Reſp. apud eumdem haberi etiam, quod Joannes Bernoullius omnibus perlectis nihil commotus eſt, & impoſſibilem eſſe hunc motum adhuc propugnavit. Quidquod ne ipſum quidem Graveſandem fuiſſe ab excogitatis rationibus perſuaſum evincitur ex eo, quod inter alias rationes pro poſſibilitate motus perpetui artificialis afferat illam de exiſtentia motus perpetui naturalis, quaſi poſſet ab hoc exemplo quicquam concludi: & illam de ignorantia, in qua ſumus de ſingulis naturæ legibus, quam jure contempſit Bernoullius, reponens ſatis eſſe ad concludendam motus perpetui artificialis repugnantiam, noſſe hanc naturæ legem, quod opus ſit ut centrum

(1) Kir. Ars magn. lib. 2. par. 4. cap. 1. præluſ. 1.
(2) Cha. Diction. art. Moto perpetuo.
(3) Perr. Perroniana art. Eſprit perdu.
(4) Tranſ. vol. 1. cha. 5. num. 19.
(5) Mar. Diction. art. Graveſand. Remarque O, & Suivan.

trum gravitatis omnium partium machinæ, quæ movetur, deſcendat, & quoties hoc centrum ab hoc deſcenſu impediatur, illam neceſſario quieſcere; ut enim inferamus non poſſe hominem efficere hujuſmodi motum, ſatis eſt noſſe illum non componi cum aliqua naturæ lege, cujus vim impedire non eſt in ipſius poteſtate.

112. II. Objicitur. Gaſpar Schottus deſcribit (1) & approbat machinam inventam a Stanislao Solski an. 1661, quæ poſtquam ſemel in motum fuerit concitata, in eodem per ſe ipſa perſeverat, propterea quod alternatim ſitula quædam impletur, & depletur aqua, qua ratione modo gravior modo levior evadit altero pondere ſibi oppoſito, prout requiri ad definitam motus artificialis perpetuitatem omnes jam viderunt: ergo.

Reſp. diſt. ans. Approbat Schottus quantum ad theoriam, & (2) *ſuppoſita*, ut ipſe ait, *aliquarum operationum experientia ab Auctore facta*, conc. ans: ſecus nego. Quominus hæc quoque machina exhibuerit motum perpetuum, imprimis perſuadet ſilentium, in quo ea a tanto jam tempore verſatur: deinde deducitur ex ipſa ejuſdem conſtructione, quæ tam multis, & tam diverſis partibus conſtat, antliis rotis funibus piſtillis ponderibus valvulis vectibus, ut ſatis diurnum motum non promittat.

PARS IV.

(1) Sch. Techn. curi. lib. 10. part. 2. cap. 3.

(2) Id. ibid. §. 11. pag. 318.

PARS IV.

De quiete & motu.

PROPOSITIO PRIMA.

Quies corporum abſoluta eſt poſſibilis: ea tamen non eſt aliquid, ſed eſt mera negatio motus.

Articulus Primus.

De adverſantibus propoſitioni:

113. PRIMA pars propoſitionis eſt contra Materialiſtas, qui ſtatuunt motum eſſe eſſentialem materiæ, ſeu atomis, ex quibus conſtant corpora. Eſt etiam contra Leibnitianos, qui poſtquam ſtatuerunt cum Leibnitio, quod (1) *agere eſt character ſubſtantiarum*, jam cum eodem concludunt, ut paulo infra habet, *corpus omnino quieſcere a rerum natura abborrere arbitror*, vel ut alibi dicit (2) *omnis ſubſtantia agit ſine intermiſſione corpore ipſo non excepto, in quo nulla unquam quies abſoluta reperitur*.

114, Secunda pars eſt contra Carteſium, qui docuit quietem eſſe modm motui contrarium atque poſitivum. Quare ſicuti de motu corporum dixit, ipſum ſemel impreſſum corpori non ceſſare ſponte ſua, quia nihil tendit ad deſtructionem ſui, ita pariter dicendum cenſuit de quiete, (3) *Quies*, ſic ille, *motui eſt contraria, nihilque ad deſtructionem ſui ex propria natura fertur*. Atque quot & quantos effectus ex vi quietis provenire crediderit, intelliget, qui ipſum legat (4), & multo magis, qui Malebranchium (5) conſulat, ubi hanc opinionem impugnat, quam alios ſua ætate tenuiſſe commemorat. In his numerari debent tum Sylvanus Regis, qui aperte ſtatuit (6) *motum et quietem eſſe omnino quid reale & poſitivum*, tum Auctor cujuſdam tentaminis circa quamdam regulam motus Carteſianam apud Trevoltianos (7), qui ſimul exhibent ejuſdem impugna-

(1) Leibn. Specime. Dinami. in Actis Lipſ. an. 1695. April. pag. 146.

(2) Id. de Ui inſita ibid. an. 1698. n. 9. pag. 432.

(3) Cart. Princ. par. 2. num. 36.

(4) Id. ibid. par. 2. §. 26.

(5) Mal. Recher. de la Verit. lib. 6. par. 2. chap. 9.

(6) Reg. Phyſ. lib. 1. par. 2. chap. 5.

(7) Mem. de Trev. ann. 1701. Dec. pag. 276.

Digitized by Google

pugnationem ab Joanne Molagnes confectam, tum Franciſcus Lami ſupra (§. 58.) citatus, qui non ſolum ſæpius affirmavit (1), quietem habere ſuam realitatem, ſed etiam ſoliditatem, cujus expreſſionis nunquam alias in hac re auditæ ſignificationem jure quæſiverunt Trevoltiani (2). Quos nominavi, cum ſine controverſia ſint Carteſiani, planum faciunt, minus bene Joannem de Turre (3) accuſare de errore, quotquot crediderunt a Carteſio quietem conſtitutam fuiſſe in re aliqua poſitiva, contendens ipſum nomine quietis indicaſſe vim inertiæ, non negationem motus. Quidquod mihi quidem magis accuſatus hoc modo videtur Carteſius, quam defenſus aut excuſatus. Quod enim ipſe vocem quietis adhibuerit loco inertiæ, nihil monens Lectores de hoc ſuo ſenſu, non caret ea reprehenſione, quam incurrit quicunque ex arbitrio immutat vulgares nominum ſignificationes. Deinde quod ſtatuerit inertiam eſſe aliquid poſitivum, hoc ut alibi declaravi (4), vel falſitatem includit, vel non eſt verum ſine novo abuſu in acceptione nominis Inertia.

115. Recentius Franciſcus Gaudio in ſententiam de quiete, quod ſit aliquid poſitivum deſcendit: ab ejus fundamento juvat me ſtatim expedire, quod ſic proponit: (5) *Quævis mutatio oriens ex conflictu, ſive motus illa ſit, ſive quies, eſt poſitivus effectus vis motricis ejus ſubſtantiæ, in qua contingit: ergo illa quietis idea, quæ ſolam privationis motus ideam exhibet, imaginaria eſt.*

Reſp. nego ans. Nam effectus cauſſæ, quæ quid deſtruit, & in nihilum redigit, profecto non eſt poſitivus: ſed quies eſt effectus cauſſæ, quæ motum deſtruit, & in nihilum redigit: ergo non eſt effectus poſitivus. Præterea quonam modo per ipſum motus hoc loco eſt quid poſitivum, cum alibi ex dictis ſupra (§. 7.) ſtatuerit eſſe *ens imaginarium, quod ad modum entis concipitur, ſed ens revera non eſt.*

116. Eſt tandem audiendus Crouzas, qui in ſua diſſertatione de motu, quæ ex ſuffragio Acad. Scient. Pariſ. præmium an. 1720 reportavit, poſtquam turbas aliquas de hac re a Philoſophis factas jam olim fuiſſe commemoravit, credit ſe totam controverſiam radicitus extirpaſſe, dicendo tam motum, quam quietem eſſe ſtatus reales & poſitivos (6), ſed quia corpus per motum agit, motus dicendus eſt ſtatus realis poſitivus activus, quies vero ſtatus realis poſitivus non activus. Jam antea Gabriel Daniel tenuit (7) ideas motus

(1) Lam. Lett. 4. pag 48.
Id. Lett. 5. pag. 179.
(2) Mem. de Trev. an 1704. art. 116. pag. 1386.
(3) Tur. Scien d. natur par. 1. §. 224.
Id. Phyſ. gen, num. 276.
(4) De Cauſ. efficien. § 461.
(5) Gau. de Natur. extenſionis n. 17. pag. 11.
(6) Crou. Principe du mouve. pag. 35.
(7) Dan. Natur. de mouve. pag. 285. & 290.

Digitized by Google

motus & quietis aliunde clariſſimas, redditas eſſe obſcuras a philoſophis, quia de his loquentes uſi non ſunt vocabulo *ſtatus*, quod ceteroquin in communi ſermone eſt familiare. Sed redeo ad Crouzam, & imprimis dico in ejus doctrina contineri hanc falſitatem, corpus, quod dumtaxat movetur, agere aliquid; illud enim mere paſſive cedit cauſæ ipſum moventi, & ſicuti propter ſuam inertiam ſtatim atque aliqua cauſa illud movet, movetur, ita ex ſua inertia proſequitur motum, donec alia ipſum ad quietem determinet. Quare non poteſt dici corpus, quod eſt in motu, eſſe in ſtatu reali poſitivo activo: contra vero cum eſt in quiete, eſſe in ſtatu non activo. Dici potius poteſt corpus, quod eſt in motu, eſſe in ſtatu reali poſitivo, in quo magis poteſt ſuo modo agere, quam cum eſt in quiete. Nam cum eſt in motu duplicem habet potentiam agendi, alteram in ſua ipſius natura inerti conſtitutam, alteram in motu ſibi ſuperaddito: cum vero eſt in quiete, non habet niſi primam agendi potentiam, quæ eſt ipſamet ſua iners materia ex alibi (1) dictis. Præterea quidnam ſibi vult hic modus loquendi, motus & quies ſunt ſtatus reales & poſitivi? Nunquid ſignificat corpus realiter, & nullo etiam intellectu cogitante moveri & quieſcere, quoties revera movetur aut quieſcit? At poſtquam id Philoſophi faſſi ſunt, tunc incipiunt quærere, an corpus, cum realiter eſt in quiete, habeat modificationem quamdam poſitivam, ſicuti habet cum eſt in motu, Quare non ſolum non ſolvitur controverſia, ſed ea intacta penitus relinquitur. Tandem quoniam motum vocat ſtatum realem & poſitivum, & idem dicit de quiete, videtur ipſe Carteſianam ſententiam amplecti, quam fortaſſe credidit eo modo loquendi ſe præcidiſſe.

ARTICULUS II.

Argumenta pro prima propoſitionis parte.

117. PRO prima parte, quietem eſſe poſſibilem ſi arguitur. Motus non eſt eſſentialis materiæ: ergo quies corporum abſoluta eſt poſſibilis. Conſequentia eſt legitima, & antecedens I. ſic cum Joſaphat Maſſario (2) demonſtratur. Non eſt eſſentiale rei, quod in ea modo creſcit, modo decreſcit, & ſine quo poteſt res tota intelligi; hoc modo concludi ſolet juxta communiter receptum principium, quod *eſſentiæ rerum ſunt immutabiles*, calorem & frigus & ſimiles qualitates non eſſe de eſſentia materiæ, & a pari ex iiſdem omnino rationibus idem de motu concludendum. II. Cum eodem poſt Clarkium (3): a motu inſeparabilis eſt aliqua directio in

(1) De Cauſ. efficien. §. 470.
(2) Maſs. Relig. nat. n. 36. & 299. & ſeq.
(3) Cla. A demonſt. of God. propoſ. 3. corol. 4.

Digitized by Google

in certam partem: ergo ſi motus eſt eſſentialis materiæ, eſt ſecundum aliquam directionem. Sed hujuſmodi directiones poſſibiles ſunt infinitæ; ſunt enim poſſibiles quaquaverſus: ergo directio motus materiæ vel eſt quaquaverſus, vel in unam dumtaxat determinatam partem: atqui neutrum eſſe aut dici poteſt: ergo ne eſſe quidem aut dici poteſt motum eſſe eſſentialem materiæ. Quod non poſſit dici motum eſſe per omnes directiones quaquaverſus, probatur, quia vel ſermo eſt de motu actuali, jamque ſequeretur materiam eſſe hic, & non eſſe hic, quod repugnat: vel ſermo eſt de motu potentiali, ſive conatu ad motum, qui venit in mentem Tolando apud Anglos Hiſtoriæ Univerſalis Auctores (1), & alios deinde, de quibus meminit citatus Maſſarius, jamque dato hoc conatu quaquaverſus ſequitur materiam non poſſe ullo modo actu ſe movere. Contra hunc conatum eſt etiam obſervatio de æquali reſiſtentia, quam produnt eadem corpora, cum ea ad motum ex quiete, ac cum a motu ad quietem velimus reducere. Atque his rationibus fit evidens, quod ab aliis, ut Jo. de Turre (2) obſervatum eſt, hanc propoſitionem de motu, quod ſit eſſentialis materiæ, ſeipſam deſtruere. Quod autem non poſſit dici motum materiæ eſſe in unam dumtaxat determinatam partem, probatur I. quia cum nulla de hac directione afferatur cauſſa, id dicere vetat receptum principium, quod *ubi nulla eſt cauſſa, ibi nullus eſt effectus* II. Quia directio unica, ſi ſit communis toti materiæ, eſt eſſentialiter inepta ad ullius corporis compoſitionem: ſin autem per novam arbitrariam hypotheſim ſingulis materiæ partibus ſingulæ tribuantur directiones, dato quod aliquam faciant compoſitionem, non tamen facient ordinatam, & qualis habetur in toto mundo materiali, & ſingulis ipſius corporibus: ſin tandem ea ſingulis materiæ partibus directio tribuatur, quæ opportuna ſit ad ordinatam compoſitionem, jam fit materia cognitione & intelligentia prædita, hoc eſt adſtruitur ſimul & tollitur exiſtentia materiæ.

118. II. arguitur. Ideo quies corporum abſoluta eſt impoſſibilis, quia motus eſt eſſentialis materiæ: & ideo hoc dicendum, vel quia per motum atomorum, & quidem fortuitum extitit hic mundus, vel quia materia eſt a ſe, & æterna; hinc enim infertur, quod ea ſit immutabilis, & ex immutabilitate infertur ſemper ſe moviſſe, & ſemper ſe moturam, cum videamus quotidie ſe movere in quibuſdam corporibus: hæ ſunt potiſſimæ rationes, quæ ab Adverſariis adducuntur. Atqui impoſſibile eſt hunc mundum per fortuitum atomorum motum extitiſſe, & demonſtratur materiam nec eſſe a ſe, nec æternam, quorum utrunque alibi (3)

I abun-

(1) Stor. Univ. vol. 1. par. 2. Coſmogon.
(2) Tur. Phyſ. gen. num. 298.
(3) De Mundo prop. 2. & 5.

Digitized by Google

abundanter præſtiti: ergo quies corporum abſoluta non eſt impoſſibilis.

119. Plures, ut Cordemoiſius (1), Niewentitius (2) Pictetus (3), Jo. de Turre (4) arguunt a viſibili quiete urbium, domorum, aliorumque corporum. Sed alii contendunt hujuſmodi quietem non eſſe niſi relativam, ac apparentem, revocantes in mentem, quod calore & frigore agitur continuo tota rerum materialium congeries, quæ proinde quaſi perpetuam ſyſtolem atque diaſtolem patitur. Fortaſſe in hoc ſenſu dixit Carteſius (5) *probabile eſſe nullum eſſe permanentem ullius rei locum*: confidentius autem Tſchirnhauſen, (6) *quietem, qualem vulgus putat, in natura abſolute non dari*. Idemque fortaſſe habuit in mente Maupertuiſius, dum ex experientia motum pertinere ad eſſentiam materiæ concluſit in ſuo *Syſtemate Naturæ*, quod quanto jure omnium convicio & execratione receptum ſit, planum facit Bergierius in *Examine Materialiſmi*, cujus epitome habetur in tomo 7. Diarii Literatorum Piſani.

120. Objicit Tolandus apud Hookium (7), & Valſechium (8). Motus includitur in idea corporis: ergo eſt eſſentialis materiæ. Antecedens quod negatur, probat I. quia in idea corporis includitur idea diviſibilitatis, quæ nequit perfici ſine motu. At diviſio quidem non perficitur ſine motu, ſed diviſibilitas nullo indiget motu. II. Quia ſenſibilitas eſt quid eſſentiale corpori naturali, & motus eſt quid eſſentiale ſenſibilitati; ergo motus eſt quid eſſentiale corpori naturali. At falſa eſt ſecunda antecedentis pars; nam ſenſibilitas ſcilicet paſſiva, quæ ſola competit corpori naturali, utpote ſubſtantiæ impenetrabiliter extenſæ, nullum requirit motum. Senſatio ſolum hunc requirit, non tamen ut cauſſam ſui, ſed ut conditionem, ſine qua ea non fit ab anima, quæ ſola eſt ſenſationis cauſa efficiens. Præterea motus requiſitus ad ſenſationem, opus non eſt, ut ſit ipſiuſmet corporis ſenſibilis, niſi quando agitur de ſenſatione motus talis corporis, ſed ſatis eſt ut ſit motus, ſive commotio organi corporei, per quod ſentitur; hoc enim deficiente nulla eſt ſenſatio, & hoc habito illa habetur, etiamſi corpus quieſcat. III. Probat, quia omne corpus naturale movetur: ergo ſicuti ex eo, quod omne corpus naturale eſt extenſum, concludimus extenſionem eſſe eſſentialem corpori naturali, ita ex eo, quod omne corpus naturale moveatur, concludi debet motum eſſe illi eſſentialem. At ſi negetur antecedens nullo profecto demonſtrari poteſt argumento: ſed eo omiſſo nego conſeqm, in qua exemplum non eſt ad rem; nam extenſio

ita

(1) Cord. Diſtin. corpor. & men. diſs. 4.

(2) Nie. The relig. phil. contempl. 26. ſec. 15.

(3) Pict Indiffer. des relig. chap. 4.

(4) Tur. Phyſ. gen. num. 297.

(5) Cart. Princ. par) 2. num. 13.

(6) Tſch. Medic. ment. par. 2. ſec. 3.

(7) Hoo. Princ. Relig. tom. 1. arg. 6.

(3) Valſ. Fond. della Relig. lib. 3. par. 2. cap. 2.

ita concluditur pertinere ad eſſentiam corporis naturalis, ut ea ſublata deficiat idea talis corporis; cum extenſio ſit de ratione ipſius definitionis nominalis, quam damus cum dicimus corpus naturale. At nondum probatur, ut opus erat Adverſario ideam corporis deficere ſublato motu.

ARTICULUS III.

Argumenta pro ſecunda propoſitionis parte.

121. PRO ſecunda parte, quietem non eſſe quid poſitivum, ſic I. arguitur. Nulla eſt neceſſitas admittendi quietem corporum abſolutam eſſe modum poſitivum: ergo non eſt. Conſequa eſt legitima propter commune axioma, quod *non ſunt multiplicanda entia ſine neceſſitate*. Ans probat Muſſchenbroekius, quia (1) *ſi ex corpore moto concipiamus uno momento omnem motum tolli, quamvis nihil acceſſerit, corpus quieſcet.*

II. In tantum quies corporum abſoluta eſſet quid poſitivum, in quantum ea poſſet augeri aut minui, ſicuti motum omnem videmus poſſe augeri aut minui: ſed falſum eſt quietem abſolutam poſſe augeri aut minui: ergo. Major continet rationem allatam a Franciſco Lami (2). Minor ſuadetur I. quia involvit contradictionem dicere corpus carens omni motu poſſe carere aliquo motu, vel pluſquam omni motu. II. Quia nihil futilius argumento, quo idem Lamius contendit gradus diverſos quietis poſſe haberi, ex eo ſcilicet, quod in corpore majoris maſſæ major eſt quantitas quietis, quam in illo maſſæ minoris, quemadmodum corpus majus habet majorem quantitatem motus corpore minori, cui inſit par cum primo celeritas: nam hic confunditur materia cum quiete, ſeu res cum nihilo, vel ſaltem res cum modo rei. Deinde ſicuti diverſi gradus motus affirmantur, & oſtenduntur in uno eodemque corpore, ita opus eſſet hos oſtendere in quiete abſoluta unius ejuſdemque corporis, non in quiete unius comparata cum quiete alterius.

122. III. Cum Fortunato a Brixia (3). Abſurdum eſt dicere veram eſſe hanc propoſitionem, poteſt exiſtere corpus, quod abſolute nec moveatur nec quieſcat: ſed ſi quies corporum abſoluta eſſet modus aliquis poſitivus, ſicuti eſt motus abſolutus, qui ſine dubio eſt aliquid poſitivi, illa propoſitio eſſet vera; nam imprimis poteſt exiſtere corpus, quod careat duobus poſitivis modis, ut albedine & flavedine, figura cubica & ſphærica, & aliis ſimilibus. Deinde auferatur a corpore, quod movetur ipſius motus, quoniam quies eſt

(1) Muſs. Introd. ad philoſ. §. 196.
(2) Lam. lettr. 5. philoſ. num. 36.
(3) Bri. Phil. ſenſ. diſs. 2. ſec. 5. prop. 3.

eſt quid poſitivum, poterit eidem non ſuperaddi quies, jamque habetur corpus, quod nec movetur, nec quieſcit: ergo quies corporum abſoluta non eſt aliquid poſitivi.

IV. Arguitur ab authoritate philoſophorum, qui communiter approbant illud Ariſtotelis, (1) *Motui opponitur quies, privatio enim eſt*. Similiter Suarez volens ſuadere durationem rei non ſignificare præter rem ipſam, niſi negationem deſtructionis vel deſitionis rei ita arguit: (2) *Sicuti quies dicit permanentiam in eodem loco: ita duratio dicit permanentiam in eodem eſſe; ergo ſicut quies in re, non addit niſi privationem motus, ita duratio non addit niſi negationem*.

Articulus IV.

Inefficacia aliquorum argumenta pro ſecunda propoſitionis parte.

123 I. IDem a Brixia ſic arguit (3). Si quies eſſet quid poſitivum fieri poſſet, ut corpus aliquod haberet ſimul motum & quietem: nam non repugnat evidenter componi ſimul in eodem ſubjecto duos contrarios modos, ſi ambo ſint poſitivi. At reſpondetur, nego aſſumptum. Nonne poſitivi modi ſunt color ruber & flavus, figura ſphærica & cubica, actus odii & amoris, qui tamen ſimul eſſe nequeunt in eodem ſubjecto. Adjunctæ etiam probationis falſitas deprehenditur ex eo, quod evidenter repugnat duos modos contradictorios componi in eodem ſubjecto: ergo evidenter etiam repugnat duos modos contrarios in ipſo componi, quando illi includant ſibi contradictorios, quales in noſtro caſu ſunt motus & quies.

124. II. Malebranchius (4) ſic arguit. Si Deus velit, ut corpus quietum moveatur, non ſufficit ad intelligendum motum revera intervenientem ſola Dei voluntas privativa, quæ ſcilicet ſimili modo tendat, volo ut corpus illud non quieſcat, ſed requiritur etiam voluntas aliqua poſitiva, quæ ſimili modo tendat, volo ut corpus illud eam partem verſus cum tanta velocitate progrediatur: ſi vero Deus velit, ut corpus quod movetur, quieſcat, ſufficit ad intelligendam quietem ſtatim intervenientem ſola Dei voluntas privativa, ſimili modo tendens, nolo ut corpus illud amplius moveatur: atqui Voluntati Divinæ poſitivæ reſpondet effectus poſitivus, voluntati vero privativæ effectus mere negativus; ergo motus qui reſpondet Voluntati Dei poſitivæ, eſt quid poſitivum, quies vero, quæ reſpondet Voluntati Dei ſolum privativæ, eſt quid negativum. At

(1) Ariſt. Phyſ. 5. cap. 8. num. 2. Juxta Maurnm.

(2) Sua Metaph. diſp. 50. ſec. 2. n. 15.

(3) Bri. ubi ſupra.

(4) Mal. Recher. de la Verit. lib. 3. par. 2. chap. 9.

Digitized by Google

At reſpondet Petrus Martinus (1), concedo primam partem majoris, *& diſtin. ſecundam*: ſufficit ad intelligendam quietem ſola Dei voluntas privativa, quando quies ſit mera privatio, *conc.* hanc etiam partem: quando non ſit mera privatio, *nego* hanc partem, & conceſſa minori, negabunt Carteſiani ſuppoſitum conſequentiæ, quietem nimirum reſpondere Voluntati Dei dumtaxat privativæ.

125. III. Io. M. de Turre (2) ſic arguit. Ad hoc ut corpus moveatur, requiritur ut in ipſum introducatur efficacia quædam, qua tranſeat de loco ad locum, ita ut per ſolam ablationem quietis non intelligatur corpus moveri. Atqui ad hoc ut corpus quieſcat non requiritur, ut in ipſum ulla efficacia introducatur, ſed ſola detractione motus jam intelligitur corpus quieſcere, ergo. Sed reſpondetur, majorem peccare falſa ſuppoſitione, nimirum quod corpus moveatur per vim aliquam inditam ipſi corpori, quæ ſit quædam quaſi entitas producens ipſius motum, dum nihil tale habetur. Sufficit enim ſola inertia corporis ad intelligendum corpus ſemel motum perſeverare in hoc ſuo ſtatu. Quod ſi forte dicatur præſcindi in majori ab eo, quod ſit in ſe illa efficacia, quæ enunciatur, ſed ſolum affirmari, illam eſſe quid poſitivum ſuperadditum corpori, jam Adverſarii negabunt minorem, utpote quæ contradicit ſuæ ſententiæ.

ARTICULUS V.

Objectiones contra ſecundam propoſitionis partem.

126. I. OBjicitur a Sylvano Regis (3). Ideo quies eſt modus negativus, quia eſt privatio motus: ſed etiam motus poteſt dici privatio quietis: ergo etiam motus erit modus negativus. Atqui hoc eſt falſum: ergo etiam primum.

Reſp. diſt. maj. Quies eſt modus negativus, quia eſt privatio motus, qui ut aliunde evincitur (§. 78.) & ipſe Adverſarius concedit, eſt quid poſitivum, *conc. maj.*, quia præciſe eſt privatio motus, *nego maj.* Et *diſt. min.* Motus poteſt dici privatio, quia ſic placeat, *conc. min.*, ſecus *nego min. & conſeqm*, quæ minus illegitima eſſet, ſi diceret, ergo motus dici poterit modus negativus.

127. II. Objicitur. Si quies corporum abſoluta eſſet mera negatio non poſſemus illam cognoſcere; quis enim cognoſcit id, quod nihil eſt: ſed quies abſoluta a nobis cognoſcitur, ſiquidem inſtituimus de illa varias propoſitiones, ut quies eſt diuturna, eſt moleſta,

(1) Mart. Philoſ. nat. to. 1. ſec. 2. cap. 1. num. 193.

(2) Tur. Phyſ. gen. num. 272.

(3) Reg. Phyſ. lib. 1. par. 2. cha. 3.

leſta, non eſt duratura: ergo quies corporum abſoluta non eſt mera negatio.

Reſp. nego maj. Pro qua ratio allata non urget: ſicuti enim cæcitas, tenebræ, & cæteræ negationes cognoſcuntur per comparationem cum ſuis contrariis poſitivis, & per modum cujuſdam entis, ita etiam quies: atque hoc modo de negationibus inſtituimus propoſitiones, in quibus nulla eſt falſitas, quia quod tribuimus hujuſmodi entibus negativis, non tribuimus illis tamquam veris entibus, ſeu affirmantes eſſe vera & poſitiva entia, ſed vel ab hac cogitatione omnino præſcindimus, vel eſſe entia per modum noſtrum concipiendi jam animo præſuppoſitum firmiter tenemus. Sed hæc ubi de modo, quo nos cognoſcimus negationes agitur, ſuſius declarantur. Interea ex retorſione argumenti in aliis negationibus, ut in cæcitate, tenebris, aliiſque, de quibus in ipſa ſacra Scriptura leguntur inſtitutæ propoſitiones, vanitas hujus objectionis oſtenditur.

128. III. Objicitur ab Anonymo ſupra (§. 112.) dicto. Corpora quieſcentia in ipſa quiete habent veram vim: ergo quies eſt quid poſitivum. Probatur ans. Vera vis corporum in hoc conſiſtit, quod ipſa dent Deo occaſionem mutandi ſtatum aliorum corporum: atqui corpora, quæ habent quietem, habent in ipſa quiete id, quod dat Deo occaſionem mutandi ſtatum aliorum corporum æque ac corpora, quæ ſunt in motu: ergo corpora, quæ ſunt in quiete, habent in ipſa quiete veram vim.

Reſp. nego ans. Ad cujus probationem, I. quidem *nego maj.* Nam vera vis corporum, ſi ſermo ſit de corpore quieto conſiſtit in ipſa maſſa corporis, ſin de corpore moto conſiſtit in eadem maſſa conjunctim cum ejus velocitate. II. autem *diſt. maj.* cum Molagne (§. 114.). Vera vis corporum juxta Occaſionaliſtarum acceptionem arbitrariam hujus nominis vera vis conſiſtit in hoc, quod eſt eſſe cauſam Occaſionalem, *omitto maj.* juxta communem acceptionem, *nego maj.* Et *omiſſa min. diſt conſequens eodem modo ac majorem*. Vera igitur vis corporum eſt nomen, quod in communi acceptione importat aliquam perfectionem poſitivam, quæ in ſententia Occaſionaliſtarum, quod Deus ſit ſolus auctor cujuſvis motus & effectus, non ſolum nulla eſt in quiete corporis, ſed ne in motu quidem ipſius, quin immo in nulla omnino creatura. Nam juxta hanc ſententiam vis illa non differt a vi Lazari jam a quatuor diebus ſepulti, qui fuit Chriſto Domino occaſio ad ſui reſurrectionem, vel a vi mundi nondum exiſtentis, qui dedit Deo occaſionem ad ipſius creationem.

129. IV. Objicitur. Ideo motus eſt quid poſitivum, quia ad inducendum motum in corpus quod quieſcit, requiritur vis poſiti-

va:

Digitized by Google

va: ſed etiam ad inducendam quietem in corpus, quod movetur, requiritur vis poſitiva: ergo etiam quies eſt quid poſitivum.

Reſp. I. *nego maj.* Rationes, quæ evincunt motum eſſe quid poſitivum, allatæ ſupra (§. 78.) ſunt. *Reſp.* II. *omitto maj.*, & *diſt. min.* Requiritur vis poſitiva ad inducendam quietem, hoc eſt ad deſtruendum motum, *conc. min.*, requiritur vis poſitiva ad inducendam quietem tamquam aliquid, quod deſtructo motu ſuperaddatur, *nego min.* & *conſeqm.* *Reſp.* III. ad hominem contra Carteſianos, *permitto maj.* & *nego min.* Nam cum ipſi velint ſolam Dei vim eſſe, quæ movet corpora, quæ vis Carteſio eſt ipſa Voluntas Dei conſervantis motum corporis, intelligitur jam corpus ſine motu, ſive in quiete per præciſam negationem omnis vis, qua Deus movet corpora. Quare in Carteſii ſententia ad habendum quidem motum, requiritur aliquid poſitivum, non vero ad habendam quietem. Atque hoc revera modo ad hominem contra Carteſium probat Duhamel (1) quietem eſſe privationem motus.

130. Aliter hæc objectio ſic proponitur. Vis poſitiva requiritur ad inducendam quietem in corpus, quod movetur, ut conſtat experientia: ergo aliqua ſaltem quies non eſt mera negatio. Conſequentia eſt legitima; nam cum mera negatio non requirat ullam vim poſitivam ut ſit (quod enim nihil eſt, ad ſui exiſtentiam non requirit ullam vim), ſemel quod aliqua quies requirat ad hoc ut ſit, aliquam vim, jam non omnis quies eſt mera negatio.

Reſp. conc. ant, & *nego conſeqm* utpote illegitimam. Legitima enim conſequentia eſt: ergo inducere quietem in corpus quod movetur, non eſt mera negatio: quæ utique conſequentia vera eſt, ſed nihil juvat adverſarios. Quis enim negat, quod requiratur vis non ſolum ad faciendum, ut aliquid ſit, quod prius non erat; ſed etiam ad faciendum, ut aliquid amplius non ſit, quod ſemel eſt, & talis naturæ eſt, ut ex ſe ipſum non diſſolvatur. Ita videmus arces, & urbes indiguiſſe vi plurimorum artificum, ut excitarentur, & indigere pariter vi militum & tormentorum, aut alterius cauſſæ, ut corruendo amplius non ſint. Tunc ſolum opus non eſt ulla vi ad faciendum, ut aliquid non ſit, quando illud jam eſt nihil. In noſtro igitur caſu diſtingui pariter debet quies, ſive negatio motus, qui prius non fuit, a quiete ſive negatione motus, qui prius erat, & amplius non eſt. Prima utique non indiget ulla vi ad hoc ut ſit, & reipſa corpus quod quieſcit, perſeverat in quiete ſine ulla ope ullius vis. Secunda vero non habebitur ſine vi, quæ deſtruat motum corporis, qui ſi poſſet ſponte ſua deſinere, poſſet corpus mutare ſe a ſtatu ſuo, adeoque non eſſe iners, quod eſt falſum.

131. In-

(1) Ham. Phil. Burgund. Metaph. tom. 1. diſp. 3. qu. 4. concl 2.

131. Inſtant I. Si quies ex ſuppoſitione motus deſtructi eſſet mera negatio motus qui erat, non requireret eamdem vim ad hoc ut ſit, ac requirit motus. qui non erat ad hoc ut ſit. Quemadmodum negatio urbis quæ erat, non requirit eamdem vim ad hoc ut ſit, ac requirit urbs, quæ non erat ad hoc ut ſit, quia illa negatio eſt mera negatio urbis ex ſuppoſitione. quod ſit deſtructa. Atqui conſtat experientia eamdem omnino vim requiri ad quietem inducendam in corpus motum, ac ad inducendum motum in corpus quietum, & ad tollendum unum gradum velocitatis, ac ad illum addendum: ergo quies ex ſuppoſitione motus deſtructi non eſt mera negatio motus.

Reſp. nego maj. cum adjuncta probatione. Non ſolum enim negatio urbis aut arcis non requirit eamdem vim, ac ejus ædificatio, quia mera negatio eſt, ſed præterea quia quævis mutatio in ejus ædificiis, quæ talis ſit, ut amplius habitari urbs non poſſit, ſufficit ut illa amplius non dicatur urbs. Commune enim eſt omnibus nominibus ſignificantibus ſpeciem aliquam determinatam rei, ut ea amplius non poſſint adhiberi in eodem ſenſu, quando facta eſt in ipſa re mutatio, per quam aliqua ipſius proprietas eſſentialis ſit deſtructa. Ita ſi figuræ triangulari addas vel detrahas unum tantum latus relictis cæteris, deſinit eſſe triangulum, & ſimiliter ſi pleræque domus, & ædificia pleraque publica ita caſu aliquo fatiſcant, ut uſui eſſe amplius non poſſint, hoc ſatis eſt, ut urbs amplius non ſit, etiamſi parietes omnes nondum collapſi ſint, nec omnia ſolo ſint æquata, aut funditus everſa & diſſipata, quia urbis nomen ſignificat collectionem plurimarum domorum, quæ habitari poſſint, & ædificiorum, quæ ad publicas civium res apta ſint. Contra vero commune eſt nominibus ſignificantibus genus aliquod rerum, ſub quo multæ ſunt ſpecies, ut eorum uſus opportunus ſit in rerum appellationibus, donec res illa perſeveret eſſe ſub eo genere, etiamſi tranſierit ab una in aliam ſpeciem per aliquam ſui mutationem. Tale eſt hoc nomen figura, ſignificans modum corporis ſatis genericum, quod ita convenit cuique corpori, ut tunc ſolum deſinat illi convenire, quando in nihilum redactum ſit corpus, vel in inſenſibiles partes diſtributum: nam non ceſſat cum veritate dici figuratum etiam poſtquam quis partem ſeu latus aliquod quovis modo mutaverit vel ſuſtulerit vel addiderit. Tale ſimiliter eſt hoc nomen motus, qui pariter modificationem quamdam ſignificat valde genericam; dato enim quovis motu, ſiquid illi addas velocitatis, adhuc eſt motus, ſiquid detrahas pariter motus eſt, nec unquam ſit non motus, niſi omnes ad unum gradus velocitatis deſtruas. Quare mirum non eſt, ſi par vis requiratur ad producendum motum, ac ad illum deſtruendum.

132: In-

Digitized by Google

132. Inſtat II. Anonymus nuper (§. 114.) citatus. Non ſolum requiritur vis poſitiva ad producendam quietem, ſed eadem vis poſitiva ac ad producendum motum. Aſſumptum ſic probat. Ad producendum motum corporis requiritur, ut Deus creet corpus, & det illi ſucceſſive diverſas relationes ad alia corpora: ad producendam vero quietem requiritur: ut Deus creet corpus, & det illi relationem ad alia corpora: ſed non requiritur major vis pro prima productione, ac pro ſecunda: ergo.

Reſp. nego aſſumptum. Ad hujus probationem tranſeat major, & nego minorem, quam male ſupponit author eſſe evidentem, ut notant Trevoltiani (1); nam ex ejus doctrina, ad quietem quidem corporis ea vis requiritur, per quam exiſtat corpus cum tali determinata relatione, at ad motum ipſius requiritur vis, per quam præter exiſtentiam ipſius habeantur ſucceſſive diverſæ ejuſdem relationes. Ad hanc objectionem accedit argumentum Bayles, qui motum & quietem concludit eſſe ambo entia poſitiva, propterea quod (2) *quies eſt conſervatio præſentiæ in loco eodem, motus vero ejus præſentiæ commutatio*. Illud eſt præterea in Bayle reprehendendum, quod cum agatur de quiete corporis, transfert importune mentem ad actionem, quæ corpus conſervat, quam perperam in quietis notione intrudit.

133. V. Objicitur ab eodem. Tam ad motum, quam ad quietem corporis requiritur Voluntas Dei: ergo non ſolum quies eſt quid poſitivum, & habens ſuam realitatem, ſed parem etiam cum motu realitatem habet.

Reſp. I. Cum Leibnitio in eo examine, quod de hoc Anonymo ab ipſo factum extat in Commentariis Trevoltianis (3), *omitto ans, & nego conſeqm*. Ex eo enim quod aliqua cauſa efficiat duos effectus etiam poſitivos non requiritur utrunque habere eamdem realitatem. Nonne creaturæ ſpirituales & corporeæ, homo & lapis ſunt ab eodem creatore, attamen quis dicat habere parem realitatem?

Reſp. II. *diſt. ans*. Tam ad motum quam ad quietem corporis requiritur Voluntas Dei, ſed diverſo modo terminata, *conc. ans*: eodem modo terminata, *nego ans & conſeqm*. Diſtinctionis neceſſitas declaratur exemplo boni moralis, quod eſt aliquid ex omni parte poſitivum, ad cujus exiſtentiam requiritur Voluntas Dei intentiva: contra vero malum morale ex parte malitiæ non eſt quicquam poſitivi, quod proinde ſine Voluntate Dei intentiva exiſtit, et ſi ſine permiſſiva non exiſtat.

134. VI. Objicitur. Ex eo quod motus ſit capax augmenti, & de-

K

(1) Mem. de Trev. ann. 1704. art. 116. pag. 1387.

(2) Bay. Dittion. Dicearque. Remarq. C.

(3) Mem. de Trev. an. 1712. art. 109. pag. 1238.

decrementi, motus concluditur eſſe quid poſitivum: ſed etiam quies eſt capax augmenti & decrementi; uſitatæ enim vulgo ſunt hæ voces quietum, magis quietum, & omnino quietum, quibus proinde tamquam illarum objectum reſpondet quies, major quies, & perfecta quies: ergo etiam quies eſt aliquid poſitivum.

Reſp. conc. maj. & diſt. min. Eſt capax augmenti, & decrementi quies relativa (§. 12.) *conc. min.* Eſt capax augmenti, & decrementi quies abſoluta, *nego min. & conſeqm.* Quies igitur, in qua gradus diverſi juxta communem uſum loquendi diſtinguuntur, eſt quies relativa, quæ realis motus eſt in ſe, ſicuti eſſe poteſt, ut inferius dicam, & ſolum per comparationem ad velociorem motum appellatur quies: & quæ proinde utpote realis motus non eſt mirum, quod ſit augmenti & decrementi capax: at quies abſoluta, de qua hic loquimur, eſt illa quæ dicitur ad exprimendum ſtatum, quem corpus habet, cum omnino nullum motum habet. (1) *In hac*, inquit Muſſchenbroek us, ſunt *nulli gradus, quod enim quieſcit corpus, ſimpliciter quieſcit, nunquam magis minuſve.* Hinc Philoſophi ipſam dicunt, ut habet Suarez (2) *incipere per ultimum non eſſe, quia conſiſtit in privatione ſucceſſivi motus.*

PROPOSITIO II.

Poteſt aliquid quieſcere abſolute, & ſimul moveri relative: & rurſus poteſt aliquid quieſcere relative, & ſimul abſolute moveri: & tandem poteſt aliquid moveri relative eo modo, quo reipſa non movetur.

135. PRO prima parte ſic arguo. Quieſcere abſolute idem eſt, ac abſolute non moveri, quia quies eſt negatio motus: ſed poteſt quid moveri relative, quin tamen abſolute moveatur ex dictis (§. 99.): ergo poteſt quid moveri relative, & ſimul abſolute quieſcere.

Pro ſecunda parte ſic arguo. Terra abſoluta quieſcente, qui in navi paſſis velis procedente vel ſedens ludit, vel jacens dormit, quieſcit relative in ordine ad partes navis, quæ non mutant diſtantiam ab ipſo: atqui idem interea procedente navi abſolute movetur: ergo poteſt quid quieſcere relative, & ſimul abſolute moveri.

136. Pro

(1) Muſs. Introd. ad phil. §. 198.
(2) Sua. Metaph. diſp. 50. ſec. 2. num. 14.

Digitized by Google

136. Pro utraque parte ſic etiam I. arguitur. Nec motus relativus cum quiete abſoluta, nec quies relativa cum motu abſoluto opponuntur: ergo componi poſſunt in eodem ſubjecto motus relativus cum quiete abſoluta, & quies relativa cum motu abſoluto. Ans probatur. Motus relativus unius entis habetur ex ſola mutatione ſuæ diſtantiæ ab altero: ſed mutatio diſtantiæ unius entis ab altero haberi poteſt per alterius dumtaxat motum: ergo motus relativus unius entis haberi poteſt per alterius dumtaxat motum: ergo motus relativus unius entis non opponitur cum ejuſdem quiete abſoluta. Rurſus quies relativa unius entis habetur permanente ſua eadem ipſius diſtantia ab altero: ſed eadem diſtantia ab altero permanere poteſt per utriuſque æqualem motum in eaſdem partes: ergo quies relativa unius entis ab altero haberi poteſt per utriuſque æqualem motum in eaſdem partes: ergo quies relativa unius entis non opponitur ejuſdem motui abſoluto.

137. II. ſic. Phyſica experimentalis docet objecta viſibilia ope radiorum lucis, qui ab ipſis reflectuntur, depingi ſupra retinam, quæ fundum oculi circumveſtit, & ex Pſychologia habemus ex alibi (1) dictis omnem, quam anima facit ſenſationem pendere ab impreſſionibus factis in ſenſibus, & varietatem ſenſationum, judiciumque ipſumet animæ de hac varietate pendere a varietate impreſſionum, & illarum inter ſe comparatione: ergo quoties imago objecti in fundo oculi depicta moveatur, toties objectum ipſum aliquo modo movetur: ſed imago objecti in fundo oculi depicta poteſt moveri non ſolum, quia abſolute movetur objectum, oculo interea abſolute quieſcente, ſed etiam, quia abſolute movetur oculus, objecto interea abſolute quieſcente, ut facile quis imaginari poteſt, & obſervare etiam alterutro ex modis, de quibus jam meminero: ergo poteſt objectum relative moveri, & ſimul quieſcere abſolute, vel etiam quieſcere relative, & ſimul abſolute moveri. Quod in ipſo hujus ratiocinii exordio dicitur, objecta viſibilia depingi ſupra retinam, conſtat per hujuſmodi experimentum. Ad foramen factum in feneſtra cubiculi obſcuri applicetur oculus a vitulo, vel ariete recens extractus, & ex poſteriori ſui parte, quæ reſpondere debet cubiculo, tunicis omnibus ſpoliatus, ea excepta, quæ immediate vitreum oculi humorem continet, ſupra quem vel pellicula ovi, vel tenuis charta oleo imbuta applicetur; & ſtatim qui intra cubiculum eſt, videbit imagines objectorum externorum expreſſas in fundo oculi cum nativis ſuis coloribus, & motibus omnibus, quos habeant. Experimentum hoc communiter vocatur Carteſii, quia ipſe primus illud protulit in ſua Dioptrica, quod deinde accuratius cum figuris expreſſit Sturmius (2) idem-

(1) De Ideis §. 199. (2) Stu. Coll. Exper. tent. 2.

idemque referunt Derhamus (1), Nolletus (2), Pluche (3), & Briggius, qui aliud a ſe excogitatum experimentum proponit, quod ſibi videtur (4) *luculentius, quam illud Carteſii modum viſionis explicare*, de quo viderint, qui ipſius expoſitionem perceperint.

138. Caſus, in quo aliquid quieſcit abſolute, & ſimul movetur relative, habetur in hypotheſi Copernicana, quod terra circa ſuum axim revolvatur ex Occidente in Orientem ſpatio horarum viginti quatuor, & circa Solem interea deſcribat orbitam ſuam ſpatio unius anni. In hoc enim caſu nobis ex hac terra ſpectantibus Solem & Stellas fixas, hæ quidem videri debent moveri quotidie ex Oriente in Occaſum: Sol vero præter ſimilem motum quotidianum præſeferre debet alium motum ex Occaſu in Ortum longe tardiorem, qui integrum circulum conficiat ſpatio anni unius, etſi in hac hypotheſi neque Sol neque Fixæ abſolute moveantur hoc modo, ſed noſtri ſolum oculi cum tota terra moveantur. Simili modo, qui portum deſerunt, dicunt juxta Virgilium (5)

Provehimur portu, terræque urbeſque recedunt.

tribuentes ſibi quietem, quæ propria terris & urbibus, motum vero terris, qui ſibi proprius eſt.

139. Caſus in quo aliquid relative quieſcat, & ſimul abſolute moveatur, habetur in omnibus, quæ in aliis corporibus incluſa ſint, vel ipſis immobiliter affixa, quæ dum relate ad corpus includens quietem habent, cum eo abſolute moveantur. Quietem pariter relativam ad noſtros oculos habent omnia, quæ tale ſpatium intra unum minutum ſecundum abſolute percurrant, quod non ſuperet arcum viginti ſecundorum ejus circuli, cujus centrum eſt viſus, ut inter alios explicat Nolletus (6). Hac de cauſa intuenti ſagittam horologii portatilis non videt ipſius motum, & opus habemus multis ſecundis temporis, ut deprehendamus non ſolum in Sole, ſed in ipſa etiam Luna nobis propiori motum aliquem, etſi longe majus ſpatium percurrant intra ſecundum illo, quod globus a tormento bellico exploſus intra idem tempus dimetiatur; nam iſta quæcunque immanis amplitudo ſpatii propter ſuam a noſtris oculis diſtantiam eſt chorda anguli viſionis tenuiſſimi & inviſibilis.

140. Pro tertia propoſitionis parte, quod poſſit aliquid moveri relative eo modo, quo reipſa non movetur, ſic arguitur. Nos, ut ex Optica hic ſupponitur, motum advertimus per ſpatium dato tempore percurſum, quod eſt chorda anguli viſionis: ergo poteſt ali-

(1) Der. Phyſico-theol. B. 4. chap. 2. in notis.

(2) Nol. lez. 17. di Fiſica ſez. 2. art. 1. Eſperi. 4.

(3) Plu. Spett. de la Nat. t. 4. La Lumiere

(4) Brig. Ophtalmographia cap. 8.

(5) Virg. Æneid. lib. 3. verſ. 72.

(6) Nol. ubi ſupra.

Digitized by Google

aliquid relate ad nos moveri eo modo, quo reipſa non movetur. Probatur conſequentia. Poſſunt plura corpora ad diverſas diſtantias a nobis poſita ſimul diſcedere ab uno extremo ejuſdem anguli viſionis, ſub quo omnia apparent, & ſimul ad alterum pervenire. Sed in hac hypotheſi corpora diſtantiora etſi relate ad nos moveantur æquali velocitate cum propioribus, tamen reipſa velocius moventur: ergo.

PROPOSITIO III.

Sine divina revelatione de motu aut quiete abſoluta Solis & Fixarum nequeunt homines de his loquendo adhibere nomina motus & quietis, niſi in ſenſu relativo.

ARTICULUS PRIMUS.

Argumenta pro propoſitione.

141. I. SIC arguitur. Motus abſolutus, & quies abſoluta cæleſtium corporum non cadunt in cognitionem naturalem hominum: ergo cum ſermo eſt de eorum motu aut quiete ſine divina revelatione nequeunt homines adhibere nomina motus & quietis niſi in ſenſu relativo. Ans ſuadetur, quia ad cognoſcendum naturaliter motum aut quietem abſolutam cæleſtium corporum, opus eſſet cognoſcere non ſolum totum ſpatium, quod occupat totus mundus, ſed etiam ſpatium imaginarium, quibus cognitionibus homo caret. Quare quando Copernicani quietem tribuunt Soli & Fixis, cum fieri poſſit, ut ultra regiones Fixarum ſit corpus aliquod abſolute quieſcens, cum quo Fixæ non ſervent eaſdem diſtantias, profecto ſtatuere non poſſunt quietem illam eſſe abſolutam. Et quando contrario modo Tychonici tribuunt quietem terræ in centro rerum iſtarum viſibilium, loqui non poſſunt de quiete abſoluta; nam ſi tota hæc rerum congeries non ſervaret eaſdem diſtantias cum corpore aliquo, quod ſit ultra regiones Fixarum, jam moveretur hæc Terra retinendo rationem centri reſpectu totius congeriei.

142. II. Siqua ratione poſſemus uti nominibus motus abſoluti aut quietis abſolutæ loquendo de cæleſtibus corporibus, maxime eſſet, quia hujuſmodi illorum motus aut quies concluderetur ex phæno-

Digitized by Google

nomenis: ſed hoc eſt falſum. Probatur minor, cum motum cognoſcamus per mutationem poſitionis, quam objecti imago habet in oculo, & quietem per ejuſdem poſitionis permanentiam ex dictis (§. 137.), eædem cæleſtium corporum apparentiæ debent eſſe in quovis ſyſtemate. Hoc affirmate ſtatuit Carteſius dicens (1) *Copernici & Tychonis Brahe hypotheſes eodem modo phænomenis ſatisfacere*, idemque teſtantur illi iidem, qui unum potius, quam aliud ſyſtema propugnarunt. Quod juvat aliquo modo oſtendere. Atque primo quidem veniunt, qui pro Tychonico unice ſe ſtare profitentur, juxta quod Cæli & Cæleſtia corpora abſolute moventur, & terra abſolute quieſcit. Tacquetus (2), De Chales (3), Eſchinardus (4) ex horum numero ſunt, quorum una pariter vox eſt in quavis contradictoria hypotheſi ſalvari phænomena, atque hoc *per philoſophos jam conſtat* (5) inquit nuper Boſchovichius, qui omnes probe norunt, quæ Ricciolius in Almageſto (6) contrariæ Copernici opinioni oppoſuit argumenta ſeptem ſupra ſeptuaginta, & reſponſiones, quibus objectiones novem ſupra quadraginta excepit, & quæ iterum iterumque (7) in horum confirmationem protulit. Porro ſyſtema Tychonicum ex parte fuit Ptolemæi celebris Aſtronomi ſæculi a Chriſto ſecundi. Uterque enim terram conſtituit immobilem in medio Univerſi, & Lunam circa terram tamquam centrum converſam. Sed Tycho poſt Lunam collocat Solem, qui circulum deſcribat, cujus pariter centrum ſit terra, & ſucceſſive Mercurium Venerem Martem Jovem Saturnum & Fixas, quibus motum in circulis, Solem ipſum pro centro habentibus, aſſignavit, corrigens Ptolemæum, qui proximum Lunæ poſuit Mercurium, tum Solem, tum Martem Jovem Saturnum & Fixas, quibus motum in circulis, & quidem ſolidis circa centrum terræ tribuit; quandoquidem jamdiu comperta eſt hujuſmodi ſyſtematis falſitas multis modis, quos brevi comprehendit Fortunatus a Brixia (8).

143. Secundo occurrunt, qui unice ſyſtema Copernicanum amplectuntur. In his celebres ſunt ipſe Nicolaus Copernicus natus anno 1473. Tornii in Pruſſia, a quo nomen factum huic ſyſtemati, quia ipſum non ſolum Romæ docuit, cum ibi eſſet Mathematices profeſſor, ſed publici tandem juris fecit in eo opere, quod Canonicus jam Varmienſis ultimo ætatis ſuæ anno, qui fuit ſeptuageſimus, typis tradidit, & Summo Pontifici Paulo III. dedicavit, quarto, ut ipſe ad eumdem ſcribit, novennio, poſtquam illud exaraverat:

(1) Cart. Princ. par. 3. num. 27.

(2) Tac. Aſtronomia.

(3) Cha. Aſtron lib. 1. prop. 19.

(4) Eich. Cur. math. de Aſtron. cap. 8. ſec. 3.

(5) Boſ. Phil. Nat. par. 1. num. 158.

(6) Ric. Alm. lib. 9. ſec. 4.

(7) Id. Aſtron. reform. Proleg. ar. 2. 3. & lib. 1. de Sole.

(8) Bri. Phyſ. parti. tr. 1. diſſ. 2. ſec. 4. propoſ. unica.

Digitized by Google

verat: & deinde Keplerus, Newtonus, Delahirius, Varignonius, David Gregorius, aliique jam paſſim, qui Aſtronomiam tractarunt, terræ tribuentes motum, quem vulgus tribuit Soli. At illos elegiſſe hanc viam ſolum, quia expeditior eſt ad docendam, & tractandam hanc diſciplinam, non vero quia tamquam certam haberent, probat fuſe Niewentitius (1) ex ipſorummet teſtimoniis. Addam ego Whiſtonum, qui etſi ſyſtemati Copernicano non acquieſcere dicat eſſe (2) *inſanum præjudicium*, & tum in eodem libro (3), tum in alio jactet haberi de illo reales demonſtrationes, nihilominus non loquitur niſi cum hac disjunctione, (4) *Omnia in hac re phænomena eſſe naturales, & neceſſarias conſequentias motus terræ, vel Solis affirmari ab omnibus Aſtronomis.*

144. Etſi ſyſtema, de quo meminimus, a Copernico nomen acceperit, idem tamen uno ferme ante Copernicum ſæculo tenuit Cardinalis Nicolaus Cuſanus. Idem propoſitum jam olim fuit ab Ariſtarcho Samio, qui apud Plutarchum poſuit (5) *cælum quieſcere, terram per obliquum evolvi circulum, & circa ſuum verſari interim axim.* Nec ſit, qui objciat hanc opinionem ibidem tribui Cleantho, non Ariſtarcho, quoniam dicitur, Ariſtarchus putavit Cleantem Samium poſuiſſe terram evolvi; conveniunt enim jam Critici per errorem librarii commutatum eſſe locum nominibus, & legendum, Cleanthes putavit Ariſtarchum Samium; Nam idem Plutarchus in quæſtionibus Platonicis num 7. iterum meminit de hac opinione Ariſtarchi, quam etiam tribuit Seleuco. Extat etiam illud Archimedis in Arenario, *Ariſtarchus ſupponit inerrantia quidem ſidera, & Solem manere immobilem: terram autem ferri per circumferentiam circuli, qui in medio curſus poſitus reperitur.* Idem tenuit Hicetas; Tullius enim dicit, (6) *Hicetas Syracuſius, ut ait Theophraſtus, Cælum, Solem, Lunam, Stellas, ſupera denique omnia ſtare cenſet: neque præter terram, rem ullam in mundo moveri, quæ cum circa axem ſe ſumma celeritate convertat, & torqueat, eadem effici omnia, quaſi ſtante terra Cælum moveretur.* Perquam multi ſunt, qui his adcenſent Philolaum, propterea quod Plutarchus dicit, (7) *Philolaus Pythagoreus medium ignem collocat, & hunc eſſe univerſi larem*; & infra, (8) *Philolaus opinatur terram in orbem circa ignem per obliquum circulum circumferri inſtar Solis, & Lunæ*, quippe credunt ibi ignis nomine venire Solem. At cum deinde Solem ipſum moveri circa hunc ignem dicat, manifeſtum eſſe debet Plutarchum non aſſumere ignem pro Sole, & aliud proinde eſſe ſyſtema Philolai, de quo ibi

(1) Niew. Relig. philoſ. contempl. 29. ſec. 8. & ſeq.
(2) Whi. Præl. Aſtron. 3. §. Phæn. 1.
(3) Id. ibid. Præl. 5. § Abſolvimus.
(4) Id. Aſtron. Princ. par. 1. prop. 2.
(5) Plu. de Facie in orbe Lunæ.
(6) Tull. Acad. 2. num. 39.
(7) Plu. de Plac. lib. 3. cap. 11.
(8) Id. ibid. cap. 13.

Digitized by Google

ibi Plutarchus meminit, & quod ex aliis authoribus declarat Eduardus Corſinius in diſſertatione in hunc locum (1), qui obſervat tantopere invaluiſſe hanc de Philolai ſyſtemate præpoſteram interpretationem, ut *Bulialdus operi, quo ſyſtema Copernicanum propugnavit, Aſtronomiæ Philolaicæ nomen impoſuerit*.

145. III. Occurrunt, qui ſyſtema ſemitychonicum ſequuntur (2) *a Ricciolio excogitatum*, inquit Card. Ptolemæus, juxta quod Sol annuo motu circa terram movetur: Terra autem motu diurno circa ſuum axim, quod olim docuerunt Heraclides Ponticus, & Ecphantus Pythagoreus, qui referente Plutarcho (3) *motum terræ tribuerunt, non ut loco ſuo excedat, ſed rotæ inſtar circa axem circumvertatur ab occaſu verſus ortum circa ſuum centrum*: Et etiam Plato cum Timæo, ſi credimus Ariſtoteli (4), & Laertio (5), quibus credendum negat citatus Corſinius, quia in opere Timæi quod extat, alia apparet ejus mens, ac Ariſtoteles arbitratus eſt, & Platonis verba, præterquam quod intelligenda ſunt juxta Timæum, quem ſequitur, obſcura ſunt ex omnium confeſſione, & minus bene in hanc ſententiam deducuntur, quicquid dicat Gaſſendus. Hi autem dum contendunt omnibus phænomenis ſe hac via ſatisfacere, eamdem meram eſſe hypotheſim profitentur. Mitto Clericum, qui apud Trevoltianos contendit omnia Phænomena melius etiam, quam in aliis explicari per quoddam ſyſtema a ſe excuſum, in quo motus terræ, & ſoli tribuitur circa unum punctum; quod vocat centrum noſtri vorticis, & annuum quidem terræ, ſoli autem per dimidium annum, paucis ſecundis detractis. Aſtronomi enim non magis de illo curant, quam de aliis, quæ jam in oblivionem abierunt.

146. III. Arguitur ex authoritate S. Auguſtini. Ejus in hac re mens conſtat ex his ipſius verbis, (6) *de motu Cæli nonnulli fratres quæſtionem movent, utrum ſtet an moveatur..... Quibus reſpondeo multum ſubtilibus & laborioſis rationibus iſta perquiri, ut vere percipiatur utrum ita, an non ita ſit*: Nec vidit quid ex Scriptura, aut ex phænomenis afferri poſſit, quod hanc dirimat controverſiam. Itaque iis, qui pro Cæli quiete arguebant, quia ſcriptum eſt eſſe Firmamentum, reſpondet *nomen firmamenti non cogere, ut ſtare Cælum putemus. Firmamentum enim non propter ſtationem, ſed propter firmitatem vocatum intelligere licet*: Iis vero, qui circuitus ſiderum ab Oriente in Occidentem afferebant pro demonſtratione ejus motus, reſpondet, *ſi veritas Cælum ſtare perſuaſerit, non impedire circuitus ſiderum ne hoc intelligere poſſimus, quippe inventum eſt etiam cælo non*

moto

(1) Corſ. diſs. 1. in cap 11. Plut.
(2) Ptol. Phyſ. parti. diſp. 5. ſec. 2. n. 3.
(3) Plut. de Placi. lib. 3. cap. 13.
(4) Ariſt. de Cælo lib. 2. cap. 13.
(5) Lae. lib. 3. ſegm. 75.
(6) S. Aug. de Gen. ad lit. 2. cap. 10. num. 23.

Digitized by Google

moto fieri potuiſſe omnia, quæ in ſiderum converſionibus animadverſa atque comprehenſa ſunt. Vidit igitur Auguſtinus loquutiones Scripturæ in hac re non poſſe aliter accipi, quam in ſenſu disjunctivo de quiete ſeu motu vel abſoluto vel relativo.

147. IV. Arguitur ex eo, quod nulla evincantur eſſe argumenta, quæ ab aliquibus habentur tamquam demonſtrationes, vel pro motu abſoluto terræ tam diurno quam annuo, vel ſaltem ſolum diurno, & conſequenter pro quiete abſoluta Solis & Fixarum, vel pro motu abſoluto Solis & Fixarum, & conſequenter pro quiete abſoluta terræ. Sed cum hæc multa ſint, de aliquibus tantum dicam, quæ majoris momenti reputantur.

ARTICULUS II.

Objectiones pro quiete abſoluta Terræ.

148. I. OBjicitur. Terra eſt centrum cæleſtis ſphæræ: ergo circa ipſam moventur cæleſtia corpora. Ans probatur, quia quocunque tempore oculus in ſuperficie terræ poſitus videt integrum hemiſphærium, ſeu gradus cæli 180, quod non accideret, ſi Sol in centro eſſet, & Terra a Sole admodum diſtans circa ipſum gyraret, niſi forte dicatur non ſolum globum ipſum Terræ, ſed integram ejus orbitam habendam eſſe veluti punctum reſpectu diſtantiæ Fixarum, quod eſt incredibile.

Reſp. nego ans. Ad probationem autem dico, nullum abſurdum reperiri ab iis, qui ſapiunt, in eo, quod tota orbitæ telluris diameter habeat rationem quantitatis ut ita dicam infiniteſimæ ſeu puncti reſpectu diſtantiæ, quam habet a Fixis. Sunt qui pro eodem antecedenti arguunt ex teſtimoniis SS. Patrum: ſed fruſtra. Poſtquam enim SS. Baſilius, Ambroſius. & Auguſtinus locis ab Inchofero (1) citatis profeſſi ſunt ſe non curare hujuſmodi diſputationes, quæ ad bene beateque vivendum non proſunt, dicendum eſt eos ſuppoſuiſſe potius, quam aſſeruiſſe rationem centri in hac terra juxta ſuorum temporum philoſophiam.

149. II. Objicitur. Saltem terra nequit habere motum diurnum. Aſſumptum probatur, quia eo poſito ipſius compages diſſolveretur. Cum tam theſis, quam ratio pro ea adducta negetur, en quomodo pro hac arguant. Motus diurnus terræ importat ſingulas partes terræ ſub æquatore poſitas intra horas 24 percurrere milliaria geographica 21600, quorum ſingulis conveniunt hexapedæ 953; nam totidem milliariis extenditur circulus Æquatoris juxta recentiorum Aſtronomorum menſuras. Hic autem motus importat celeritatem

 ſere

(1) Inch. Trac. Syllep. cap. 4.

Digitized by Google

ſere duplam ea, quam habet globus e tormento bellico celeritate, quam fieri poteſt maxima exploſus. Hæc enim cum juxta experimenta Gallorum & Anglorum talis ſit, ut uno minuto primo percurrat tres leucas, quæ ſi ſint ex majoribus conficiunt novem milliaria, ſequitur quod intra horam percurreret milliaria 540, & uno die milliaria 12960, adeoque ſubduplum fere ſpatium illo, quod tribuitur ſingulis terræ partibus: atqui ſub hujuſmodi celeritate neceſſe eſſet propter ingentem vim centrifugam inde enaſcentem diſſipari terram ſub æquatore: ergo.

Reſp. conc. maj. Cum allatis pro ea argumentis, & *nego min. ſubſumptam*: Ratio eſt, quia effectus vis centrifugæ eſt conatus recedendi per tangentem circuli: inutilis autem eſt hic conatus, ubi omnes terræ partes in circulo diſpoſitæ continentur a ſibi proxima ne poſſint effugere. Adde reſiſtentiam vi centrifugæ contrariam, quæ naſcitur a vi centripeta. Cum hæc clara ſint, & communiter admiſſa, inconſequenter aliqui repetunt ex hac rotatione concuſſionem partium terræ inter ſe, & multos hinc effectus, quorum ratio apud phyſicos nondum eſt determinate comperta. Inutilitas hujus objectionis ſic etiam oſtenditur. Si ideo negandus eſſet motus diurnus terræ, quia partes æquatoris percurrerent ſingulis diebus milliaria Geographica pluſquam viginti millia, a fortiori negandus eſt motus diurnus cæleſtium corporum circa terram, cum in hac hypotheſi neceſſe ſit dicamus, Stellas fixas, quæ reſpondent æquatori terreſtri percurrere ſingulis horis perquam multos milliones milliariorum. Atque ſi ex illa celeritate terræ timetur ejuſdem diſſolutio, quonam modo ex celeritate in immenſum majori ſiderum non timetur eorumdem diſſipatio? Num quia ſolidi ſunt Cæli? At motus Cometarum per omnes cæli plagas falſitatem veteris hujus opinionis jamdudum evicit.

15?. Accedit pro motu diurno terræ hoc argumentum. Extra controverſiam jam eſt terram eſſe oblongatam ad Æquatorem, & depreſſam ad Polos, ſive ut ajunt, non eſſe ſphæram, ſed ſphæroidem latum, non vero oblongum. Sub finem enim elapſi ſæculi cum diſputari incœperit de figura terræ, contendentibus hinc Caſſino & Delahirio cum Gallis pro terra compreſſa ad æquatorem, inde vero Hugenio & Neutono cum Anglis pro terra ad æquatorem elevata, litem diremit Academia Scientiarum Pariſienſis, quæ duas Academicorum legationes Regis ſumptibus miſit, alteram Boream verſus, alteram ad Æquatorem, ut gradum meridiani terreſtris utrobique dimetirentur. Atque prima ad Polum miſſa conſtans ex Maupertuiſio, Clairautio, Camo, Monnierio, & Outhierio, quibus ſe adjunxit Celſius Upſalenſis profeſſor, cum diſceſſerit Pariſiis 20. Aprilis an. 1736, & pervenerit Torneam ſub circulo pola-

polari 20. Junii, in cujus urbis vicinia menſuram perfecit, rediit 19. Auguſti an. 1737, referens gradum Meridiani ibi eſſe omnibus rite perpenſis hexapedas Pariſienſes 57422, adeoque majorem gradu, quem Picardus in Gallia deprehendit hexapedas 57060. Secunda autem, ex qua fuerunt Godinus, Bouguerius, & Condamine, quos ſequuti paulo poſt fuerunt Antonius de Ulloa, & Georgius Ivan Hiſpani, Quitum prope Æquatorem petens, ſolvit 16. Maii an. 1735, & operationes omnes perfecit an. 1744, retulitque gradum Meridiani longe minorem polari, qui definiri poteſt hexapedis circiter 56753; nam Bouguerius, & Condamine ſeorſim a Godino, & Hiſpanis operantes non convenerunt in eamdem menſuram, ſed differentia non fuit, niſi hexapedas 18. Definitionem Academiæ confirmarunt deinde Caille, qui 36 gradum latitudinis meridionalis invenit in fronte Africæ majorem gradu æquatorio, minorem vero boreali: Et Boſcovich, qui an. 1752 gradum medium ditionis Pontificiæ determinavit hexapedas 56979: & Angli Maſſon ac Dixon 56888 in America Septemtrionali intra annos 1764 & 1768. Et Beccaria 57069 in Gallia Subalpina an. 1768: Eodemque anno Joſephus Lieſganig 57091 in Auſtria & Pannonia. Ex quibus conſequitur axem Terræ breviorem eſſe diametro Æquatoris, cui Bouguerius quidem tribuit hexapedas 6562026, & axi 6525377: alii vero diametro 6562480, & axi 6525600. Brevius Neutonus dixit rationem illius diametri ad axem eſſe ut 230 ad 229, & alii fere ut 179 ad 178.

151. Accedit, quod cum tota hac ſub Æquatore elevatione partium terræ & maris ſupra illas, quæ ſunt circa polos, conſtat aquas ſub æquatore habere ſuum æquilibrium cum aquis ſub polis, quaſi columnæ aqueæ ſub æquatore minus gravitent illis, quæ ſunt ſub polis, cum quibus certe conjunguntur, quemadmodum compertum eſt minorem revera eſſe gravitatem ſub æquatore ac ſub polis, ope penduli, quod brevius ſit oportet ſub Æquatore, ut ſingulis ſecundis peragat ibi unam oſcillationem, ſicuti peragebat in locis ab æquatore remotis. Atqui hæc phænomena optime congruunt rotationi diurnæ terræ ſupra ſuum axim ab occaſu in ortum, per quam depereat neceſſe eſt aliquid de vi gravitatis urgentis corpora deorſum, utpote quæ ſub æquatore retunditur ab oppoſita vi centrifuga ibi majori, & propter hanc ipſam vim centrifugam eleventur opus eſt partes ſub æquatore, illam concipientes magis, quam remotiores ad polum partes, ut æquilibrium conſervetur in toto globo terraqueo: ergo ſaltem motus diurnus convenit terræ, & non ſoli & fixis.

152. Tanti æſtimantur ab aliquibus hæc pro motu diurno terræ argumenta, ut neglecto prorſus Tychonico ſyſtemate in Semity-

L 2 cho-

Digitized by Google

chonicum conceſſerint, quod nullam ſubit invidiam. Huic enim ſubjacet ſolum ſyſtema, motum annuum terræ circa ſolem propugnans, quod quidem *Sacer Magiſtratus* (1), ut ait Card. Pallavicinus, *ſevere percuſſit*, hoc eſt (2) *Cardinalium Inquiſitorum Congregatio*, ut clare expreſſit Carteſius, & diſtincte referunt Ricciolius (3), & Berninus (4), damnavit in Galilæo tamquam ſacræ Scripturæ oppoſitum: non tamen Eccleſia Catholica, ut loquitur Helvetius in ſuo famoſo libro *de Spiritu*, & alius neſcio quis Anonymus apud Trevoltianos (5), qui merito utrunque de hoc magni momenti errore reprehendunt: neque ſancta Sedes, ut dixit Bernardinus Veſtrini (6), quo nomine venit Decretum Romani Pontificis, factum ut ajunt ex cathedra: neque illa, quæ dicitur Romana Eccleſia infallibilis, ſimile ſcilicet Decretum Summi Pontificis, quemadmodum falſo credidit Whiſtonus (7), qui ſub hac falſa hypotheſi, vel præpoſtera duarum rerum diverſarum confuſione ſatis irreverenter de Romana Eccleſia loquitur: neque tandem cœtus ſuperſtitioſorum & imbecillium, ut Eſteve recentius dixit in ſua Gallice ſcripta *Hiſtoria generali & particulari Aſtronomiæ*, quæ quam multa contineat reprehendenda, docebunt Trevoltiani (8). Cæterum ipſa Romanæ Inquiſitionis Congregatio, ut notaverant jam Tranſactiones Philoſophicæ ex documentis, quæ citat Wolfius (9), jam olim reſpondit, ſe ſtatim ac exhibita fuerit demonſtratio annui motus terræ circa Solem, declaraturam ſacras Scripturas intelligendas eſſe loquutas de quiete terræ relativa non abſoluta, nec repugnaturam iis, qui ſyſtema Copernicanum tueantur tamquam theſim, quod interea per decretum latum an. 1620. permittit adhiberi tamquam hypotheſim.

153. Urgent aliqui argumentum pro motu diurno terræ ex regularibus & perpetuis intra Tropicos ventis, quos dicunt eſſe effectus rotationis terræ, quemadmodum de faſciis, quæ in Jove per Teleſcopia obſervantur conſtantes, & inter ſe & æquatori ipſius Jovis parallelæ, coniicit Whiſtonus (10) eſſe torrentes quoſdam atmoſphæræ Jovis, productos ab ejuſdem celerrima ſupra ſuum axim revolutione intra ſpatium horarum circiter decem. At contemnitur hæc inſtantia utpote gratis & male excogitata. Male quidem quia atmoſphæra a tot jam ſæculis gyrans cum terra debuit celeritati

(1) Pall. Vind. cap. 24. §. Sed utrunque.

(2) Cart. Epiſt. par 2. ep 76. & 80. ad Merſen.

(3) Ric. Almag. lib. 9. ſec. 9. cap. 40.

(4) Ber. Storia dell' Ereſie ſec. 17. c 3.

(5) Mem. de Trev. an. 1758. art. 118. pag. 2854.
Ibid. an. 1759. art. 23 pag. 550.

(6) Veſt. Lett. teolog. 8. par. 1. pag. 91.

(7) Whi. Aſtron. princ. par. 2. prop. 2. num. 4.

(8) Mem. de Trev. aun. 1756. art. 12. 17. & 56.

(9) Wolf. Elem. Aſtron. §. 628.

(10) Whi. Aſtron. princ. par. 3. coroll. num. 12. pag. 71.

Digitized by Google

tati ipſius rotationis jam olim ſe accomodaſſe. Gratis vero quia hujuſmodi ventorum ſatis aperta cauſa habetur in calore Solis, qui quotidie ab ortu in occaſum procedens, vehementius per gradus agit in Atmoſphæram intra Tropicos, quam extra illos, ex quo naſcitur ejus continuus motus ab ortu occaſum verſus, qui navigantes in Americam ex Europa accelerat, redeuntes vero retardat. Alias rationes affert Muſſchenbroekius (1), quibus hanc opinionem peſſumdat. His aliam addit nuper Henricus Eeles (2) nimirum ventum regularem ſub æquatore ipſo mitiorem eſſe, cum contra vehementior ibi deberet eſſe, ſi diurnus motus telluris eſſet illius cauſſa, & aliam Trevoltiani (3), qui referunt Georgium Anſon, totius orbis navigatorem juxta Antonium Buſching (4) decimum octavum, teſtari expertum ſe non eſſe in ſua navigatione, quam abſolvit anno 1744, Spitheadium tenens 15. Junii, cum ſolviſſet e portu S. Helenæ 18. Septembris an. 1740, tantam regularitatem in hujuſmodi ventis, quanta prædicatur.

154. III. Objicitur. Sacra Scriptura tribuit Soli ortum & occaſum & motum, (5) *Oritur Sol & occidit, & ad locum ſuum revertitur, ibique renaſcens gyrat per meridiem*: & ſimiliter in aliis locis loquitur (6); contra vero quietem tribuit terræ, (7) *Terra in æternum ſtat: Fundaſti* (8) *terram ſuper ſtabilitatem ſuam, non inclinabitur in ſæculum ſæculi*: ergo de Fide eſt Solem & Stellas moveri motu abſoluto, terram autem quieſcere abſolute.

Reſp. conc. ant, & nego conſeqm, quæ omnino falſa eſt & abſurda, poſtquam audivimus nec S. Auguſtinum (§. 146.) Scripturas interpretantem ipſam intuliſſe, & ſacrum Magiſtratum (§ 151.) promptum eſſe ad declarandum debere verba Scripturæ de motu, & quiete relativis intelligi, quoties demonſtratio aliqua ſyſtematis Copernicani producatur. Igitur ſicuti Scriptura ad nos directa utitur nominibus non aliter, quam in ſenſu communi, ita quod pertinet ad nomina motus & quietis, non eſt certum, illorum ſenſum alium eſſe, quam relativum. Nec ex eo, quod hoc modo utatur his nominibus Scriptura, dici poteſt, illam adhibere loquutiones, (9) *quæ minus accuratæ, & ad humanæ ſapientiæ trutinam impropriæ dignoſcuntur*, ut dicit Muratorius: ſed dici ſolum poteſt illas eſſe loquutiones genericas, & non determinantes ullam ex ſpeciebus, quas ſub eodem generico nomine diſtinxit humana ſapientia. Quod interea pertinet ad objecta nomina Ortus, & Occaſus Solis & Stel-

(1) Muſs. Elem. Phyſ. §. 1359.
(2) Eel. Tranſac. philoſ. an. 1755. lettr. a pag. 135.
(3) Mem. de Trev. ann. 1750. art. 14. pag. 245.
(4) Buſ. Geograf. Introd. art. 2. cap. 1.
(5) Eccle. 1. 7.
(6) Pſal. 18. v. 6. & 7. Joſu 10 Eccli 43.
(7) Eccl. cap. 1. v. 5.
(8) Pſal. 105.
(9) Mur. de Moderam. ingen. lib. 1.

Stellarum, hæc ut advertit Wolſius (1) nihil in ſua notione, quæ ſola attenditur, important, quod motum ſignificet; Ortus enim Solis idem eſt, ac ejus, qui antea latebat, apparentia: occaſus vero, ejus, qui antea conſpicuus erat, occultatio: verba autem revertor & gyro, cum referantur ad ortum & occaſum, videntur has ſolum viciſſitudines per obviam quamdam metaphoram denotare. Quod tandem pertinet ad illud *Terra in æternum ſtat* illius ſenſus obſervante poſt S Ambroſium (2), Gaſſendo (3), juxta contextum eſt, terræ maſſam eamdem ſemper eſſe, & in poſterum fore, etiamſi in ea, & ex ea continuæ variationes ſiant; nam immediate ante objecta verba habentur hæc, *Generatio præterit, & generatio advenit*.

155. Porro alia permulta Scripturæ loca in hac re collegerunt Melchior Inchofer (4), Gulielmus Derham (5), aliique diverſis conſiliis: alii ut ea urgerent contra ſyſtema Copernicanum, alii rurſus ut huic illa non adverſari oſtenderent, quibus nuper aſſentitur Laurentius Altieri ex profeſſo propugnans hanc propoſitionem, (6) *Poſſunt Copernicani ſacræ Scripturæ teſtimonia motui telluris, ac Solis quietis adverſantia facili negotio explicare*. Quare jure poſſumus cum Muſſchenbroekio concludere, (7) *terram ſupponere immobilem, & circa eam Solem moveri ex authoritate, eſſe hac tempeſtate luſum in re ſeria*. Luſus multo magis abſurdus fuit in Auctore, quem confutavit Michael de Bono in Diſſertatione de Origine Terræmotus, de qua videſis Trevoltianos (8), qui, quod iiſdem referentibus (9) opinati jam fuerant Hales, & Flamſteedius, nullum dari verum & proprium terræ motum ſtatuit, contendens ſola ædificia ſupra terram a nobis erecta pati concuſſiones, quæ ea etiam diſiiciant, & proſternant vi aeris vehementiſſime agitati. Profecto puduiſſet ſe temporis in excolendo novo hoc errore inſumpti, ſi varias Luſitaniæ urbes perluſtraſſet an. 1755, poſt Cal Novembr., quo tempore terræ motum paſſæ ſunt horribilem, vulgo cognitum ex pluribus tunc editis relationibus, quarum aliquas iidem Trevoltiani commemorant (10), quibus addo illam, quam Ignatius Monteiro teſtis de viſu habet in ſua Philoſophia (11), inſertam nuper in tomo 1. Venetæ editionis Geographiæ Buſchingi, quam Italicam reddidit Gaudioſus Ingemann. Sed ne id unquam opinarentur, ſatis erant hiſtoriæ de montibus alicubi repente enatis, & aliis alibi rur-

(1) Wol. Aſtron. §. 20.
(2) S. Ambr. in Pſal. 118.
(3) Gaſs. Inſt. Aſtron. lib. 3. cap. 10.
(4) Inc. Trac. ſyllepticus cap. 2. & ſeq.
(5) Der. Aſtro-theol. Diſcours prelim.
(6) Alt. Phyſ. partic. num. 161.
(7) Muſs. Elem. Phyſ. §. 850. num. 2.
(8) Mem. de Trev. ann. 1750. art. 95. pag. 1800.
(9) Ibid. an. 1751. art. 87. §. De Paris pag. 1715.
(10) Mont. tom. 5. Geogr. Phyſ. §. 291.
(11) Trev. an. 1756. art. 16. & 22., & an. 1757. art. 41.

rurſus ſepultis: & multo magis, quod ſcriptum eſt, Deus (1) *tranſtulit montes, & neſciverunt hi, quos ſubvertit in furore ſuo; qui commovet terram de loco ſuo*. Et alibi (2) *commota eſt, & contremuit terra: fundamenta montium concuſſa ſunt & conquaſſata*.

ARTICULUS III.

Objectiones generales pro quiete abſoluta Solis & Fixarum.

156. I. OBjicitur. Scriptura loquens de motu Solis & Cæli utitur terminis motus in ſenſu relativo; nam ex nuper dictis utitur his terminis prout ſunt in uſu communi hominum, ad quos loquitur, qui communiter nec utuntur, nec uti poſſunt terminis motus & quietis niſi in ſenſu relativo, cum ſermo eſt de rebus inanimatis: ergo ex Scriptura Sol & Fixæ relative ſolum non abſolute moventur. Confirmat conſequentiam quod ſcriptum eſt, (3) *Homo ſapiens manet ſicut Sol*.

Reſp. conc. ans, & nego conſeqm. Nam ex eo, quod quid moveatur motu relativo, non ſequitur neceſſario illud abſolute quieſcere. Exempla ſupra (§. 100.) allata excludunt hujuſmodi illationem, in quibus manifeſtum eſt motum relativum eſſe poſſe motum abſolutum, quod generaliter etiam concluditur ex eo, quod motus abſolutus, & relativus componi ſimul poſſint in eodem ſubjecto (§. 100.). Cum proinde nulla ſit facta argumentatio, nulla pariter eſt hæc alia illi ſimilis: Scriptura dicit terram quieſcere quiete relativa, quemadmodum deducitur ex uſu terminorum in ſenſu communi: ergo Terra movetur abſolute, ſive abſolute non quieſcit; hujus enim pariter ans conceditur, & negatur conſeqa. Adverſarii dum hoc pacto arguunt, videntur velle, ut in communi uſu loquendi idem ſint tam quies relativa cum motu abſoluto, quam motus relativus cum quiete abſoluta, quod falſum eſt. Homines enim etſi communiter utantur iis terminis in ſenſu relativo, communiter etiam nec excludunt nec poſſunt excludere ab illis rationem motus abſoluti, & quietis abſolutæ. Ad confirmationem dico Interpretes intelligere illud *manet ſicut Sol*, non de quiete, ſed de fulgore, qui in Sole non apparet modo major modo minor, ſicut in Luna.

157. II. Objicitur. Longe ſimpliciori modo ſe habet tota hæc viſibilis rerum compages attributo motu abſoluto terræ juxta ſyſtema Copernicanum, quam Soli & Fixis juxta quodvis aliud ſyſtema. Hoc enim modo omnia cæleſtia corpora minora circa majora, planetæ ſcili-

(1) Job. 9. v. 7.
(2) 2. Reg. cap. 22. & Pſal. 17.
(3) Eccli. 27. v. 12.

Digitized by Google

ſcilicet primarii circa Solem, & Planetæ ſecundarii circa primarios moventur, & omnia prout magis diſtant a corpore centrali, tardius complent ſuum gyrum, ita ut quadrata temporum, quæ in hujuſmodi gyro inſumunt, ſequantur rationem, quam habent cubi diſtantiarum, & nulla præterea exceptio datur in ea lege, quæ in aliis omnibus caſibus obſervatur habere locum in natura, ut tendentia unius corporis in aliud ſit in ratione inverſa illorum maſſæ: ergo motus abſolutus tribuendus eſt Terræ, & non Soli ac Fixis.

Reſp. concedens, quod vehementer urgent Gulielmus Derham (1), Whiſtonus (2), & Graveſande (3) illud fuſe exponentes, & admittunt quotquot ex Aſtronomis ſyſtema Tychonicum propugnant, inter quos Ricciolius referente De Chales (4) fruſtra conatus tabulas conficere juxta ſyſtema Tychonicum, quæ ſaltem mediocriter obſervationibus reſponderent, illas tandem confecit juxta hypotheſim Copernicanam, Sed *nego conſeqm*. Ex eo enim quod machina aliqua ſimplicius uno modo appareat nobis conſtructa, quam alio, nequit inferri eo modo reipſa conſtructam eſſe; nam ex apparentiis, quas patimur, non dependet hæc major ſimplicitas, ſed ex tota ipſius conſtructione & fine, quem ſibi proponit Artifex, vel qui illam adhibet, obtinendum. Itaque quod vi machinæ de ſingulis horis moneat aptis pulſibus æs campanum horologii, eſt quid ſimplicius, quam quod id fiat per hominem, nihilominus per hominem id fieri, & non per machinam in horologiis arcium compertum eſt. Et ut exemplo utar, quod res ipſa, de qua agitur, offert, & jam olim animadvertit Niewentitius (5), ubi hanc ipſam objectionem elevavit, nonne extra controverſiam eſt orbitas Planetarum eſſe Ellipticas, & non circulares, etſi nemo dubitet circulum eſſe ſimpliciorem curvam, quam Ellipſim: circuli enim tam facilis deſcriptio eſt, ut inter poſtulata Geometriæ numeretur, quod de Ellipſi factum non fuit. Similiter etſi ſimpliciori via videatur nobis res procedere in ſyſtemate Copernicano, nihilominus non poſſumus affirmare ita revera rem ſe habere, donec nota penitus ſit non ſolum tota hujus mundi conſtructio, ſed etiam finis proximus, quem illius Artifex Deus habuit, quem profecto nemo eſt mortalium, qui adæquate noverit.

158. III. Objicitur. Satellites Jovis ſubjacentes in ſuis revolutionibus circa Jovem frequentioribus Eclipſibus, citius ex umbra apparent emergere, quando juxta hypotheſim Copernicanam terra propior eſt Jovi integra ſuæ orbitæ diametro, propter minus ſpatium,

(1) Derh. Aſtron. theol. Diſcours prel.
(2) Whi. Aſtron princ. par. 2. prop. 1. 2.
(3) Graveſ. de Rebus Cæleſt. ad finem Elem. Phyſ. Muſs. a §. 234.
(4) Cha. Mund. mathem. to. 4. Aſtron. lib. 6. ad propoſ. 57.
(5) Niew. Relig. philoſ. contempl. 29. ſect. 11.

Digitized by Google

tium, quod lux, quæ ex dictis (§. 50.) ſucceſſive propagatur, tunc percurrit, ut a ſatellite ad nos deveniens. Nec dubitandum, quod idem deprehenderetur phænomenon etiam in ſatellitibus Saturni, niſi debilis eorum lux difficiliorem redderet eorumdem obſervationem: ergo Terra eſt, quæ circa Solem movetur, & non contra.

Reſp. omitto ant, quia non de ſatellitibus, ſed de ſolo intimo Jovis ſatellite illud, quod dicitur conſtat: non vero de eo, qui hunc proxime ſequitur, etſi ipſe pariter in ſingulis revolutionibus Eclipſi ſubjaceat: & multo minus de tertio, qui hanc non ſemper patitur: aut de quarto, qui vix aliquando illi ſubjicitur. Interea omiſſo antecedenti, *nego conſeqm*, quam non eſſe legitimam ſuadent Tychonici, qui utentes tabulis juxta ſuum ſyſtema conſtructis æque bene prædicunt hujuſmodi immerſiones & emerſiones, ac Copernicani, qui id faciant per proprias ſibi tabulas.

Articulus IV.

Objectiones ex Fixarum parallaxi & aberratione pro quiete abſoluta Solis & Fixarum.

159. I. Objicitur. Robertus Hookius primus circa annum 1669, & Flamſteedius deinde ab an. 1689. uſque ad 1697, & Petrus Horrebovius ab an. 1701. per totos quatuor inſequentes annos, deprehenderunt Fixarum parallaxim; nam obſervarunt fixas pro diverſis anni temporibus mutare diſtantias ſuas a vertice. Sed hoc apprime congruit annuo Telluris motui circa Solem; hoc enim poſito Tellus modo eſt in uno extremo, modo in alio orbis cujuſdam magni, quem circa Solem deſcribit, & proinde non ſecus ac qui corpus e lacunari pendulum dum obſervat ab uno cubiculi extremo, non videt in eodem ipſius lacunaris puncto, ac dum obſervabat ex oppoſito extremo, ita idem contingere debet terreſtri fixarum obſervatori in locis tam inter ſe diſſitis collocato, in quo conſiſtit parallaxis; niſi forte quis dicat totam diametrum orbis magni eſſe reſpectu diſtantiæ Fixarum tamquam punctum: ergo. Confirmatur objectio ex Gulielmo Whiſtono, qui quemadmodum jam Horrebovius huic annuæ Fixarum parallaxi innixus librum Hafniæ edidit anno 1727. cum hoc titulo *Copernicus triumphans*, ita ille hoc tandem argumento dicit, (1) *Syſtema Copernicanum, ſive annuum telluris motum eſſe demonſtratum*: quod cum negaſſet David Gregorius ea objiciens (2), quæ ſibi videbantur nullum reddere hoc argumen-

M tum,

(1) Whi. Præl. Aſtron. num. 4. (2) Greg. Aſtron. lib. 4. prop. 55.

Digitized by Google

tum, reſpondit Whiſtonus (1) illius objectiones ſolvens pluribus modis, & quidem non ſine manifeſtatione cujuſdam iracundiæ, qualis naſcitur ex reſiſtentia, qua quis evidentiam negat, etſi candide ibidem fateatur, (2) *Flamſteedium ratiocinia ſua non recte in omnibus hoc loco inſtituiſſe, & fixarum parallaxim nonnunquam ex phænomenis illam minime probantibus deduxiſſe*. Qua ſua confeſſione deinde uſus fuit Niewentitius (3), ut etiam ad hominem argueret contra opinionem de comperto per hanc viam annuo telluris motu, quam ſupra (4) jam negaverat.

Reſp. nego maj. quam ratio adjuncta non ſuadet, quia non quæcunque mutatio in diſtantia fixarum a vertice infert ipſas ſubjici parallaxi: ſed opus eſſet, ut ea mutatio contingeret certo modo, quo compertum eſt non fieri. Hinc jure Roemerus per literas, quas citat Wolfius (5) monuit Flamſteedium non eſſe ſuas obſervationes antecedens ſufficiens ad hujus parallaxeos concluſionem. Quod deinde plane demonſtrarunt Jo. Jacobus Caſſinus (6) ex ipſis, quæ afferebantur obſervationibus, ubi earundem examen inſtituit, quod habetur in Acad. Scient. Pariſ. ad an. 1699: & Euſtachius Manfredi an. 1729, qui ex ſuis obſervationibus invenit fixas excurrere in ortum, quando parallaxis debuiſſet illas transferre in boream, eaſdemque in occaſum declinare, quando vi illius oportebat apparere in auſtro. Quare concluſit (7) *evagationes fixarum a ſe obſervatas nihil commune habere cum annuà Copernicanorum parallaxi*. Idem Manfredius ſedulo examinans (8) etiam obſervationes Horrebovii oſtendit propoſitum non evincere, etiamſi permittatur eas eſſe rite inſtitutas. Et Wolfius de aliorum tentamine in diſquirenda ſiderum parallaxi mentionem faciens univerſaliter ſtatuit (9) *falli eos, qui motum telluris annuum per parallaxim Fixarum demonſtratum eſſe contendant*. Miror autem Whiſtonum in ſuis prælectionibus Phyſico-mathematicis tam confidentet hanc parallaxim, & ex hac motum annuum telluris habuiſſe pro demonſtratis, cum in iiſdem referat ipſum Flamſteedium faſſum fuiſſe ex alia cauſa provenire poſſe ſtellarum (10) *apparentem mutationem ſine ulla interea vera earum parallaxi*: Sed ſe ipſe aliquo modo in opere poſteriori *Aſtronomica principia* emendavit profitens (11) ſe pro motu annuo telluris jam amplius non arguere ex Fixarum parallaxi utpote controverſa.

160. II. Obji-

(1) Whi. Præl. Phyſico-math. 11.
(2) Id. ibid. in Scholio pag. 202.
(3) Niew. Relig. contempl. 29. ſec. 8.
(4) Id. ibid contempl. 29. ſec. 51.
(5) Wol. Elem. Aſtron. §. 601.
(6) Caſ. in Acad Scien. Pariſ. an. 1699. pag. 177.
(7) Man. de Fixorum ſiderum error. art. 1. §. Illud potius tom. 1. Inſtit. Bonon.
(8) Id. ibid. art. 2. pag. 612.
(9) Wol. Elem. Aſtron. §. 607.
(10) Whi. prel. 4. pag. 39.
(11) Id. Aſtronomical principles par. 2. prop. 2.

Digitized by Google

160. II. Objicitur. Bradleyus Aſtronomiæ Profeſſor Oxonienſis certus motus quoſdam, qui e terra obſervantur in Fixis, non poſſe explicari per parallaxim dependentem ex motu telluris annuo, comperiit tandem explicari illos optime poſſe per duplicem motum, alterum luminis, quod ſucceſſive propagatur cum ea velocitate, quæ jam cognita eſt ex eclipſibus intimi ſatellitis Jovis, & alterum ipſius oculi, qui participat motum telluris per orbitam Eclipticæ, quemadmodum videri poteſt declaratum etiam a Smithio (1): ergo motus telluris hac tandem theoria Bradleyana certus eſt. Antecedens dum declaratur ſuadetur.

161. Primo itaque adverto hujuſmodi fixarum motus paſſim jam ab Aſtronomis vocari aberrationem annuam fixarum, ejuſque nomine venire circulum ſemidiametri minutorum ſecundorum 20, deſcriptum intra annum a Fixis, quæ ſint in Eclipticæ polo, & parvam ellipſim deſcriptam intra annum a Fixis, quæ ſint inter eclipticam & ejus polum, & tandem motum rectilineum per dimidium anni in ortum, & per alterum dimidium in occaſum pro Fixis, quæ ſint in ipſa ecliptica.

162 Secundo dico, quod ſicuti nos objecta non videmus, niſi per radios, qui ab objectis emiſſi uſque ad fundum oculi penetrant, ita de eorumdem ſitu non aliter judicamus, quam juxta directionem, quæ ſit in ipſis radiis ſumptis a fundo oculi externam verſus ejuſdem oculi ſuperficiem. Hinc ſi oculus, & objectum ſint immota, nec refractiones obſtent, quæ in medio interpoſito, ut in aere, & humoribus oculi fiunt, videmus illud ibi, ubi eſt, quia radius a fundo oculi uſque ad objectum facit rectam lineam. At ſi oculus, & radius in oculum tendens ſimul moveantur ita ut celeritas, qua oculus movetur, non ſit quaſi quantitas infiniteſima relate ad celeritatem, qua movetur radius ab objecto oculum verſus, adeoque celeritas oculi ad celeritatem radii habeat rationem aliquam finitam atque ſenſibilem, nequit oculus videre objectum ibi, ubi revera eſt, quia radius ingrediens oculum ſic motum neceſſe eſt directionem, quam habebat extra oculum, deſerat, & in eam partem tendat intra oculum, quæ eſt contraria illi, in quam oculus movetur. Quare ſumptus juxta hanc novam ſui directionem a fundo oculi uſque ad ejuſdem ſuperficiem, repræſentabit objectum promotum eam partem verſus, in quam oculus progreditur. Hanc conſequentiam declarat exemplum foveæ excavatæ a globo decidente in arcam plenam ſevo, quæ actu horizontaliter trahatur. Fovea hæc obliqua eſt, & tendens in partem oppoſitam illi, in quam arca movetur, quia effugiente ſevo, quod immediate ſubjectum eſt globo decidenti, illud quod deinceps ſequitur, recipit ulteriorem globi impreſ-

(1) Smi. Cours d'Opti. lib. 4. num. 1 188.

preſſionem. Quare hujuſmodi obliqua directio producta extra ſe-vum evadit linea inclinationis in partem, in quam arca movetur.

163. Tertio dico, Bradleyum tentantem, an annua fixarum aberratio reſponderet hypotheſi de ſucceſſiva luminis propagatione, & motu telluris annuo per eclipticam inveniſſe ita eſſe. Idem poſt illum experiuntur Aſtronomi, qui norunt ſibi corrigenda eſſe loca fixarum juxta regulas a Bradleyo traditas dependenter ab aſſumpta hypotheſi, aliter obſervant eaſdem fixas diverſis anni temporibus in locis tam heteroclitis, ut nequeant progredi ad quicquam ſtatuendum de illis; pro quibus hujuſmodi fixarum obſervationes adhibebant.

164. Quarto dico, cum ex Eclipſibus intimi ſatellitis Jovis compertum ſit (§. 51.) celeritatem luminis eam eſſe, quæ opus habeat octo minutis primis & paulo amplius, ut ad nos a Sole perveniat, eamdem celeritatem reperiri etiam ex annua Fixarum aberratione juxta Bradleyum explicata. Modus quo tanta hæc conſenſio, quæ eſt character quidam veritatis ſyſtematis detegitur, hic eſt. Inquiritur angulus maximæ aberrationis fixarum, quem ſcilicet faciunt duæ lineæ, altera ducta ab oculo ad centrum circuli vel ellipſis deſcriptæ a fixa, altera ducta ab oculo ad extremum ipſius diametri: hunc angulum Bradleyus deprehendit 20 ſecundorum, ex quo eruitur, in qua ratione diſtantia fixæ ab oculo, quæ exprimit velocitatem luminis, ſit ad ſemidiametrum orbis magni a terra deſcripti, quæ ſemidiameter exprimit velocitatem terræ, adeoque oculi. Atque cum hæc ratio inveniatur eſſe ut 10000 ad 1, concluditur, velocitatem luminis a fixis ad nos venientis eſſe decies millies majorem velocitate terræ. Inquiratur jam tempus, quo tellus perveniret ad Solem, ſi in ipſum directe tenderet ea velocitate, qua nunc circa illum movetur, quod idem eſt ac invenire tempus, quo tellus cum dicta velocitate percurreret ſemidiametrum ſuæ orbitæ fere circularis. Hoc autem ſic facile invenitur. Tellus orbem magnum percurrit intra annum, hoc eſt intra dies 365, horas 5, minuta prima 49, hoc eſt intra minuta prima 525 949. Igitur aſſumpta ratione peripheriæ circuli ad radium, quam Smetius ſtatuit, & laudat Tacquetus (1) ſcilicet ut 710 ad 113, ſi fiat ut 710 : 113 :: 525 949 : ad quartum, hic numerus, qui eſt 83 707 exprimit in minutis primis tempus, quo tellus percurreret radium ſuæ orbitæ, hoc eſt diſtantiam, quam habet a Sole, ſi in ipſum tenderet velocitate, qua circa eumdem movetur. Quoniam igitur decies millies major dicitur eſſe velocitas luminis velocitate terræ, decies millies minus erit tempus, quo lumen idem ſpatium percurret: fiat igitur ut 10000 : 1, ita 83707 prima inventa ad quartum, habetur jam

(1) Tacq. Selecta ex Archim. prop. 6.

Digitized by Google

jam tempus 8 primorum & paulo amplius, idem ſcilicet tempus pro propagatione ſucceſſiva luminis, ac dederunt prædictarum eclipſium obſervationes.

165. *Reſp. concedo ans* cum iis, quæ ad illius declarationem dicta ſunt. Etſi quod quarto loco innuitur circa modum, quo ſtabilita eſt ratio velocitatis luminis ad velocitatem telluris patiatur diſtinctionem, quam protulit Joſephus Aſclepi in ſua *de Annua Fixarum aberratione* exercitatione, quam pro more Academiæ habuit in Coll. Rom. an. 1768, nimirum eo modo determinari (1) ſolum rationem velocitatis luminis ad illam telluris pro ſtatu luminis, quod jam oculi fundo occurrit, refractum per corneam primo, deinde per humorem aqueum, tum per cryſtallinum, & tandem per vitreum, non vero pro ſtatu luminis, quod extra oculum eſt. Hanc velocitatem intra oculum variari ſenſibiliter poſſe Dioptrica ſuadet, ex qua novimus lumen tranſiens ex uno in aliud medium diverſæ denſitatis ſtatim pati refractionem aliquam, ex qua plane ſequitur aliqua etiam velocitatis apprehenſæ variatio. Quare contemni nequit differentia inter velocitatem luminis extra oculum, & intra oculum propter exiguitatem ſpatii & temporis; quoties enim ratio temporis inſenſibilis ad ſpatium etiam inſenſibile varietur, ſicuti accidit in tranſitu lucis ex uno medio in aliud, & in omni motu curvilineo, videmus ſequi effectus ſenſibiliter diverſos. Qui dicant obſervatam conſtanter fuiſſe maximam fixarum aberrationem 20″, quæ ſi eam, quam dicimus haberet dependentiam a refractione, quam lumen patitur in oculis, varia apparuiſſet pro varietate obſervatorum, bene idem Aſclepius monet, obſervatores in hac re redigi ad duos Bradleyum, & Manfredium, nec mirum eſſe, dari duorum hominum oculos ad eamdem luminis refractionem compoſitos. Ceteri enim Aſtronomi hoc ſolum obſervarunt ſtabilitam aberrationem utilem eſſe in corrigendis obſervationibus, quas ad alios fines habuerunt, contemnentes diſcrimen, quod in illis etiam ſic correctis invenerint duorum vel trium ſecundorum, cujus cauſa fortaſſe eſt ſaltem ex parte ipſa oculorum diverſitas.

166. Etſi autem concedam antecedens, *nego tamen conſeq.m* cum ſummis Aſtronomis, quorum aliquos nominat, & ſequitur Manfredius (2), qui antequam eam concedant, poſtulant majorem numerum obſervationum, quæ ſint etiam de aliis fixis præter illas, quæ proferuntur. Quis enim inquiunt jure a nobis exigat, ut in unius aut alterius teſtimonio res tanta concludatur? Nam præter Bradleyum, & Manfredium alios non habemus, qui hujuſmodi obſervationes data opera peregerint, atque etſi Manfredianæ majori ex parte conſentiant theoriæ Bradleii, nihilominus aliæ ſunt, quæ

(1) Aſcl. num. 56. pag. 19. (2) Manfr. ubi ſupra art. ult. ſub finem.

Digitized by Google

quæ ab illa diſſentiunt. Addunt, quod data etiam hujus theoriæ veritate a pluribus obſervatoribus per repetitas obſervationes accuratiſſime confirmata, adhuc dari non poſſit tellurem ſine controverſia abſolute moveri, quoniam Rogerius Boſcovich in Diſſertatione de Æſtu maris jam excogitavit modum, quo omnes motus, quos Copernicani tribuunt terræ, componantur cum ejuſdem abſoluta quiete: & alii fortaſſe olim venient, qui meditando alia etiam via, quæ magis probetur, idem aſſequantur, quemadmodum extitit tandem Bradleyus, qui ad mentem Copernici tam bene hæc phænomena explicavit, quæ propter inutiles aliorum conatus iiſdem viſa fuerant extra humanum captum poſita. Cum dixerim de potioribus Copernicanorum argumentis, alia omitto, quibus reſpondet Fortunatus a Brixia (1).

PARS V.

(1) Brix. Phyſ. partic. tract. 1. diſs. 2. ad prop. 3.

PARS V.

De quantitate motus corporum univerſim conſiderata.

PROPOSITIO PRIMA.

Motus corporis eſt quantitas quædam, quæ æſtimari debet ex quantitate materiæ toties ſumpta, quot ſunt in ea gradus celeritatis.

ARTICULUS PRIMUS.

Argumenta pro propoſitione.

167. MAGNI momenti eſt hæc propoſitio, utpote fundamentum totius Dynamicæ, ſcientiæ ſcilicet, quæ conſiderat potentiam corporum, quæ ſint in aliquo motu. Probatur I. motum corporis eſſe quantitatem quamdam. Quantitas eſt, quod eſt capax argumenti & decrementi: ſed motus corporis eſt capax augmenti & decrementi; nam motus non intelligitur ſine celeritate, quæ in infinitum major vel minor eſſe poteſt (§ 45.): ergo motus corporis eſt quantitas.

168. Probatur II. hanc quantitatem æſtimandam eſſe ſolum per quantitatem materiæ & celeritatem. Quævis determinata ſpecies quantitatis æſtimari debet per ea ſolum, quæ ad ipſam pertinent, & variari in ipſa poſſunt. Sed ad quantitatem motus corporis nihil aliud pertinet, quod variari poſſit niſi quantitas materiæ ipſius & celeritas; in notione enim motus corporis nihil aliud invenimus, niſi tantam determinate materiam habere tantum celeritatis: ergo quantitas motus corporis æſtimari ſolùm debet per quantitatem materiæ ac celeritatem.

169. Probatur III. hanc quantitatem æſtimandam eſſe per materiam corporis toties ſumptam, quot ſunt in ipſa gradus celeritatis. Quantitas motus corporis totius habetur collectis in unam ſummam quantitatibus motus ſingularum partium æqualium, quibus corpus conſtat; quantitas enim motus totius corporis eſt æqualis huic ſummæ. Atqui quantitas motus ſingularum hujuſmodi partium

tium eſt productum ex ipſarum materia in gradus celeritatis ipſi attributos: ergo quantitas motus totius corporis eſt ſumma productorum ex materia ſingularum partium in gradus celeritatis ſingulis attributo: ergo ex tota materia totius corporis toties ſumpta, quot ſunt in ipſa gradus celeritatis. Fac ut exemplo res magis declaretur. quis velit noſſe quantitatem eleemoſinæ, quam largitus eſt tribuens ſingulis pauperibus duos denarios. Nonne hanc ſtatim invenit ducto numero pauperum in numerum binarium? Eodem modo quantitas motus unius corporis cognoſcitur ex numero æqualium materiæ partium, quæ ipſum conſtant, multiplicato per numerum graduum celeritatis, quos integrum corpus oſtendit ſe habere. Quando motus corporis unice eſt in directum, qui novit gradus celeritatis, qui ſunt in toto corpore, novit etiam, qui ſint in ſingulis ipſius partibus. In hac enim hypotheſi cognita totius corporis celeritas æquali modo pertinet ad ſingulas ipſius partes, quæ ſunt quaſi totidem pauperes recipientes æqualem numerum denariorum; ſi enim inæqualiter diſtributa in illas eſſet, pars quæ minus haberet, non poſſet æquale ſpatium æquali tempore percurrere cum illa, quæ plus habet, & invicem diſſolutæ non facerent jam unum corpus, ſed plura. Quando autem motus corporis eſt circa ſuum centrum, quoniam partes remotiores a centro velocius revolvuntur: eadem motus quantitas reperitur ſolum in iis, quæ æqualiter a centro diſtant, quoniam his ſolum par celeritas diſtribuitur, cæteris vero major vel minor. Simili argumento uſus Franciſcus Jacquier concludit (1) *evidens eſſe quantitatem motus eſſe productum ex quantitate materiæ in velocitatem*. Quod adverto contra illos, qui volunt ut quantitas motus ſit productum ex quantitate materiæ in quadratum velocitatis, contra quos alibi (2) fuſe diſputavi.

ARTICULUS II.

Corollaria.

170. I. QUantitas motus corporis definiri poteſt menſura motus orta ex celeritate multiplicata per quantitatem materiæ. In hanc conſpirat illa Newtoni. (3) *menſura motus orta ex velocitate, & quantitate materiæ conjunctim*, quæ minus clara reputatur propter adverbium conjunctim, quod ſignificare poteſt non ſolum multiplicationem velocitatis per quantitatem materiæ, ſed etiam ſummam utriuſque. Joannes Keill hanc aliam dedit, quæ repudiari debet ut deducens ad conſequentias aperte falſas, (4) *Quantitas*

(1) Jac. Phyſ. par. 1. ſec. 1. art. 1.
(2) De Cauſ. efficien. §. 514.
(3) Wew. Princ. Philoſ. def. 2.
(4) Kei. Introd. ad Phyſ. lec. 7. def. 16.

Digitized by Google

titas motus eſt potentia ſeu vis illa corporibus motis inſita, qua e locis ſuis continuo tendunt. Subſumo enim: ſed ligneus, & aureus globus paris diametri ex uno eodemque loco ſola vi gravitatis decidentes æquali vel fere æquali paſſu moventur; quin immo tenuis pluma, & aureus in vacuo Boyleano æquali omnino paſſu tendunt: ergo habent æqualem quantitatem motus. Quod ne ipſe quidem credo Keillius adprobabit. Ejus igitur definitio non convenit quantitati motus, ſed potius celeritati.

171. II. Quantitas motus vocetur Q, Maſſa M, Celeritas C: erit Q ut MC, ſive Q=MC. Ex qua formula plura inferuntur, quæ jam ſubjiciam, quorum aliqua per multa verba exponunt Keillius (1), & Guido Grandi, ubi agit de momentis (2); momentum enim a Mechanicis communiter dicitur quantitas motus conſiderata in corporibus affectis aliqua celeritate illis impreſſa.

172. III. Quantitas motus cum ſit MC, in hypotheſi ſaltem, quod motus ſit uniformis, ſi loco celeritatis ponatur ipſius valor, qui ut infra conſtabit, eſt ut ſpatium diviſum per tempus, ſive ut S : T, habebitur Q = MS : T, & ſi loco maſſæ ponatur ipſius valor, qui, ut conſtat aliunde, eſt in ratione compoſita denſitatis & voluminis, ſive appellando D denſitatem, & O volumen, eſt ut DO, habebitur Q = DOC = DOS : T. In hypotheſi autem quod motus ſit uniformiter acceleratus, ſi loco celeritatis ponatur hujus valor, qui ut infra patebit, eſt radix quadrata ſpatii, habebitur $Q = M \times \sqrt{S} = DO \times \sqrt{S}$.

173. IV. Celeritas corporis eſt in ratione compoſita ex directa quantitatis motus, & inverſa maſſæ. Nam cum ſit Q = MC, utrinque dividendo per M, erit C = Q : M. Hinc intelligitur quare magnes, qui ſtatim commovet, & trahit acum ferream, non trahat faſciculum acuum, quia ſcilicet cum celeritas ſit in ratione inverſa maſſæ, jam nimium creſcente maſſa trahenda evadit nulla illius celeritas. Similiter cognoſcitur, quare vehemens habeatur fermentatio affuſo menſtruo aliquo, ut aqua forti ſupra limaturam ferri, non vero eadem affuſa ſupra integram illius maſſam; tendentia enim mutua menſtrui & corporis in eo infuſi, ex qua ſequitur fermentatio, non concipitur niſi per talem determinatum gradum celeritatis, quem utriſque imprimit ignota cauſa attractionis particularis, qui tanto minus ſenſibilis eſt, quo major eſt maſſa.

174. V. Maſſa eſt in ratione compoſita ex directa quantitatis motus, & inverſa celeritatis; nam formulam Q= MC dividendo utrinque per C habetur M = Q : C. Poſſet pro motu uniformi, habito præ oculis Corol. 3. aliter enunciari hoc theorema, prout colligitur ex hac, quæ tunc prodit æquatione M = QT : S. Et aliter

(1) Id. ibid. lect. 9. & 10. (2) Gran. Inſtit. Meccan. cap. 2.

Digitized by Google

pro motu uniformiter accelerato, ſicuti indicat hæc, quæ in hac hypotheſi naſcitur expreſſio, $M = Q : \sqrt{S}$. Hæc adverti poſſunt etiam in iis, quæ ſequuntur, quæ, ubi præſeferant notam ſpatii, accipienda ſunt, prout pertinent ad quantitatem motus uniformis, ſed facile erit ex jam dictis invenire, quomodo variari debeant pro quantitate motus uniformiter accelerati.

175. VI. Spatium eſt in ratione compoſita ex directis rationibus quantitatis motus & temporis, & inverſa maſſæ. Nam ex dictis eſt $Q = MS : T$; ergo multiplicando utrinque per T erit $MS = QT$, & dividendo utrinque per M, erit $S = QT : M$.

176. VII. Tempus eſt in ratione compoſita ex directis maſſæ & ſpatii, & inverſa quantitatis motus. Nam cum ex modo dictis ſit $QT = MS$, dividendo utrinque per Q, habetur $T = MS : Q$.

177. VIII. Si duo corpora motu uniformi ſe moventia habeant æquales maſſas, ſequitur I. quantitates motus eſſe in ratione directa celeritatum; nam habetur tunc $Q : q = MC : mc$. Igitur ablatis utrinque maſſis æqualibus erit $Q : q = C : c$. II. eaſdem quantitates eſſe in ratione compoſita ex directa ſpatiorum, & inverſa temporum; nam habetur etiam $Q : q = \frac{MS}{T} : \frac{ms}{t} = MSt : msT$; quare ſubductis maſſis æqualibus erit $Q : q = St : sT$. III. tempora eſſe in ratione compoſita ex directa ſpatiorum, & inverſa quantitatum motus; nam cum ſit ex coroll. 7. $T : t = \frac{MS}{Q} : \frac{ms}{q} = MSq : msQ$, ſubductis utrinque maſſis eſt $T : t = Sq : sQ$. IV. ſpatia eſſe in ratione compoſita quantitatis motuum & temporum; nam cum ſit ex coroll. 6. $S : s = \frac{QT}{M} : \frac{qt}{m}$, ſublatis utrinque maſſis æqualibus, erit $S : s = QT : qt$.

178. IX. Duo corpora, quæ motu uniformi moveantur, habent intra æquale tempus quantitates motus in ratione compoſita maſſarum & ſpatii: & ſpatia ab iis percurſa ſunt in ratione compoſita quantitatis motuum, & inverſa maſſarum. Probatur primum, quia cum ſit $Q : q = \frac{MS}{T} : \frac{ms}{t}$, ſublatis utrinque temporibus erit $Q : q = MS : ms$. Secundum vero, quia cum ſit $Q : q = MS : ms$, erit $Qms = qMS$, qua æquatione ſoluta in proportionem habetur $S : s = Qm : qM$.

179. X. Si duo corpora habeant æquales quantitates motus, ſequitur I. eorum maſſas eſſe in ratione inverſa celeritatum: & rurſus ſi maſſæ duorum corporum ſunt in ratione inverſa celeritatum, ea habent quantitates motus æquales. Probatur primum, quia in facta hypotheſi eſt $Q = q$, adeoque $MC = mc$, & proinde eſt $M : m = c : C$. Secundum vero, quia cum ex hypotheſi ſit $M : m = c : C$, erit $MC = mc$. In hoc theoremate nititur Statica, ſcientia ſcilicet,

quæ

Digitized by Google

quæ agit de æquilibrio corporum. II. ſequitur maſſas pariter eſſe in ratione compoſita ex directa temporum, & inverſa ſpatiorum; nam ex coroll. 3. habemus $Q : q = \frac{MS}{T} : \frac{ms}{t}$: Atqui ex hypotheſi eſt $Q = q$: ergo etiam $MS : T = ms : t$, ſive $MSt = msT$, adeoque $M : m = sT : St$. III. ſequitur, tempora eſſe in ratione compoſita maſſarum & ſpatiorum; nam proxima æquatio $MSt = msT$ reſolvitur in hanc proportionem $T : t = MS : ms$. IV. ſequitur ſpatia eſſe in ratione compoſita ex directa temporum, & inverſa maſſarum; nam eadem æquatio $MSt = msT$ reſolvitur in $S : s = mT : Mt$.

180. XI. Si duo corpora habeant quantitates motus, & maſſas æquales, ſpatia percurſa ſunt ut tempora; nam cum ſit $Q = q$, ſive ex coroll. 3. $MS : T = ms : t$, ſublatis utrinque maſſis æqualibus erit $S : T = s : t$, adeoque $S : s = T : t$.

181. XII. Si duo corpora habeant quantitates motus æquales, & æqualia ſpatia percurrant, maſſæ ſunt ut tempora; nam in æquatione $MS : T = ms : t$ ſublatis utrinque ſpatiis æqualibus reſtat $M : T = m : t$, adeoque $M : m = T : t$.

182. XIII. Si duo corpora habeant quantitates motus æquales aſſumptis æqualibus temporibus, maſſæ ſunt ut ſpatia inverſe; nam cum ſit $MS : T = ms : t$, ſublatis utrinque æqualibus temporibus erit $MS = ms$, adeoque $M : m = s : S$.

183. XIV. Si duo corpora habeant maſſas æquales ſequitur I. eorum celeritates eſſe, ut quantitates motus; nam cum ſit $Q : q = MC : mc$, ſublatis utrinque maſſis æqualibus erit $Q : q = C : c$. Hoc theorema eſt primum in Lectionibus phyſicis (1) Joannis Keill. II. quantitates motus eſſe in ratione compoſita ex directa ſpatiorum, & inverſa temporum: nam cum ſit $Q : q = \frac{MS}{T} : \frac{ms}{t}$, ſublatis utrinque maſſis æqualibus erit $Q : q = \frac{S}{T} : \frac{s}{t} = St : sT$. III. ſpatia eſſe in ratione compoſita quantitatum motus & temporum; nam ex modo dictis in facta hypoteſi eſt $Q : q = St : sT$; ergo eſt $QsT = qSt$, adeoque $S : s = QT : qt$. IV. tempora eſſe in ratione compoſita ex directa ſpatiorum, & inverſa quantitatum motus; nam proxima æquatio $QsT = qSt$ ſic etiam reſolvitur $T : t = qS : Qs$.

184. XV. Si duo corpora habeant maſſas æquales, & æquali tempore percurrant ſpatia inæqualia, habent quantitates motus in ratione ſpatiorum. Nam cum ſit $Q : q = \frac{MS}{T} : \frac{ms}{t}$, erit ſublatis maſſis & temporibus æqualibus $Q : q = S : s$.

185. XVI. Si duo corpora habeant maſſas æquales, & inæquali tempore percurrant ſpatia æqualia, habent quantitates motus in ra-

(1) Kei. Introd. lect. 9.

Digitized by Google

ratione inverſa temporum; nam a proportione $Q : q = \frac{MS}{T} : \frac{ms}{t}$ ſublatis maſſis, & ſpatiis æqualibus reſtat $Q : q = \frac{1}{T} : \frac{1}{t} = t : T$.

186. XVII. Si duo corpora habeant maſſas in ratione ſpatii eodem tempore percurſi, ſequitur quantitates motus eſſe in ratione duplicata ſpatiorum aut maſſarum. Nam cum ſit $Q : q = \frac{MS}{T} : \frac{ms}{t}$, hoc eſt $Q : q = MS : ms$, quia tempus eſt idem, & cum ſit ex hypotheſi $M : m = S : s$, erit, ſubſtituta una aut altera ex his rationibus æqualibus, $Q : q = S^2 : s^2$, & etiam $Q : q = M^2 : m^2$.

187. XVIII. Si duo corpora habeant celeritates æquales, quantitates motus ipſorum ſunt, ut eorumdem maſſæ. Nam cum ſit $Q : q = MC : mc$ ablatis utrinque celeritatibus æqualibus eſt $Q : q = M : m$. Ita cum conſtet experimentis, quævis corpora ſive denſiſſima ut aureum, ſive rariſſima ut plumam, cadere in vacuo ab eadem altitudine eodem tempore, habent conſequenter celeritates æquales, & proinde quantitates motus in ratione maſſarum. Ita pariter ſi duo, alter gracilis, alter pinguis pari paſſu ambulent, magna eſt in pingui laſſitudo, dum vix ulla eſt in gracili, quia ſcilicet ſub æquali celeritate tanto major eſt quantitas motus in primo, quanto ipſius maſſa alterius maſſam ſuperat.

188. Mitto alia ſimilia theoremata, quæ comparando duorum corporum motus eadem formula facile erui poſſunt pro diverſa hypotheſi, quæ fiat circa rationem, in qua ſint ipſorum quantitates motus vel ſpatia vel tempora vel celeritates. Aliqui conſiderantes quantitatem motus eſſe effectum vis motricis, quæ tanto major eſt, quanto breviori tempore eumdem effectum producit, eam appellantes A ſtatuunt eſſe ut $\frac{MC}{T}$: unde plura eruunt quaſi theoremata, ponendo pro M, aut C, aut T inventos in antecedentibus valores. Horum aliqua videri poſſunt apud Nicolaum de Martino (1). Sed equidem hæc etiam miſſa facio; quia ſi C exprimitur per $\frac{S}{T}$, jam ſatis intelligitur diverſam eſſe poſſe vim motricem per formulam MC, qua communiter hujuſmodi cauſa ſignificatur.

PRO-

(1) Mari. Elem. Sta., ſec. 1, cap. 6.

PROPOSITIO II.

Deum conſervare eamdem motus quantitatem in tota corporum naturalium univerſitate gratis dicitur, & oppoſitum eſt probabilius.

ARTICULUS PRIMUS.

De argumentis Carteſii pro quantitate motus ſemper eadem.

189 PRima pars probatur, quia quæ pro ea afferuntur argumenta, nullius momenti ſunt, ut jam oſtendo a Carteſio incipiens. Hic poſtquam dixit (1) *Deus materiam ſimul cum motu & quiete in principio creavit*, ſtatim addidit, *tantumdem motus & quietis in ea tota, quantum tunc poſuit, conſervat*: & alibi (2) *ſtatuo*, inquit, *eſſe in tota materia creata quantitatem motus, quæ neque augeatur neque minuatur unquam*. Atque in hoc credidit haberi legem quamdam tam firmam, ut negaverit referente Leibnitio (3), poſſe ab ipſis noſtris animis unquam violari, quos proinde dixit diſponere ſolum de directione, non vero de quantitate motus, ſimili modo ac eques non dat vim ullam ambulandi equo, cui inſidet, ſed quam aliunde habet, dirigit pro libito ſuo in hanc vel illam partem. Carteſium ſequuntur plures ex Carteſianis, ut Rohaultius (4).

190. Argumenta Carteſii jam refero. I. arguit (5): *Motus certam ac determinatam quantitatem facile intelligimus eamdem ſemper in tota rerum Univerſitate eſſe poſſe, quamvis in ſingulis ejus partibus mutetur*: ergo ſi poteſt eſſe eadem, debet dici eadem. Conſequentiam, quæ omiſſo antecedenti negatur, ſic ibidem probat. *Intelligimus perfectionem eſſe in Deo, non ſolum quod in ſe ipſo ſit immutabilis, ſed etiam quod modo, quam maxime conſtanti & immutabili operetur, adeo ut iis mutationibus exceptis, quas evidens experientia, & divina revelatio certas reddidit, quaſque ſine ulla in Creatore mutatione fieri percipimus, aut credimus, nullas in ejus operibus ſupponere debemus, nequa inde inconſtantia in Deo arguatur*: Atqui nec evidens experientia nec divina revelatio certum reddit, motus quantitatem in materia non eſſe eamdem, quæ in creatione mundi fuit, & mutatio in quantitate motus fieri non poteſt ſine mutatione aliqua in Crea-

(1) Cart. Princ. par. 2. num. 36.
(2) Id. Epiſt. par. 1. ep. 25.
Id. Epiſt. par. 1. ep. 53.
(3) Leib. Theodic. par. 1. num. 60.
(4) Roh. Phyſ. par. 1. cap. 10. §. 36.
(5) Cart. Princ. par. 2. §. 36.

Digitized by Google

Creatore: ergo quantitas motus in materia eadem eſt nunc, & erit deinceps, quæ a creatione mundi fuit.

191. *Reſp. conc. integram maj.* ſupponendo ea verba *Deus modo conſtanti & immutabili operatur*, ſignificare modum conſtantem, & immutabilem ex parte Dei operantis, non vero ex parte ipſorum operum, quæ extra ſe ponit. Præterea concedo duas primas partes minoris, ſed *nego tertiam & conſeqm*. Jure autem tertia minoris pars negatur cum Benedicto Aletino (1), Jo. Baptiſta de Benedictis (2), Wolferdo Senguerdo (3), & Antonio Goudino (4), qui eam *prorſus ineptam* vocat; nam mutatio quantitatis motus in materia tam facile fieri poteſt ſine ulla in Creatore mutatione, quam facile ſine ulla ipſius mutatione factum fuit, ut aliquando exiſteret cum tali motu materia, quæ a tota æternitate non extitit, aut quam facile variantur corporum figuræ, ipſorumque qualitates, quin ulla in ipſum mutatio refundatur. Deus enim eſt quidem auctor materiæ & naturæ totius, ipſiuſque mutationum, non vero eſt ipſa materia, aut hujus mutationes, ut nemo negat, niſi execrabilis Spinoſa, nec ulla fit in ipſo aut voluntate ipſius mutatio, ſi juxta ejus æterna decreta varietur, quicquid in rerum creatarum congerie varietur. Quare ſicuti ex variationibus, quæ nobis certo conſtant, ſolum inferre licet, Dei voluntatem immutabilem fuiſſe & eſſe, ut illæ hoc modo varientur ad majorem ſuæ Omnipotentiæ oſtenſionem, & mundi hujus adſpectabilis pulchritudinem, ita ſi conſtaret quantitatem motus non ſemper eamdem eſſe, liceret dumtaxat circa illam ſimile immutabile decretum inferre, nullo autem pacto mutationem in Deo. Hoc vidit ipſe Carteſius, ubi, & quidem paulo infra, agens de motu corporibus quieſcentibus communicato ab aliis corporibus ſe moventibus ſapienter intulit, & diſertis verbis profeſſus eſt, (5) *Hæc ipſa creaturarum continua mutatio immutabilitatis Dei eſt argumentum*. Quapropter mirum eſt ipſum uſurpaſſe paulo ante ad ſuadendum debere dici quantitatem motus in materia eſſe ſemper eamdem, tam importunum argumentum ex immutabilitate Dei derivatum. Atque mirum etiam eſt Malebranchium, ubi fatetur Carteſii propoſitionem abſolute conſideratam, & prout ſonat, falſam (6) demonſtrari ab experientia, adhuc velle hanc ipſius argumentationem laudare, & appellare *ratiocinium admodum veriſimile*.

192. II. Arguit Carteſius (7). In mutua duorum corporum percuſſione manifeſtum eſt experientia, tantum motus ab uno corpore

(1) Alet. Letter. Apolog. 3. pag. 103.

(2) Ben. Difeſa dell' Aleti. par. 2. §. 3. num 15.

(3) Seng. Phil. Nat. par. 1. cap. 5. §. 20.

(4) Gou. Phyſ. par. 1. diſp. 1. qu. 1. ar. 2. §. Motum vero.

(5) Cart. Princ. par. 2 §. 40.

(6) Maleb. de Leg. communi. motus par. 1. poſt lib. 6. de Inquiſit. Veritatis.

(7) Cart. Princ. par. 2. §. 40.

Digitized by Google

pore amitti, quantum ab alio acquiritur: ergo eadem perſeverat in natura quantitas motûs.

Reſp. diſt. ans, in aliquibus determinatis caſibus, ut deinde exponam; *conc. ans*; in omnibus, *nego ans*. Nonne enim duo corpora mollia, & æqualia poſt mutuum occurſum quieſcunt ambo? Unde argumentum contra Carteſium deſumunt Martinus (1), Whiſtonus (2), Keillius (3), Jacobus Riccati (4). & Bertholdus Hauſer (5). Conſequentia autem non ſolum falſa eſt, ſed etiam illegitima, primo quia concludit univerſaliter ex experimentis, quæ habent locum dumtaxat, quando conflictus accidit in corporibus in eamdem partem tendentibus: ſecundo quia experimenta, quæ adducuntur pro eadem quantitate motus poſt conflictum ac ante, non procedunt in hypotheſi cujuſvis temporis, & ſpatii ante & poſt conflictum, ſed exigui ſolum, ut intra hujuſmodi anguſtos terminos negligatur tamquam minus ſenſibilis diminutio motus, quæ provenit a medio reſiſtente, & aliis cauſis, quibus evidenter conſtat quorumvis corporum motum, in quibus experimenta inſtituimus, continuo decreſcere, & tandem extingui.

193. Inſtatur. Etſi in mutuo occurſu duorum corporum mollium, & æqualium contingat amborum quies, attamen eadem manet quantitas motus; quia eorumdem motus transfertur in fluidum, quo circumdantur.

Reſp. nego aſſumptum, tum quia ſicuti corpora quieſcunt, quia illorum oppoſiti motus invicem retunduntur, ita etiam motus, qui ſint in fluido circumdante, utpote originem habentes a motu corporum eorumdem, invicem eliduntur: tum quia ut arguit Nicolaus de Martino (6), ſi in facta hypotheſi haberetur hæc propter conflictum communicatio motus in fluido circumjacente, haberetur etiam, cum corpora in eamdem plagam diſpari velocitate tendentia mutuo ſe collidunt, quod falſum eſt, quum experientia conſtet eamdem in iis eſſe quantitatem motus poſt conflictum, ac erat antea: tum quia ſi vera eſſet allata ratio, (7) *conſequens eſſet*, inquit Newtonus, *ea in vacuo nihil omnino de motu ſuo amittere poſſe, ſed quum concurrunt, uſque pergere debere, ſuaſque invicem penetrare dimenſiones*: quod eſt impoſſibile. Qui dicunt factam hypotheſim eſſe chimæricam, quia vacuum non eſt poſſibile, novam falſitatem dicunt; nam poſſibilitas vacui demonſtratur.

194. His fortaſſe aliiſque difficultatibus commotus Carteſius conatus

(1) Mart. Elem. Stat. ſec. 2. cap. 8.
(2) Whi. Præl. Phyſico-math. 5. num. 7.
(3) Kei. Introd. ad Phyſ. theo. 24. coroll. 2.
(4) Ric. Oper. tom 2. lib. 2. c. 17. § 1.
(5) Hau. Phyſ. gen. num. 724.
(6) Mart. Elem. Stat. ſec. 1. cap 7.
(7) Neu. Opti. lib. 3. qu. 31. § Atq. hæc.

Digitized by Google

natus eſt eaſdem effugere ſeipſum ſic interpretando, (1) *cum dixi tantumdem motus in materia ſemper manere, hoc intellexi de vi ejus partes impellente, quæ vis nunc ad unas partes materiæ, nunc ad alias ſe applicat*. Sed hæc interpretatio primo quidem provocat objurgationem, quam æquiſſime incurrit, qui idem nomen modo uſurpat pro effectu, & modo pro ejuſdem effectus cauſa. Nonne motum ipſemet Carteſius definivit translationem corporis? Quo igitur jure nunc ſumi dicitur motus pro vi impellente corpus. Quid ſtatueres, inquit Jo. Baptiſta de Benedictis (2) de homine, qui affirmaret mundum eſſe ab æterno, & deinde ut ſe liberaret a convicio, quod ſua hæc theſis excitaret, diceret ſe nomine mundi intellexiſſe Deum creatorem mundi? Deinde ex eadem interpretatione naſcitur hæc interrogatio, quid ſit iſta vis? Conſtantinus quidem Grimaldus apud eumdem de Benedictis reſpondet Carteſium in eadem epiſtola ſignificare eſſe modum quemdam: At ſi ita eſt, cum aliunde Carteſius dixerit (3) *motum non iiſdem materiæ partibus infixum, ſed ex unis in alias, prout ſibi mutuo occurrant tranſeuntem conſervari a Deo*, jam neceſſe eſt ipſi tribuat doctrinam de modis, qui perſeverant eſſe etiam ſeparati a rebus, quarum ſunt modi, quod eſt confundere notionem modi. Alii communius Carteſiani dicunt vim impellentem corpus nihil aliud eſſe, quam ipſum Deum. At juxta hanc explicationem, jam hæc propoſitio, Deus conſervat tantum motus in materia, quantum in ea a principio creavit, idem ſonat, ac Deum eodem modo conſervare ſe nunc, ac a principio: quo quid abſurdius?

ARTICULUS II.

De argumento Malebranchii pro quantitate motus ſemper eadem.

195. MAlebranchius in hac propoſitione, Deus conſervat in hac rerum univerſitate eamdem ſemper motus quantitatem, æquivocum contineri commentus eſt (4): ex quo fit, ut juxta unam ſignificationem rejiciat illam ut falſam, juxta vero aliam amplectatur ut veram. Æquivocum in eo docet verſari, quod duplicem Carteſius quantitatem motus, ut opus eſſe ait, non diſtinxerit, alteram vult conſiſtere in ſumma motus, quæ colligitur ex motibus ſingulorum corporum ſeſe mutuo collidentium, atque hanc appellat etiam quantitatem motus abſolutam, eamque fatetur certum eſſe ex

(1) Cart Epiſt. par. 1. ep. 72.
(2) Ben. Difeſa dell'Aleti par. 2. n. 13.
(3) Cart. Princ. par. 2. num. 42.
(4) Mal. de Legi communi motus. ubi ſupra.

ex experientia non eſſe ſemper eamdem; nam antequam collidantur duo corpora, quantitas hæc frequenter diverſa invenitur ab illa, quam poſt colliſionem ea corpora habent. Quin immo ſi corpora æqualia, & elaterio expertia invicem ſe collidant æquali celeritate, nulla jam fit in utroque poſt colliſionem. Alteram vero, quam appellare potuiſſet quantitatem motus relativam, ait conſiſtere in motu communis centri gravitatis plurium corporum, qui ex mutua eorum inter ſe actione non mutatur: *Centrum*, inquit, *gravitatis duorum aut plurium corporum, quæ ſe mutuo collidant, quovis modo id faciant, movetur ſemper eadem celeritate ante & poſt colliſionem. Atque hoc modo verum eſt Deum conſervare eamdem ſemper motus quantitatem in eamdem partem*. Quaſi vero evidens non ſit corpora, quæ ſe mutuo collidunt, paulatim ad quietem revocari. Ipſe igitur cum aliis, qui referente Wolfio (1) hac via credunt ſe tueri opinionem Carteſii, plane abutitur doctrina de ſtatu centri communis gravitatis ante, & poſt conflictum eodem. Etenim cum hæc intelligenda ſit eo modo, quo alia ex dictis ſupra (§.192.) de quantitate motus eadem ante & poſt conflictum corporum in eamdem plagam tendentium, cum limitatione ad modicum tempus, quod præcedit, & ſequitur conflictum, non impedit, quo minus extra illud commune hoc centrum habeat ſtatus diverſos.

196. Intra prædictos limites eam doctrinam veram eſſe inferius demonſtrabo, quam uno nunc exemplo juvat declarare. Sint duo globi æqualis maſſæ ex molli materia compoſiti, quorum alter diſtet ab alio intervallo aliquo. In his centrum commune gravitatis invenitur in medio illorum diſtantiæ. Moveatur jam alter cum duobus gradibus velocitatis in alterum quieſcentem, cum centrum commune gravitatis ſit ſemper in puncto intermedio, jam apparet ipſum ante conflictum moveri cum dimidia velocitate: Atqui etiam poſt conflictum movetur cum dimidia velocitate. Nam poſt concurſum uterque globus conjunctim procedunt cum dimidia velocitate, ut infra conſtabit: ergo manifeſtum eſt centrum commune gravitatis in facta hypotheſi ante, & poſt conflictum moveri eadem velocitate. Ceterum hinc non deduci perpetuum fuiſſe, & fore motum hujus centri, credo vidit ipſe Malebranchius, qui in eo, quem poſtea ſcripſit tractatu *de Natura & Gratia* conſervationem ejuſdem quantitatis motus non repetit a motu centri communis eodem poſt ac ante conflictum, ſed a motu, qui communicatur fluido inviſibili, quod circumſtat corpora, quæ ſe collidunt. Quod recidit in opinionem, quam nuper (§. 193.) rejecimus. Fateor, inquit, legem illam in corporum conflictu, ſcilicet diſtribui motum pro ratione maſſæ eorum, ita ut perſeveret in ipſis idem motus

(1) Wol. Elem. mechan. num. 602.

Digitized by Google

ac prius, (1) *non reſpondere experientiis, ſed nos non videmus niſi id, quod accidit in corporibus viſibilibus, nec cogitamus de inviſibilibus, quæ illa circumdant, quæ ex ejuſdem legis vi faciunt, ut corpora viſibilia non obſervent eamdem legem*.

197. Non omittam citatum de Martino, qui (2) viſus eſt ſuppetias Malebranchio in hac re offerre. Obſervat enim ab ipſo repeti motus corporum a materia ſubtili intra magnum hunc noſtrum vorticem incluſa, in quo nihil vacui habetur, quatenus ubi primo tota fuit a Deo in gyrum agitata, cum exiliſſimæ ejus particulæ impeditæ a pleno non poſſent facile omnes conjunctim progredi circa centrum totius vorticis, opus fuit, ut interea plures circa unum idemque punctum circulariter moverentur, & redderent magnum vorticem ex exiguis vorticibus innumeris compoſitum. Quare ſi nomine quantitatis motus, quæ eadem ſemper in mundo conſervatur, hæc dumtaxat veniat, quæ eſt cauſſa motuum in corporibus ſenſibilibus, evaneſcunt objectiones ex horum congreſſu, nec dubitari poteſt nihil motus perire in ipſis vorticibus in ſe mutuo irruentibus; nam propter vim centrifugam ſingulis propriam fiunt quodammodo elaſtici, & in partes contrarias coguntur reſilire. Sed omnes jam occurrunt difficultates, quibus plenum, & vortices impugnantur.

ARTICULUS III.

De argumento Leibnitii pro quantitate motus ſemper eadem.

198. LEibnitius cenſet haberi ſemper in mundo eamdem quantitatem motus, ſi ejus nomine veniat quantitas vis motricis, quæ æſtimetur ex tota rerum creatarum natura ſimul ſumpta, ſecus vero ſi æſtimetur ex aliquibus dumtaxat phænomenis. De hac ille opinione ſæpius meminit. Jo. M. de Turre eum citat de hac re agentem in Actis Lipſiæ ad ann. 1686, ubi revera agit de æſtimatione quantitatis motus. Citari etiam poteſt in epiſtola ad Arnaldum data an. 1690, inſerta a Deſmoleto (3) in ſua Continuatione Commentariorum Literaturæ, & in Specimine Dinamicæ (4), & in epiſtolis XXII, XXIII, & XXVII datis (5) an. 1696. ad Jo. Bernoullium, & in Diario Pariſienſi ad an. 1696 (6), & in Theodicæa ab ipſo edita an 1610 (7), ubi dicit principia, quæ ſuam hanc opinionem ſuadent, nondum omnia ſe evulgaſſe. Quando hæc principia ſita

(1) Mal. de la Nat. diſc. 1. num. 16.
(2) Mart. Elem. Static. ſec. 1. cap. 7.
(3) Deſm. Continu. des Memoi. tom. 8. pag. 217.
(4) Leib. in Actis Lip. 1697. pag. 146.
(5) Commerci. philoſ.
(6) Jour. des Scavan. ann. 1696. Journal. 15. pag. 262.
(7) Leib. Theod, par. 3. num. 345.

Digitized by Google

ſita ſint in ſua illa opinione, quod materia conſiſtat in vi quadam activa: vel hæc ſaltem ad eſſentiam materiæ pertineat, jam idem erit eamdem ſemper eſſe quantitatem motus, ac eſt materiæ, ſeu vis activæ ad ejus eſſentiam pertinentis. Hanc opinionem ſatis inſinuavit Leibnitius in ſua Diſſertatione *de Notione ſubſtantiæ* inſerta in Actis Lipſiæ an. 1694. ad menſ. Martii, ubi hæc habet, (1) *Ultima ratio motus in materia eſt vis in creatione impreſſa, quæ in unoquoque corpore ineſt*. Eamdem ſuſius exponit, ubi ſtatuit corpora eſſe aggregatum monadum, ad quarum naturam dicit ſpectare determinatam vim activam ac motricem. Hoc docet teſte Jo. de Turre (2) in epiſtola ad Remondum, quæ habetur tomo 2. Collectionis quarumdam Commentationum Leibnitii & aliorum, eodemque modo ratiocinatur Gottliebus Hanſchius. Dici fortaſſe etiam poteſt aliud Leibnitii ſundamentum pro conſtantia quantitatis motus in eo eſſe poſitum, quod ipſe noluerit illam æſtimare, ſicuti vulgo fit per maſſam ductam in velocitatem, ſed per maſſam ductam in quadratum velocitatis, eo motus argumento, quod dicendum ſit parem eſſe vim motricem in corporibus, quæ pares effectus præſtent: ſed certum eſt duo corpora, in quibus paria non ſunt producta ex illorum maſſa in proprias ſibi velocitates, producere pares effectus: ergo certum eſt habere eamdem quantitatem motus. Atqui non poſſet dici habere eamdem quantitatem motus, ſi hæc, prout vulgo fit, æſtimaretur per maſſam ductam in velocitatem: ergo non debet hoc modo, ſed alio jam dicto æſtimari.

109. Hæc quoque Leibnitii ſive opinio ſive interpretatio ſic confutatur. Ideo juxta ipſum quantitas motus eadem ſemper in hac rerum univerſitate perſeverat, vel quia Monades, ex quibus reſultat tota rerum materialium congeries nihil aliud ſunt, quam menſura quædam vis activæ, ſeu ut ait motricis, pertinens ad ſingularum eſſentiam: vel quia hæc vis ad ſingula corpora pertinens debet æſtimari ex effectis, nulla habita ratione temporis, quo ipſa efficiantur: ſed neutrum dici poteſt: ergo ne dici quidem poteſt quantitatem motus eamdem ſemper perſeverare in hac rerum creatarum univerſitate. Prima minoris pars ſic ſuadetur. Falſum eſt ex alibi (3) dictis mundum materialem conſtare ex Monadis juxta Leibnitii commentationem, quin etiam eſt impoſſibile; cum enim materia ſit eſſentialiter iners, & conſequenter etiam corpora, quæ ex illa componuntur, repugnat iiſdem ineſſe vim ullam activam proprie talem, ſed ea ſolum vis iiſdem concedi debet, quæ cum inertia componitur, utpote conſiſtens in modo noſtro cogitandi, qui ſicuti videmus neceſſarium eſſe pro inertia, & impenetrabilitate

 cor-

(2) Id. de Notio. ſubſtan. pag. 110.
(3) Tur. Phyſ. gener. num. 293.
(4) De Ideis §. 159.

corporum naturalium, ut corpus motum, quod alteri ſaltem reſpective immoto occurrens, ipſum moveat, ita effectum vocamus eum motum, qui poſt occurſum primo exiſtit, & eam motus quantitatem, qua occurſus fit, vocamus vim motricem, ut alias (1) expoſui. Quod vero pertinet ad ſecundam minoris partem, quæ eſt de negligenda ratione temporis in æſtimanda quantitate motus corporum, illius falſitatem cum aliunde alibi (2) demonſtraverim, hoc unum hic dico, quod ſi duo corpora per motum, qui in ipſis ſit, producunt pares effectus diverſis temporibus, tanto jure dici poteſt parem habere quantitatem motus, quanto jure, quis affirmaret teſtudinem, & Achillem habere pares quantitates motus, quia ambo percurrunt tandem idem ſpatium.

Articulus IV.

De aliorum argumentis pro quantitate motus ſemper eadem.

200. OPinioni, quam gratuitam dico alii acceſſerunt. In his eſt Jacobus Riccati (3), qui vim ſingulis corporibus ſuperadditam a Deo eſſe ſtatuit, quam vult eſſe ens quoddam ordinis ſuperioris ad ipſam materiam, quod vocat vim mortuam, quando impeditur ab effectu, vim vero accelerantem, quando ab impedimento agendi liberatum ſit, actiones tandem ipſius ſeu impulſus in alia corpora dicit congregari in ipſis corporibus tamquam in receptaculo quodam, & hanc impulſuum ſummam ſeu collectionem vocat vim vivam. Juxta ipſum igitur quantitas motus ſumpta pro vi mortua erit ſemper eadem, quia quod Deus creat, ſolus ille in nihilum redigere poteſt: & creditur nihil eorum, quæ ſemel creavit, annihilare. Quantitas vero motus ſumpta pro vi accelerante, certum erit non eſſe ſemper eamdem; nam fatetur eam, quæ eſt in quibuſdam corporibus modo impediri, & modo expediri: ſumpta tandem pro vi viva, certum pariter erit, ut ipſe idem (4) videtur docere, non poſſe eſſe ſemper eamdem; quia per mutuam colliſionem reſtingui poterit hujuſmodi vis, & per vim accelerantem nova ſemper produci. Rejicitur tota hæc doctrina, quia gratuita, inutilis, & quæ ne intelligi quidem poteſt. Huic affinis eſt aliorum opinio, quæ admittit impetum tamquam ens ſuperadditum corporibus a ſolo Deo, qui illud creavit, ut eſſet cauſa immediata motus corporum, quæ cum actu movet dicitur ab ipſis vis motrix, cum vero actu non movet, quia impeditur, dicitur vis exigitiva motus.

201. De

(1) De Cauſ. efficien. num. 460. De Ideis num. 197.

(2) De Cauſ. efficien. num. 506.

(3) Ricc. Opere tom. 2. lib. 2. cap. 13.

(4) Id. ibid. cap. 17. §. 6.

Digitized by Google

201. De Jo. M. de Turre jam dico. Hic quoniam videtur quantitatem motus ſumere tum in ſenſu vis motricis, tum in ſenſu motus actualis conſequenter in primo ſenſu eamdem ſemper eſſe quantitatem motus dicet, ſecus vero in ſecundo. Ipſius quidem doctrina eſt (1) vim motricem eſſe ens quoddam a Deo creatum, & inſitum determinatis partibus ſpatii infiniti, quod ipſe propugnat eſſe primam ſubſtantiam, quam Deus creavit, eamque creaſſe vult immobilem inſectilem infinitam. In hac autem vi vult conſiſtere materiam, ſubſtantiam ſcilicet non jam pure extenſam, ſed etiam reſiſtentem. Quare hujuſmodi vim motricem vocat etiam vim reſiſtendi inditam partibus extenſionis puræ, quæ dum perſeverat in iiſdem hujus puræ extenſionis partibus eſt mobilitas, cum vero tranſit ab una ejuſdem parte ad aliam, eſt motus actualis. Ex hac doctrina profecto ſequitur eamdem conſervari a Deo quantitatem motus prout eſt vis motrix, quia fit eadem cum quantitate materiæ, etſi non conſervetur eadem quantitas motus actualis. Sed abſurda eſt hujuſmodi opinio, I. quia extenſio pura ſtatuitur eſſe ſubſtantia infinita, quod dici nequit. II. quia continet inexplicabilem idearum permixtionem, & terminorum confuſionem, dum idem dicitur modo materia, modo vis motrix, modo mobilitas, quæ juxta communem cogitandi, & loquendi modum diſtinguuntur tamquam ſubſtantia, & attributa ſubſtantiæ. III. quia motui actuali, qui per omnes ſignificat modum rei, tribuitur, quod ſignificet rem ipſam cum eo modo, qui vulgo dicitur motus; nam juxta ipſum motus actualis eſt materia vel vis motrix, quæ ſe ſupra extenſionem immobilem movet.

202. Franciſcus tandem Gaudio occurrit, qui cum aperte (§.7.) dixerit motum in ſenſu communi ſumptum pro mutatione loci continua eſſe imaginationem quamdam noſtram, cui nihil realitatis extra noſtras ideas reſpondet, & motum, qui ſit aliquid reale, & phyſicum, conſtituerit in ſubſtantia corporis, quam vim & etiam impenetrabilitatem vocavit, diverſo quidem modo determinabilem ab externis cauſis, ſed aliquo interea ſemper determinatam, jam admittat neceſſe eſt perſeverare eamdem quantitatem motus realis, quandoquidem hæc per ipſum idem eſt ac quantitas materiæ ſeu corporum; & ut aliunde ſupponitur Deus nullam ex ſemel creatis ſubſtantiam in nihilum redigit. Sed quoniam ipſe idem fatetur motum ſumptum in hoc ſuo ſenſu eſſe cogitationem, quæ in ſolius fortaſſe Leibnitii mentem incidit, non potuit hæc inter auctores controverſia ad hujuſmodi ſenſum appellare.

AR-

(1) Tur. Phyſ. gen. num. 88.

Digitized by Google

Articulus V.

De argumentis pro quantitate motus non ſemper eadem.

203. SEcunda poſitæ propoſitionis pars fuit, probabilius eſſe quantitatem motus in mundo corporeo non eſſe ſemper eamdem. Hæc conſtabit poſitis in medium argumentis, quæ pro ea occurrunt. Imprimis evidens eſt omnia, quæ noſtris obſervationibus ſubjacent, obnoxia eſſe variationibus, quas Geometra explicaret per curvas, in quibus vel maximum, & minimum reperias. vel frequentes flexus contrarios, ita ut mutabilitas, quæ a priori evincitur eſſe proprietas eſſentialis creaturæ, a poſteriori etiam demonſtretur. Igitur etſi abſolute non repugnet eamdem conſervari quantitatem motus in mundo, nihilominus contrarium eſt propter inductionem veroſimilius. Deinde evidens etiam eſt plures motus identidem de novo fieri, vel extingui. Aer & aqua utpote elementa maxime mobilia, quam ſæpe exhibent hujus viciſſitudinis exempla plus nimio aliquando terribilia. Res enim ignotæ non ſunt ventus vehemens, immoderata tempeſtas, magni imbres, ſævi turbines, tonitrua horribilia, & rurſus his contraria pertinax malacia, grata tranquillitas, & diuturna ſerenitas: Terra ipſa, quæ cum primum condita fuit, vacua erat habitatoribus, & cum deinde generale diluvium ſuſtinuit, fere omnibus, quos habebat, fuit ſpoliata, & quæ ex improviſo late mugit & tremit, & quæ antea culta erat quia populoſa, nunc iners ſit & ſquallida, quia incolis deſerta, quos vel peſtilentia vel bellum vel alia calamitas conſumpſit, quantam in ſe varietatem motus ſubeat, demonſtrant. Qui igitur velit eamdem in mundo conſervari quantitatem motus, opus eſſet oſtenderet, in promptu ſemper eſſe alias cauſſas, quæ tantumdem motus uno in loco producant, quantum in alio extinguitur, & viceverſa, quod dici ſolum poteſt omni ſimilitudine veri neglecta. Tandem evidens eſt ex corporum congreſſu, quod, ut loquar cum Newtono, (1) *varii illi motus, qui in mundo conſpiciuntur, perpetuo decreſcunt univerſi*. Quis jam credat actuoſa principia, qualia ſunt gravitatis & fermentationis cauſſæ, quibus ii non ſolum conſervari ſed augeri etiam poſſunt, ita actiones ſuas perpetuo temperare, ut nihil motus ſupra id quod periit renovent, quaſi velint parem eſſe accepti, & dati rationem?

PARS VI.

(1) New. Optic. lib. 3. qu. 31.

Digitized by Google

PARS VI.

De quantitate motus in corporibus ſolidis.

PROPOSITIO PRIMA.

Corpora invicem per jugum ſeu vectem vel alio modo unita, & mobilia ſolum circa unum vectis punctum habent æqualem quantitatem motus, ſive ut ajunt ſunt in æquilibrio, quando ipſorum pondera ſint in ratione inverſa diſtantiarum a puncto, circa quod moveri poſſunt, hoc eſt tanto exacte minor ſit diſtantia corporis gravioris diſtantia alterius, quanto majus eſt ipſius pondus altero.

204 HÆC propoſitio eſt fundamentum omnium, quæ minutatim dici, & ſtatui ſolent ab Auctoribus agentibus de ea Staticæ ſpecie, quæ Geoſtatica dicitur. Statica enim nuncupatur Scientia agens de æquilibrio corporum, ex quibus cum alia ſint ſolida, & alia fluida, a primis Geoſtatica, a ſecundis Hydroſtatica conſtituitur. Porro punctum vectis, circa quod unice ſolida moveantur, pro diverſis relationibus dicitur fulcrum, hypomoclium, preſſio, & generaliter centrum motus.

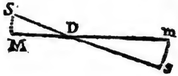
ARTICULUS PRIMUS.

Demonſtratio.

205. ADhibendo in formula quantitatis motus literas majores pro majori corpore, & minores pro minori, duo corpora invicem unita, & in puncto aliquo intermedio ſuſpenſa erunt in æquilibrio, quando erit $Q = q$, hoc eſt $MC = mc$, hoc eſt $\frac{MS}{T} = \frac{ms}{t}$, hoc eſt $MS = ms$, quia cum neceſſe ſit, ut corpora invicem unita moveantur eodem tempore, tempus utpote idem tollitur ab æquatione: Atqui hæc æquatio $MS = ms$ importat hanc proportionem $M : m = s : S$: ergo

Digitized by Google

ergo importat, ut maſſa major ſit ad minorem, hoc eſt pondus majus ad minus, quandoquidem maſſa eſt proportionalis ponderi, ut eſt ſpatium, quod percurri debet a minori, ad ſpatium, quod eodem tempore percurri debet a majori, ſive in ratione inverſa ſpatiorum. Sed hæc ſpatia ſunt in eadem ratione ac diſtantiæ ponderum a puncto ſuſpenſionis, quæ eſt ratio inverſa ponderum;



nam MS ſit ſpatium percurrendum a corpore M, dum eodem tempore corpus m cum illo conjunctum per virgam inflexibilem Mm, quæ ſolum eſt mobilis circa punctum ſuſpenſionis D, deberet percurrere ms, erunt hæc ſpatia MS : ms, ut diſtantiæ MD : mD a puncto D. Nam propter ſectores ſimiles MDS, & mDs, qui ſi ſpatia ſint ſatis exigua haberi poſſunt tamquam triangula rectilinea, eſt MS, ms : : MD : mD : ergo ſi æquilibrium duorum ponderum importat, ut ea ſint inverſe ut ſpatia eodem tempore percurſa, importat, ut ea ſint in ratione inverſa diſtantiarum a puncto ſuſpenſionis. Aliam hujus propoſitionis demonſtrationem dabit Wolfius (1).

206. Similiter in ſecunda figura ſit Dm ſolidum aliquod mobile



circa D, cujus totum pondus concipiatur congregatum in puncto M. In extremo autem m ſit potentia, ut manus, quæ illud ſuſtentet, dum ex alia parte incumbit puncto D. Manus par erit ponderi ſuſtentando, quando ejus diſtantia a puncto D ſit ad diſtantiam ponderis congregati in M ab eodem puncto, ut eſt pondus ad vim manus, ſive quando erit vis manus in m ad pondus M, ut eſt diſtantia DM : ad diſtantiam Dm. Ita fac vim manus eſſe parem libris 20, pondus in M eſſe libras 60, diſtantiam DM eſſe ut unum, & diſtantiam Dm eſſe ut 3, ſine dubio habetur æquilibrium, quoniam eſt 20 : 60 : : 1 : 3. Si diſtantia ut 3 augeatur, planum eſt creſcere vim manus, & parem jam fieri non ſolum ad ſuſtentandum, ſed elevandum etiam pondus. Finge itaque e puncto M ſuſpenſum pendere telluris globum, & diſtantiam m a D habere majorem rationem ad diſtantiam M a D, quam habeat pondus terræ ad vim manus, jamque intelliges a manu terram moveri poſſe. Quo ſpectabat Archimedes, dum dixit:

Da ubi conſiſtam, & terram Cœlumque movebo.

207. Sit tandem in tertia figura idem ſolidum Dm mobile circa



punctum D, quod ſuſtineri debeat a potentia poſita in puncto μ termino vectis mobilis circa punctum Δ. Potentia par erit huic muneri, quando ſit ad ſolidum Dm, ut eſt diſtantia DM conjunctim cum

(1) Wol. Elem. Mech. n. 144. & ſeq.

Digitized by Google

cum diſtantia Δm ad diſtantiam Dm conjunctim cum diſtantia $\Delta\mu$. Nam ſicuti potentia poſita in m æquilibrium habet cum ſolido, ſi ejus ratio ad illud ſit ut DM ad Dm: & quando concipiatur idem ſolidi pondus poſitum in m, & potentia in extremo μ vectis mobilis in Δ, æquilibrium cum eo habet, ſi ſit ut Δm ad $\Delta\mu$; ita eadem potentia poſita in μ, & agens in ſolidum per duplicem vectem habebit cum eo æquilibrium, ſi ſit ad illud, ut eſt utraque conjunctim diſtantia ponderis, hoc eſt DM $\times$ Δm, ad utramque conjunctim diſtantiam ipſiuſmet potentiæ, hoc eſt Dm $\times$ $\Delta\mu$.

Articulus II.

Corollaria.

208. I. Si pondera invicem unita, & ſuſpenſa ab aliquo intermedio puncto æquilibrentur, quantitates motus illorum ſunt æquales, & viceverſa ſi quantitates motus illorum ſunt æquales, eorumdem pondera æquilibrantur. Ut hoc planum fiat, dicatur pondus majus P, minus vero, ſive vis illud ſuſtinens dicatur p, diſtantia a puncto ſuſpenſionis ponderis majoris dicatur D, & altera minoris dicatur d, proportio, de qua dictum eſt in propoſitione, exprimitur hac formula P : p : : d : D. Hoc poſito prima corollarii pars probatur, quia in pondera ſe æquilibrantia cadit formula P : p : : d : D, ex qua oritur hæc æquatio PD = pd, quæ eſt expreſſio quantitatis motus illorum ponderum. Secundum ſimiliter probatur, quia poſito quod habeatur PD = pd jam ſequitur eſſe P : p : : d : D, quæ proportio importat ponderum æquilibrium.

209. II. Ex pluribus corporibus invicem unitis, & ſuſpenſis ab aliquo intermedio puncto cognoſcitur, an quæ ex una parte ſunt, præponderent aliis alterius partis, ſi ſingula, quæ ſunt ad unam partem multiplicentur per ſuas a fulcro diſtantias, ut habeatur per eorum ſummam tota quantitas motus, quæ comparata cum ſumma quantitatis motus inventa eodem modo pro corporibus alterius partis quæſtionem diluet; nulla enim erit præponderatio, ſi altera quantitas ſit æqualis alteri: erit vero ex ea parte, in qua major reperiatur quantitas.

210. III. Si plura corpora ſuſpenſa ex aliquo puncto intermedio non ſint in æquilibrio, præpondium ut ajunt eſt id, quod remanet ex ſubtractione minoris quantitatis motus, quæ invenitur in una parte, ex majori, quæ invenitur in altera parte.

211. IV. Ad movendum unum ex duobus ponderibus invicem unitis, & ab aliquo intermedio puncto ſuſpenſis, neceſſe eſt, ut quantitas motus unius ſit major altera. Quare neceſſe eſt, ut ſi pon-

dera ſint æqualia, eorum diſtantiæ a centro motus ſint inæquales: & ſi diſtantiæ ſint æquales, neceſſe eſt pondera ſint inæqualia, & ſi tam diſtantiæ, quam pondera ſint inæqualia, neceſſe eſt, ut diſtantia ponderis movendi majorem habeat rationem ad diſtantiam alterius ponderis, quam hoc ſecundum pondus habeat ad primum.

212. V. Pondera etiam immania, quæ æquilibrantur, poſſunt vel minima vi moveri, quæ ſupra alterutrum ipſorum adhibeatur.

213. VI. Dato uno pondere, & ejus diſtantia a puncto extra ipſum, quod ſtabiliatur centrum motus ipſi commune cum alio pondera, inveniri poteſt, quantum ad obtinendum æquilibrium debeat eſſe hoc alterum pondus pro quavis diſtantia, in qua ipſum quis velit collocare. Nam quoniam eſt $P : p = d : D$, in caſu æquilibrii erit $PD = pd$, & $p = PD : d$; ergo cum cognitum ſit pondus P, & ejus diſtantia D, & diſtantia quæſiti ponderis ad arbitrium determinetur, notum erit pro diverſis hujus diſtantiæ d determinationibus, quantum debeat eſſe pondus p.

214. VII. Impedito motu centri gravitatis unius vel plurium corporum, quæ aliquo modo inter ſe unita ſint in æquilibrio, impeditur omnis eorumdem motus a gravitate pendens.

Explico prius quid nomine centri gravitatis veniat. Ita appellatur punctum circa quod jacent ex omni circumquaque parte maſſæ æquilibres. Quare hujuſmodi centrum reperitur ſemper in plano, quod dividat corpus in duas partes æqualis ponderis: & proinde differt a centro magnitudinis, quod etiam dicitur figuræ, & eſt punctum, quod reperitur in plano dividente corpus in duas partes æqualis voluminis, quæ poſſunt eſſe inæqualis ponderis: & differt etiam a centro motus, puncto ſcilicet, circa quod corpus moveatur, quod aliud eſſe poteſt a centro gravitatis vel magnitudinis.

215. Probatur jam corollarium, quia repugnat ex terminis corpora vel partes corporis, quæ inter ſe librantur moveri vi gravitatis ex alterutra parte centri motus, quod in iis eſt centrum etiam gravitatis. Moveri igitur unice poſſunt per motum centri gravitatis, adeoque impedito hujus motu impeditur etiam motus totius corporis vel corporum ſyſtematis. Jure igitur Mechanica fingit totum pondus corporum collectum quodammodo eſſe in centro gravitatis, quia corpora ſequuntur motum vel quietem hujus centri.

216. VIII. Cognito centro gravitatis alicujus corporis, & ejus pondere, ſi bajuli virium inæqualium ad illud aſportandum applicentur in iis ab hoc centro diſtantiis, quæ ſint inverſe ut eorum vires, erit pondus diſtributum in ſingulos pro ratione virium. Vires enim ſunt hic quaſi pondera, quæ invicem quodammodo æquilibrantur, dum ſint in ratione inverſa ſuæ diſtantiæ ab eo centro,

quod

Digitized by Google

quod eſt preſſio (§. 204.). Alia ſimilia problemata proponit, & ſolvit Stevinus (1).

217. IX. Vires, quæ eodem tempore moveant pondera per altitudines, quæ ſint in ratione inverſa ponderum ſunt æquales; nam vires motrices ſunt æquales, quæ producunt eodem tempore æquales quantitates motus: Sed vires, quæ eodem tempore moveant pondera per altitudines, quæ ſint in ratione inverſa ponderum, ſunt vires, quæ eodem tempore producunt æquales quantitates motus: ergo. Minor probatur, quia pondera ſunt ut maſſæ, & altitudines eodem tempore percurſæ ſunt ipſamet ſpatia: ergo ſi eſt M : m : : s : S, eſt MS = ms, quæ ſunt (§. 205.) formulæ quantitatis motus, quæ habeatur eodem tempore in duobus corporibus. Wolfius & alii, qui volunt haberi tamquam principium, quod (2) *vires æquales ſint, quæ pondera elevant per altitudines ipſis reciproce proportionales*, ſi addant hypotheſim temporum æqualium, docent, quod non ſolum verum eſt, ſed modo dicto demonſtratur. Hac autem omiſſa hypotheſi, illud admitti nequit ut principium, utpote deficiens a neceſſaria expreſſione limitationis. Quod ſi eam excludant, falſum eſt pronunciatum, ut alibi (3) demonſtravi.

PROPOSITIO II.

Cadente intra baſim corporis linea ducta ex centro gravitatis ipſius perpendiculariter ad horizontem, quæ brevi dicitur linea directionis, ſtabit corpus: hac autem linea cadente extra ejus baſim, corruet ſtatim ex ejuſdem lineæ parte corpus, niſi obſtet partium ſuarum tenacitas.

218. PRima pars ſic probatur. Corpus ſtabit, quod non poterit in alterutram partem declinare: atqui linea directionis ejus cadente intra ipſius baſim non poteſt corpus in alterutram partem declinare: ergo ſtabit. Minor probatur. Corpus non poteſt in alterutram partem declinare, quando hujuſmodi declinatio impediatur impedito motu centri gravitatis ipſius corporis (§. 214.): Atqui linea directionis cadente intra corporis baſim impeditur motus centri gravitatis ipſius corporis; nam incipiendo

 ab

(1) Stev. Static. lib. 2. prop. 7. & ſeq.
(2) Wol. Elem. Mech. §. 275.
(3) De Cauſ. efficien. num. 506. & ſeq.

Digitized by Google

ab ultima parte lineæ iſtius, hæc utpote baſi incumbens non ſolum ſuſtinetur a baſi, ſed ſimul etiam ſuſtinet alias ſucceſſive partes ipſi incumbentes, quales ſunt omnes, quæ in linea perpendiculari continue ſibi ſuccedunt: ergo.

Contrario modo arguendo plana fit ſecunda propoſitionis pars, ſcilicet linea directionis cadente extra corporis baſim illud corruere debere, niſi huic ſubitæ ruinæ opponatur partium tenacitas, ut frequenter videmus accidere in arboribus, quæ diutius conſervantur, etſi truncum habeant terram verſus, quam maxime inclinatum.

219. Ex hac propoſitione plura phænomena explicationem ſuam repetunt. Itaque hinc intelligimus turres Piſanam & Bononienſem, quarum prima erecta fuit an. 1173, ſecunda vero an. 1110, etſi ſuis lateribus non inſiſtant perpendiculariter horizonti, nihilominus adhuc ſtare, quia lineæ directionis totius molis adhuc intra baſim cadunt, ut diſtinctius exponit Paulus Caſatus (1). Ex eadem cauſa provenit ſtare Coloniæ aliam turrim, quam dicunt adeo inclinatam, ut ſupra ſuum acclive dorſum homines ſcandant. Ex eadem redditur ratio, cur qui pondus ſupra dorſum geſtant naturali quadam mechanica proni incedant, & qui grave ſublevant vel ſuſtinent una manu, alteram in oppoſitam partem extendant, ut ſcilicet linea directionis inter pedes ſemper incidat. Et quia Funambuli ſola manuum extenſione non poſſent tam facile lineam hanc retinere in anguſtiſſimo fune, recurrunt ad longiorem haſtam, quam horizontaliter præſeferentes in alterutram partem prout oportet producunt. Alia multa, quæ accurate perſequitur Jo. Alphonſus Borelli (2), & advertant opus eſt Pictores & Sculptores, ne poſituras tribuant hominibus & animalibus, quæ locum habere nequeunt in natura, eidem rationi nituntur, & per eamdem declarantur.

PRO-

(1) Caſ. Mech. lib. 1. cap. 9.

(2) Bor. de Motu animalium cap. 18. & ſeq.

PROPOSITIO III.

Centrum gravitatis unius corporis mente ſolum conſpici poteſt: duorum autem corporum invicem unitorum, quorum nota ſint pondera ſingillatim, & nota diſtantia, quam habent inter ſe centra gravitatis ſingulorum, invenitur, ſi fiat ut ſumma utriuſque ponderis ſit ad unum ipſorum, ſicuti eſt diſtantia, quam habent inter ſe, ad diſtantiam alterius corporis a centro gravitatis communi: trium, & quotcunque tandem numero ponderum invicem unitorum, invenitur dividendo per ſummam omnium datorum ponderum, ſummam harum quantitatum, ſcilicet producti ex primo pondere in ejus diſtantiam a ſecundo, deinde producti ex ſumma duorum primorum ponderum in diſtantiam ſecundi a tertio, & ſic deinceps.

220. DE centro gravitatis, & ratione illud inveniendi in corporibus cujuſcunque figuræ multa jam olim ſcripſit Archimedes in ſuis duobus libris, *de Æquiponderantibus*, & in libro *de Quadratura Parabolæ*, cujus nitidam declarationem edidit Barrowius, & propius noſtris temporibus de hac re egerunt Galilæus in appendice ad Dialogos *de Novis ſcientiis*, & Paulus Guldinus in ſua *Centrobaryca*, & deinde Wallifius (1), Wolfius (2), & quotquot jam agunt de Mechanica.

ARTICULUS PRIMUS.

Demonſtratio.

221. PRima pars ſic oſtenditur. Centrum gravitatis unius corporis in penitioribus ipſius partibus reconditum eſt: mente igitur ſolum conſpici poteſt, & poſt Pappum Alexandrinum cum Ni-

(1) Wal. Mechan. par. 2. (2) Wol. Elem. Mech. num. 157. & ſeq.

Nicolao (1), & Petro Martiniis (2) ſic magis declarari, ac determinari. Supra priſma collocetur corpus ſecundum ſuam longitudinem, ita ut ſe ſuſtineat in æquilibrio. Dubitari non poteſt, quod ſi linea, juxta quam plano incumbit, flueret intra ipſum corpus, deſcriberet planum tranſiens per centrum gravitatis corporis: Et ſi ſecundum latitudinem eidem priſmati impoſitum corpus ſimiliter æquilibrium acquirat, atque iterum linea hujus poſitionis fluat intra corpus, novum planum habetur tranſiens per centrum gravitatis: Et ſi tandem ſecundum tertiam dimenſionem priſmati incumbens libratum maneat, & novum planum concipiatur exſurgere per fluxum ſimilis lineæ, habebitur tertium planum tranſiens per centrum gravitatis. Sed tria hæc plana unicum tantummodo punctum habent commune; quodvis enim aliud aſſumas in aliquo ex tribus planis ſecantibus corpus in partes æqualis ponderis, facile intelligitur eſſe extra alia duo: ergo punctum ipſis commune eſt centrum gravitatis aſſumpti corporis.

222. Geometras conſulat, qui vult noſſe ſitum determinatum, in quo ſit centrum gravitatis in quibuſdam planis, & ſolidis determinatæ figuræ. Itaque in circulo, ſicuti etiam in ſphæra, cum centro circuli & ſphæræ confunditur: at in triangulo quærendum eſt in linea ducta ab uno angulo baſis ad medium lateris oppoſiti, ibique reperitur, ubi altera linea ſimiliter ducta ab altero angulo in oppoſitum latus primam ſecabit. Poſtquam autem per hujuſmodi theoremata inventum eſt centrum dati corporis, non eſt mirum, ſi in re appareat non eſſe accurate determinatum, quia facile eſt corpora carere ea uniformitate in denſitate materiæ, quam hæc theoremata ſupponunt.

223. Secunda pars, quæ eſt de modo inveniendi centrum gravitatis duorum corporum, ſic demonſtratur. Centrum gravitatis corporum invicem unitorum eſt punctum, ex quo ſi illa ſuſpenderentur, haberent inter ſe æquilibrium: ergo haberet in illis locum proportio $P : p :: d : D$, adeoque & hæ aliæ duæ, quæ ex illa juxta Euclidem (1) ſequuntur, altera $P + p : p :: d + D : D$, & altera $P + p : P :: d + D : d$, ex quibus colliguntur reſpectivæ corporum diſtantiæ a centro gravitatis communi $D = \frac{\overline{d+D} \times p}{P+p}$, & $d = \frac{\overline{d+D} \times P}{P+p}$: ergo invenitur centrum gravitatis duorum corporum invicem unitorum modo dicto in propoſitione. Ita ſi pondus corporis P ſit libras 3, & aliud libram unam, & diſtantia inter hæc corpora ſit pollicum viginti, d erit 15 pollices, D vero poll. 5.

Bre-

(1) Mar. Nic. Elem. Stat. ſec. 1. c. 2.
(2) Mart. Inſtit. Phil. lib. 1. cap. 6. §. 1.
(3) Eucl. lib. 5. prop. 18. & Coroll.

Brevius fortaſſe invenitur centrum gravitatis duorum corporum ſimul conjunctorum, quorum pondera ſint nota, ſi diviſa diſtantia inter illa in tot partes, quot ſunt ipſorum libræ vel unciæ, diſtribuantur hæ partes ſingulis pro ratione inverſa ponderum. Ubi enim terminatur numerus hujuſmodi partium pro alterutro pondere, ibi habebitur centrum gravitatis, quoniam ibi eſt punctum, ex quo ſi ſuſpendantur, habent inter ſe æquilibrium.

224. Tertia pars docens modum inveniendi commune gravitatis centrum plurium corporum, includit hypotheſim, quod nota ſint ſingulorum pondera, & diſtantiæ, & quod centrum gravitatis ſingulis propium ſit in eadem recta realiter vel æquivalenter, ut contingit ponderibus eidem virgæ inflexili per fila ſuſpenſis, eaque ſic demonſtratur. Ex tribus vel pluribus numero corporibus, quorum notæ ſint inter ſe diſtantiæ, & nota pondera, ſi duo conſiderentur tamquam unum corpus congregatum atque ſuſpenſum in invento juxta dicta communi centro gravitatis illorum, quæri deinde poteſt eadem ratione inter illa, & tertium corpus centrum commune gravitatis: ſed hac ratione invenitur diſtantia ultimi corporis a centro gravitatis communi omnibus corporibus eſſe, ut ſumma omnium productorum, ſicuti enunciat propoſitio, diviſa per ſummam omnium ponderum: ergo. Minorem oſtendo cum Wolfio (1), & Jo. M. de Turre (2) per hoc exemplum. Sint quatuor pondera P, p, Π, π; diſtantia inter P, & p, ſit AC: diſtantia inter p & Π, ſit CE: diſtantia tandem inter Π & π, ſit GE. Valor hujuſmodi quantitatum ſit, ut ſequitur $P=20$, $p=10$, $\Pi=15$, $\pi=5$, $AC=9$, $CE=6$, $GE=12$. Juxta methodum jam traditam inter prima duo pondera invenitur centrum gravitatis per hanc proportionem $P+p : P :: AC : \frac{AC \times P}{P \times p} = \frac{9 \times 20}{30} = 6$, quæ eſt diſtantia corporis p a centro ipſi communi cum P, adeoque diſtantia corporis P ab hoc centro eſt 3. Jam inter duo prima pondera tamquam unum, & tertium, ut ſimilis inſtituatur proportio, quæ centrum gravitatis ipſis commune dabit, obſervandum eſt diſtantiam inter tertium pondus, & alia duo, quæ concipimus ſimul congregata in communi ipſorum centro gravitatis, eſſe $\frac{AC \times P}{P+p} + CE$, hoc eſt $\frac{AC \times P + CE \times \overline{P+p}}{P+p} = 12$; nam $CE=6$ eſt diſtantia inter p, & Π, cui addi debet $\frac{AC \times P}{P+p} = 6$ diſtantia inventa corporis p a centro ſibi communi cum P, in quo centro utrumque jam collocatum concipimus. Invenitur igitur diſtan-

(1) Wol. Elem. mecha. §. 151. (2) Tur. Scien. della Nat. par 1. num. 686.

ſtantia corporis Π a centro ipſi communi cum primis duobus per hanc proportionem $P + p + \Pi : P + p :: \frac{AC \times P + CE \times \overline{P + p}}{P + p} :$
$\frac{AC \times P + CE \times \overline{P + p}}{P + p + \Pi} = \frac{9 \times 20 + 6 \times 30}{45} = \frac{360}{45} = 8$. Eſt proinde 4 diſtantia corporum $P + p$ a centro ipſis communi cum Π; ſic enim ex $8 + 4$ redditur integra illorum diſtantia mutua 12. Procedamus jam ad inveniendam diſtantiam quarti corporis π a centro gravitatis ipſis communi cum reliquis tribus eadem methodo ac in cæteris jam factum eſt; ſcilicet cum diſtantia Π a π eſſet $GE = 12$, reducto corpore Π ad centrum ſibi commune cum reliquis, eadem jam evadit $\frac{AC \times P + CE \times \overline{P + p}}{P + p + \Pi} + GE = 20$. Quare invenitur diſtantia corporis π a centro gravitatis ipſi communi cum reliquis per proportionem, $P + p + \Pi + \pi : P + p + \Pi :: \frac{AC \times P + CE \times \overline{P + p} + GE \times \overline{P + p + \Pi}}{P + p + \Pi}$
$: \frac{AC \times P + CE \times \overline{P + p} + GE \times \overline{P + p + \Pi}}{P + p + \Pi + \pi} = \frac{9 \times 20 + 6 \times 30 + 12 \times 45}{50} = 18$.
Igitur ſi corpus π diſtat a centro gravitatis ſibi communi cum reliquis diſtantia 18, primum corpus P habebit ab eodem centro diſtantiam ut 9, quandoquidem primi ab ultimo corpore diſtantia erat ut $27 = AC + CE + GE$.

225. Bene autem inventum eſſe hac via centrum gravitatis commune datis quatuor corporibus confirmatur ex æqualitate, quæ eſt inter quantitates motus corporum utrinque ſuſpenſorum ad datas jam diſtantias. Ex una enim centri parte hobetur quantitas motus corporis $P = P \times 9 = 20 \times 9 = 180$, & nihil aliud; nam corpus p, cujus diſtantia a P data erat ut 9, ſuſpenſum remanet in ipſo centro gravitatis omnibus communi. Quare nulli parti nocet aut favet ipſius pondus, quia quando nulla eſt alicujus corporis diſtantia a fulcro, nullum etiam eſt, inquit Wolfius (1) cum omnibus Mechanicis illius momentum reſpectu reliquorum corporum. Ex altera vero parte habetur $\pi \times 18 = 5 \times 18 = 90$, & præterea $\Pi \times 6 = 15 \times 6 = 90$, quarum quantitatum ſumma æqualis eſt alteri.

226. Ex reſolutione problematis, quod in tertia propoſitionis parte propoſitum fuit, ſequitur theorema, quod videri poteſt per Geometriam demonſtratum a Guidone Grandi (2), ubi de inventione centri communis plurium ponderum invicem connexorum agit, quod ſcilicet ſumma producti ex primo pondere in ejus diſtan-

(1) Wol. Elem. Mecha. §. 154.

(2) Gra. Inſtit Mecca. propoſ. 11.

Digitized by Google

ſtantiam a ſecundo, & producti duorum ponderum in diſtantiam ſecundi a tertio, & producti trium ponderum in diſtantiam tertii a quarto, & ſic deinceps, ſi alia dentur pondera, ſit æquale producto ex ſumma omnium ponderum multiplicata per diſtantiam ultimi ponderis a centro omnibus communi: cum enim diſtantia communis centri gravitatis ab ultimo pondere ſit $\frac{AC \times P \ldots}{P + p \ldots}$, ſi ea multiplicetur per ſummam ponderum omnium $P + p + \Pi + \pi$, fiet $AC \times P + CE \times \overline{P + p} + GE \times \overline{P + p + \Pi}$, quod eſt ſumma producti ex primo pondere in ejus diſtantiam a ſecundo .....

ARTICULUS II.

Corollaria.

227. OMiſſis corollariis, quæ ſunt quaſi proprietates centri gravitatis communis pluribus corporibus, quorum aliqua perſequitur Nicolaus de Martino (1), pauca ſubnecto quæ minus abſtractam Geometriam aut calculum continent. I. In hypotheſi quod plura corpora diverſæ maſſæ invicem conjuncta quaſi per haſtam inflexibilem projiciantur in directum, & eodem tempore certa quædam vis ab aliquo puncto ſe diffundens omnia & ſingula ad ſe trahat pro ratione inverſa quadrati diſtantiæ, in qua ſint, demonſtratur centrum gravitatis illis commune deſcribere circa illud punctum lineam in ſe redeuntem. Opus igitur habet, qui velit determinate cognoſcere, quænam ſit hæc curva, invenire prius commune centrum gravitatis illorum omnium. Hypotheſis evadit certum phænomenon in Planetis, ut Jove, & Saturno, qui una cum ſuis ſatellitibus ad certas diſtantias ab ipſorum centro ſe revolventibus moventur circa Solem; centrum enim gravitatis planetarum & ſatellitum eſt illud, quod proprie circa Solem ellipſim deſcribit.

228. II. Dato oblongi baculi pondere, & centro gravitatis, eoque ſupra tabulam horizontalem collocato invenire quanta poſſit eſſe diſtantia a fultura tabulæ alterius extremi, e quo pendens quodvis grave, ut urceus aqua plenus, tuto ſuſtineatur. Problema reſolvitur per prædictam (§.223.) proportionem $P+p : p :: d+D : D$. Itaque ſit P urceus lib. 9. ſit p baculus lib. 1, quam concipiamus congregatam in dato centro gravitatis baculi, quod diſtet pedes 2 ab eo ſui extremo, ex quo pendere urceus debet, proportio in hanc transformatur $10 : 1 :: 2 : \frac{2}{10}$. Quare Statices peritus tuto ſuſpendet urceum ab extremo baculi extra tabulam extante per $\frac{2}{10}$ unius pedis, quin ejuſdem lapſum pertimeſcat.

(1) Mart. in Elém. Stat. ſec. 2. cap. 2.

229. III. Dato centro gravitatis alicujus corporis una cum ipſius pondere, invenitur quantitas virium, quæ applicatæ ejus extremis illud ſuſtentent in ſitu horizontali per eamdem proportionem d + D : D : : P + p : p, ſcilicet quærendo quartum terminum proportionalem poſt ſummam diſtantiarum virium a centro gravitatis, & alterutrius diſtantiam ab hoc ipſo centro, & datum pondus; nam quartus hic terminus erit quantitas vis, unius extremo applicanda, æqualis parti cuidam totius ponderis, quæ proinde ſubtracta ab ipſo dato pondere, dabit in reſiduo quantitatem alterius vis alteri extremo applicandam. Ita detur grave librarum 300, longitudinis pedum 10, cujus centrum gravitatis ſit poſt pedes 8 ab uno ipſius extremo, proportio illa jam evadit 10 : 8 : : 300 : 240. Conſequenter cum in hoc quarto termino habeatur una vis, altera erit ut 60. Sic enim habetur P + p = 240 + 60 = 300 : & perfectum æquilibrium ſuadet hæc proportio 240 : 60 : : 8 : 2, in quam tranſformatur P : p : : d . D.

Digitized by Google

PARS VII.

De quantitate motus in corporibus fluidis.

PROPOSITIO PRIMA.

Corpora fluida, quæ invicem communicant incluſa in tubis, ſunt in æquilibrio, quando quantitas motus unius eſt æqualis illi alterius: ex quo multa inferuntur.

230. PRIMA pars ſic probatur. Fluida, quæ invicem communicant incluſa in tubis agunt in ſe mutuo per ſuam maſſam affectam celeritate, quam ipſi imprimit gravitas: ergo tunc erunt in æquilibrio, quando factum ex celeritate in maſſam incluſam in uno tubo ſit æquale facto ex celeritate in maſſam incluſam in altero tubo communicante: ſed factum ex celeritate in maſſam eſt quantitas motus (§. 167.): ergo hæc fluida tunc ſunt in æquilibrio, quando quantitas motus unius eſt æqualis illi alterius.

231. Secunda pars, multa ſcilicet ex prima inferri, ſuadetur aliqua hic ſubjiciendo, quæ ſunt inter vulgata theoremata, ex quibus conſtat ſcientia, quæ audit Hydroſtatica. Dico itaque I. fluida homogenea in tubis communicantibus, quorum neuter ſit capillaris, componi ad libellam, ſive tubi ſint æqualis, ſive inæqualis diametri, & ſive eodem, ſive diverſo modo ſint ad horizontem inclinati. Cum aliunde notum ſit tubos capillares attrahere ad ſe liquores ſtatim ut illos contingunt, non omittenda fuerat hujuſmodi exceptio. Theorematis pars, quæ eſt de æquilibrio fluidi homogenei in tubis æqualis diametri, quando ſunt ad libellam, brevi patet, quia neceſſe eſt quantitatem motus fluidi unius tubi eſſe æqualem illi alterius, quando utrinque æqualia ſint elementa M & C, ex quibus ea componitur, quod nequit contingere in facta hypotheſi, niſi cum fluida ſunt ad libellam.

232. Secunda theorematis pars, quæ eſt de æquilibrio fluidi homogenei in tubis inæqualis diametri ut plana fiat, obſervemus

 pri-

Digitized by Google

primo maſſas fluidi in tubis incluſas ad æquales altitudines eſſe ut baſes; nam parallelepipeda æque alta, ad quæ reducuntur tubi fluido pleni, ſunt ut baſes per trigeſimam ſecundam libri undecimi Euclidis. Igitur appellando maſſas M & m; & baſes B & b, habemus M : m : : B : b. Obſervemus deinde non poſſe mutari altitudinem fluidi in uno tubo, quin hæc mutetur eodem tempore etiam in altero diverſa in ſingulis celeritate pro ratione inverſa baſium; nam da fluidum quadruplum ex parte tubi amplioris, dum hoc deſcendens percurrit unum digitum, neceſſe eſt ut in altero tubo anguſtiori aſcendat digitos quatuor; hoc enim modo parem locum ſibi requiſitum occupabit. Quare habemus C : c : : b : B. Componendo igitur utramque rationem, hoc eſt multiplicando terminos primæ proportionis M : m : : B : b per illos, qui ſimiles ſunt in ſecunda, habemus MC : mc : : Bb : Bb, hoc eſt quantitates motus utrinque æquales, quia Bb : Bb eſt ratio æqualitatis. Igitur fluida homogenea etiam contenta in tubis inæqualis diametri componi debent ad libellam.

233. Tertia theorematis pars, quæ eſt de æquilibrio fluidi homogenei in tubis ſive æqualis ſive inæqualis diametri, ſed diverſæ inclinationis, probatur, quia quantum per inclinationem majorem unius tubi creſcit quantitas fluidi in ipſo contenti, ut perveniat ad eamdem cum altero altitudinem, alterum tantum decreſcit ipſius fluidi vis deorſum gravitandi, impedita a plano ſuſtentante. Igitur cum fluidum in tubo magis inclinato non urgeat alterum majori vi, erit cum ipſo in æquilibrio, quando erit ad eamdem altitudinem. Hinc intelligitur, quare aquæ ex edito loco derivatæ per canales in profundis etiam vallibus ſepultos erumpant tandem ex alio loco paulo minoris altitudinis, ſcilicet tota canalium ſeries non eſt quid diverſum a tubis communicantibus. Deſagulierius in ſeptima ſuæ Phyſices lectione dicit veteres ignoraſſe hanc aquarum proprietatem aſſurgendi ad æqualem altitudinem cum ea, ex qua dimanent, atque ex hac ignorantia factum eſſe, ut ſummo impendio arcus conſtruerent in locis humilibus, ſupra quos aquis viam ſternerent. Sed Trevoltiani (1) obſervant teſtimonia Vitruvii & Plinii oſtendere conſcios fuiſſe etiam veteres de hac aquarum proprietate. Quare ex magnificentia non ex ignorantia natæ ſunt hujuſmodi ſubſtructiones.

234. Hæc quæ dicta ſunt de fluido homogeneo intra tubos communicantes poſito, applicantur ad intelligendum, quare ad libellam componatur fluidum congregatum in ſtagnis, & vaſis amplioribus, ſive eorum fundum ſit horizontaliter collocatum, ſive alicubi inclinatum quovis modo, ſcilicet quia tota illius maſſa concipi

(1) Mem. de Trev. an. 1752. art. 74. pag. 1417.

Digitized by Google

cipi poteſt quaſi diviſa in quotlibet tubos communicantes. Cum autem dicitur fluidum componi ad libellam in vaſis amplioribus, intelligi debet primo quidem quantum ad ſenſum, & deinde attenta ſola actione gravitatis. Prima quidem limitatio neceſſaria eſt, quia ſi rem ipſam attendamus, convexa eſt in quibuſvis vaſis fluidorum quieſcentium ſuperficies, utpote quæ pars quædam eſt ſphæricæ ſuperficiei, in quam vi gravitatis ſe componeret circa terram univerſam diffuſa: ſed quoniam in vaſis, quæ tractare poſſumus, non eſt niſi pars infiniteſima totius terreſtris circumferentiæ, ideo ejus curvatura deprehendi a nobis non poteſt. Secunda etiam limitatio non erat omittenda, quia ſi cum actione gravitatis intermiſceatur altera cauſa, ut attractio aliqua particularis urgens magis aliquas fluidi columnas quam alias, jam æquilibrium poſtulabit ſuperficiem a libella proportionaliter abludentem, vel concavam ſcilicet vel convexam, prout accurate demonſtratur a Joſepho Aſclepio in opuſculo *de Æquilibrio*, ſive *Exercitatione Aero-hydroſtatica* (1) alias laudata (2). Celebris eſt attractio, quam habet Mercurius ſecum ipſe longe majorem ea, quam patiatur a vitro, per quam fieri dicunt communiter melioris notæ Phyſici, ut in vaſis vitreis ejus ſuperficies appareat convexa, & contra per attractionem, quam vitrum in aquam exercet majorem ea, quæ ineſt ipſis aquæ particulis inter ſe, ex eorumdem conſenſu fit, ut eadem vaſi vitreo infuſa, ſed ad ejus labrum non pertingens, habeat ſuperficiem concavam ad diſtantiam unius circiter lineæ a vaſis lateribus circumquaque. Attractio tandem, quam inter ſe exercent fluidorum particulæ, etſi tenuis ſit, comparata cum ea, quæ juxta permultos philoſophos eſt cauſa corporum non fluidorum atque durorum, attamen talis eſt, quæ impediat ſenſibiliter, ne fluida componantur ad libellam etiam in vaſis diametri plurium pollicum. Atque citato loco Aſclepius docet hujuſmodi vim attrahentem, quæ ultimo ſenſibilis ſit (3) *in aqua extendi ad diſtantiam lin.* 24, *in Mercurio lineas* 15; nam in vaſe quidem diametri quatuor pollicum deprehendit aquam infuſam, ut ſupra ejus labrum aſſurgeret, totam componi in convexam ſuperficiem: quod non contingebat Mercurio, niſi in vaſe diametri duorum pollicum cum dimidio.

235. Modum quo de hac curvitate certiorem ſe reddidit eſt hujuſmodi. Funiculum horizontaliter diſtendit ſupra vitra feneſtræ, e cujus regione vas erat fluido redundans collocatum. Tum ex obliquo obſervabat in ipſo fluido funiculi imaginem, quæ in quodam oculi ſitu rectam lineam repræſentabat, & fluidi ſuperficiem ſecabat biſa-

(1) Aſcl. §. 3. de Æquil.
(2) De Ideis num. 569.
(3) Aſcl. de Æquil. num. 55.

Digitized by Google

biſariam. Ex hoc puncto ſi oculum aliquantulum promovebat, videbat eam imaginem in ipſo ſui medio fieri concavam oculum verſus, ſin retrahebat, fieri convexam, quoties amplitudo vaſis non ſuperabat limites jam dictos pro aqua aut mercurio, de quibus ſolis fluidis ipſe meminit. Quod autem hi limites pertineant ad eam tantummodo curvitatem, quæ nobis reddatur ſenſibilis per prædictam reflexam imaginem, quæ eſt ratio omnium optima eam deprehendendi, non vero ad ipſam curvitatem, quæ adhuc eſſe realiter poteſt, idem Auctor plane perſuaſit, dum loco vaſis fluidi pleni, ad eamdem funiculi obſervationem adhibuit lentem cryſtallinam, cujus radius convexitatis erat pedum trium, ſupra quam ea imago oculis ad quamcunque diſtantiam poſitis recta linea apparebat. Quare rite concluſit vim attrahentem in fluidis extendi poſſe ad longe majorem diſtantiam, & efficere ut curva revera ſit ipſorum quieſcentium ſuperficies ea curvitate, quæ ſi inſenſibilis nobis eſt, dum reſpondeat radio trium pedum, quanto magis ſi ad radium 10 vel 100 vel amplius pedum referatur.

236. Dico jam II. fluida heterogenea in diverſis tubis ſed communicantibus poſita æquilibrantur, quando altitudo unius tanto minor eſt altitudine alterius, quanto denſitas primi major eſt denſitate ſecundi, ſive ut communius dicitur, quando altitudines ſunt in ratione inverſa denſitatum. Nam fluida in tubis communicantibus habent æquilibrium, quando quantitas motus utrinque eſt æqualis. Sed æqualis utrinque eſt quantitas motus fluidorum heterogeneorum in tubis communicantibus, quando illorum altitudines ſunt in ratione inverſa denſitatum; nam eadem utrinque eſt celeritas, utpote impreſſa a vi gravitatis, quæ conſtanti modo agit, & par utrinque maſſa, quia maſſæ in corporibus diverſæ denſitatis tunc ſunt æquales, quando volumina, h.e. in noſtro caſu altitudines ſunt in ratione inverſa denſitatum, ut ubi agitur de denſitate oſtenditur: ergo. Quoniam demonſtratio hujus theorematis in eo nititur, quod fluida heterogenea in tubis communicantibus æquivaleant homogenis, quoties habeant altitudines in ratione inverſa denſitatum, quicquid in homogeneis oſtendimus contingere, cum ſunt ad eaſdem altitudines, etiamſi tubi non ſint ejuſdem diametri, nec habeant eamdem ad horizontem inclinationem, habet locum etiam in heterogeneis, cum ſunt ad altitudines in dicta ratione diverſas.

237. Quandoque accidit ceſſare ex improviſo eruptionem aquarum ex aquæductibus ceteroquin ſanis & integris. Ratio phænomeni ex hoc theoremate repeti poteſt. Quoties enim in eo quaſi brachio hujuſmodi ſiphonis, quod primo recipit aquam in alterum derivandam, pars aliqua occupetur ab aere, jam habetur columna ex

Digitized by Google

ex fluido heterogeneo, aqua & aere, quæ proinde non poterit habere ex defectu maſſæ eam motus quantitatem, quæ neceſſaria eſſet ad ſuperandam alterius brachii altitudinem.

PROPOSITIO II.

Corpus ſpecifice levius in fluido graviore poſitum acquirit cum illo æquilibrium, quando tantum ſui voluminis immerſum eſt, quantum requiritur ut par volumen fluidi habeat cum integro corpore æquale pondus: ex quo multa inferuntur.

238. PRima pars ſic probatur. Corpus quod fluido ſupernatat magis vel minus pro majori vel minori denſitate ſua, eſt corpus ſpecifice levius ipſo fluido, quod æquilibrium habet cum columnis ejuſdem fluidi ſibi circumſtantibus: ergo totum ejuſdem ſolidi pondus eſt æquale illi fluidi volumini, quod contineretur in ſpatio occupato a parte corporis immerſa. Conſequentia probatur, quia ſi ex duabus columnis fluidi, quæ ſunt in æquilibrio, quarum una ſit ex fluido homogeneo, altera partim ex eodem fluido, & partim ex alio corpore ipſi ſuperpoſito demantur utrinque pares altitudines ejuſdem fluidi, quæ in ipſis remanent, erunt ponderis inter ſe æqualis: ſed ex una parte remanet totum corpus ſupernatans, ex alia vero illud dumtaxat fluidi volumen, quod contineretur in ſpatio occupato a parte corporis immerſa: ergo hoc aquæ volumen eſt æqualis ponderis cum toto corpore ſuperpoſito.

239. Venio ad ſecundam propoſitionis partem, quæ eſt de corollariis. I. Gravitas ſpecifica ſolidi eſt ad gravitatem ſpecificam fluidi, in quo ex parte immergitur, ut volumen partis immerſæ ad integrum ſolidi volumen: nam totum ſolidum habet æquale pondus cum volumine fluidi, quod eſt par parti immerſæ.

240. II. Corpora, quæ ſpecifice leviora ipſo fluido inæqualiter ſunt, inæqualiter etiam immerguntur, & quidem inæqualitate, quæ eſt in ratione directa ipſorummet gravitatis ſpecificæ: adeoque gravitates ſpecificæ hujuſmodi ſolidorum ſunt ut profunditates immerſionis ſingulorum.

241. III. Idem ſolidum ſpecifice levius diverſis fluidis minus immergitur, quo major eſt fluidi gravitas ſpecifica: adeoque gravitates ſpecificæ fluidorum ſunt inverſe, ut profunditates ſolidorum,

quæ

Digitized by Google

quæ in ipſis immerguntur. Ad hujuſmodi examen gravitatis fluidorum conſtrui ſolet tubus vitreus in ſuos gradus diſtinctus, deſinens in globum vitreum, qui incluſos habet globulos plumbeos.

242. IV. Solidum ejuſdem gravitatis ſpecificæ cum fluido debet totum immergi, quia donec aliquid extat, nequit habere æquilibrium cum columnis fluidi circumſtantibus: poſtquam autem immerſum fuerit ex toto, ſtatim ut acquiſita ex deſcenſu acceleratio extincta fuerit, ſiſtet. Quod ſi per vim ulterius promoveatur, datum quemcunque locum conſervabit. Perinde enim eſt, ut locus ad æquilibrium totius maſſæ requiſitum occupetur a maſſa ſolida, aut a liquida, quoties una æqualis eſt alteri.

243. V. Solidum ſpecifice levius detruſum per vim in fundum vaſis fluido graviori pleni, cum primum ſibi relinquitur, opus eſt emergat motu accelerato ad reſtaurandum æquilibrium inter columnas meri fluidi, & columnam inæqualis ponderis ex fluido, & ſolido ſpecifice leviori compoſitam.

244. VI. Solidum, quod in amplo vaſe non demergitur, ne demergi quidem poteſt in anguſto. Nam concipiatur fluidum circumſtans diviſum in totidem columnas, quibus reſpondeant paris diametri columnæ, compoſitæ ex fluido, & parte corporis ipſis ſuperpoſita, jamque intelligitur harum æquilibrium, quia ex dictis pondus columnæ ex ſola aqua eſt æquale columnæ ex aqua ſimul, & parte ſolidi ſuperſtante: ſed hæ ipſæ columnæ compoſitæ ex aqua & parte ſolidi ſuperſtante intelliguntur eſſe in æquilibrio cum ſibi ſimilibus columnis communicantibus, quæ per mentem concipiantur, & pariter dividantur, & hæc cum aliis deinceps poſitis uſque dum totum fluidum ſuppoſitum toti corpori exhauriatur: ergo intelligitur æquilibrium inter fluidum ſuppoſitum toti ſolido, & ſolum fluidum circumſtans, quantumvis tenue: ſed ſi fluidum ſuppoſitum toti corpori habet æquilibrium cum fluido circumſtante quantumvis tenue, jam corpus ſuperpoſitum nequit demergi: ergo.

Aliter idem theorema demonſtratur ex quantitate motus, prout compoſita ex maſſa & celeritate, ex quibus quantititibus ea, quæ pertinet ad fluidum circumſtans, æqualis reperitur illi, quæ propria eſt toti maſſæ, compoſitæ ex fluido, & corpore ſuperſtante; nam etſi totum fluidum circumſtans propter ſuam paucitatem non habeat parem maſſam ac totum corpus ſuperincumbens, habere tamen deberet majorem celeritatem, quoties ſolidum demergeretur. Magna enim in illo requireretur celeritas ad aſcendendum, dum exigua eodem tempore eſſet in ſolido deorſum deſcendente.

PARS VIII.

Digitized by Google

PARS VIII.

De motu ex conflictu corporum non elaſticorum.

PROPOSITIO PRIMA.

In conflictu directo corporum mollium inveniri poteſt, quæ ſit celeritas illis communis poſt conflictum, & quantum motus ſingula vel acquiſiverint vel amiſerint.

245. EXPLICO prius terminos. Corpora mollia dicuntur, quæ ſubſidunt percuſſa, quin priſtinam figuram recuperent: ex quo inertia etiam vocantur. Ea ſunt ſpecies quædam corporis non elaſtici; nam aliam hujus generis ſpeciem conſtituunt corpora dura, quæ ſcilicet non patiuntur compreſſionem. Conflictus directus dicitur, quando corpora ſibi mutuo occurrunt per lineam, quæ eſt utriuſque ſuperficiei perpendicularis. Quare hæc linea tranſibit per eorumdem centra, ſi ſint ſphærica, qualia in experimentis adhibentur, tenui filo in medio aere ſuſpenſa ad præcavendas anomalias ab affrictu oriundas, & eas minuendas, quæ ſunt a medio reſiſtente. Conflictui directo opponitur indirectus ſive obliquus, quo nomine venit ille, in quo unum corpus occurrit alteri per lineam, quæ non eſt ipſorum ſuperficiebus perpendicularis. De directo tantum hic loquor; effectus enim conflictus indirecti concipi poſſunt ex illis directi, quoniam ad directum revocari poſſe indirectum conflictum opportuniori loco inferius oſtendam. Uterque autem conflictus triplici diverſo modo contingere poteſt, quia ſcilicet unum corpus poteſt occurrere alteri, quod vel quieſcit, vel in eamdem partem tardius tendit, vel in partem oppoſitam. In unoquoque præterea ex his modis triplex iterum diverſitas diſtinguenda eſt, a maſſa, & celeritate dependens. Ambo enim corpora, vel ſunt æqualis maſſæ, & etiam celeritatis, ſi moventur: vel alterum habet majorem maſſam, alterum majorem velocitatem: vel unum habet majorem altero tum maſſam tum velocitatem. Determinari igitur debet quid pro ſingulis caſibus ſit expectandum.

Digitized by Google

Articulus Primus.

Demonſtratio.

246. PRima pars propoſitionis, quæ eſt de inveniendâ celeritate communi poſt conflictum corporum mollium, ſic probatur. Quantitas motus corporis eſt par maſſæ multiplicatæ per ipſius celeritatem: ergo ſi cognita ſit quantitas motus plurium corporum mollium, quæ ſimul moveantur, poſtquam vel illud, quod in eamdem cum alio partem directe tendebat, offendit alterum quieſcens, aut minus velox, vel poſtquam mutuo ſecum conflixerunt, cum tenderent in partes directe oppoſitas, cognita erit celeritas communis, dividendo cognitam quantitatem motus illorum corporum per maſſas omnium ſimul ſumptas. Atqui cognita eſſe poteſt quantitas motus plurium corporum mollium poſt directum ipſorum conflictum, ſi quidem tum principium illud, quod actioni unius corporis in aliud æqualis ſemper eſt alterius reactio alibi (1) demonſtratum, tum inſtituta experimenta, accipienda ut ſupra (§. 192.) adnotavi, pro exigui temporis & ſpatii decurſu, ſuadent quantitatem motus corporum tendentium directe in eamdem partem eſſe poſt conflictum ſemper æqualem quantitati motus, quæ in illis erat ante conflictum: illam vero corporum tendentium in partes ſibi mutuo oppoſitas eſſe æqualem differentiæ, quæ intercedebat inter unam, & alteram quantitatem motus ante illorum directum conflictum: ergo cognita eſſe poteſt celeritas illis communis.

247. Secunda pars, quæ eſt de invenienda quantitate motus a ſingulis acquiſita vel amiſſa, ſic oſtenditur. Quantitas motus corporum eſt par maſſæ multiplicatæ per ſuam celeritatem: ergo cognita ex dictis celeritate communi ſingulis corporibus poſt eorum directum conflictum, cognita erit quantitas motus ſingulorum per multiplicationem communis celeritatis in datam ſingulorum maſſam: ergo ſi comparetur inventa hæc pro ſingulis quantitas motus poſt conflictum cum illa, quam ſingula ante conflictum habebant, invenietur quantum motus ſingula vel acquiſiverint vel amiſerint. In hac autem comparatione habenda eſt ratio directionis corporum, ita ut ſi poſt conflictum corporum mutuo in ſe tendentium per directiones invicem oppoſitas, inveniatur alterum ex corporibus ſe movere in contrariam partem ac prius, non poteſt dici illius celeritas diminuta, ſed debet dici aucta; nam non ſolum ſublata illi eſt celeritas oppoſita, ſed collata eſt nova in aliam partem celeritas.

248. Ut quæ dicta ſunt facilioris ſint uſus & intelligentiæ, maſſæ duo-

(1) De Cauſ. efficien. num. 540.

duorum corporum mollium dicantur M & m, celeritates C & c, & quantitates motus MC & mc. Quando alterum corpus ante conflictum quieſcat, quantitas motus, quæ poſt conflictum debet eſſe æqualis illi, quæ erat antea, alia non eſt, quam vel MC vel mc, prout M vel m eſſet corpus quieſcens: quando vero ambo ante conflictum in eamdem partem diverſa velocitate moveantur, quantitas motus poſt conflictum erit MC + mc: & quando tandem in partes ſibi mutuo oppoſitas tenderent, erit MC — mc. Diviſis igitur his formulis per maſſas corporum ſimul ſumptas ad habendam eorum communem celeritatem, hæc in primo caſu eſt vel MC : M + m, vel mc : M + m : & in ſecundo eſt MC + mc : M + m, adeoque æqualis motuum ſummæ per ſummam maſſarum diviſæ: in tertio tandem eſt MC — mc : M + m, adeoque æqualis motuum differentiæ per ſummam maſſarum diviſæ. Apud Wolfium per errorem in editione ſaltem Genevenſi legitur celeritatem in ſecundo caſu fore (1) *æqualem ſemidifferentiæ motuum per ſummam ponderum diviſæ*. Itaque ſi duo corpora ſint æqualis maſſæ, & tendant directe in eamdem partem, ſed unius celeritas ſit tripla alterius, invenitur celeritas utriuſque poſt conflictum fore ut duo; nam ſubſtitutis notis jam valoribus in formula, ea in hanc tranſmutatur $1 \times 3 + 1 \times 1 : 1 + 1 = 2$. Inventa hac celeritate invenitur quantitas motus unius corporis poſt conflictum diminuta eſſe una tertia parte: nam prius erat 1×3, nunc vero eſt 1×2. Quantitas autem motus alterius corporis invenitur dupla illius, quam antea habebat; nam antea erat 1×1, nunc autem eſt 1×2: Sin autem eadem corpora directe tendant in ſe invicem, invenitur celeritas utriuſque poſt conflictum fore ut unum; formula enim tunc evadit $1 \times 3 - 1 \times 1 : 1 + 1 = 1$. Quare quantitas motus alterius corporis diminuta invenitur duabus tertiis partibus: alterius vero duabus aucta. Nam prima quantitas 1×3 facta eſt 1×1. Secunda vero, quæ erat quantitas negativa, ſive 1×-1, facta eſt poſitiva, ſive 1×1; nam poſt conflictum maſſa, ut unum multiplicata per celeritatem, ut unum, poſitivam, ſive in partem contrariam illi, quam prius habebat, dat quantitatem motus in partem priori oppoſitam, quod importat acquiſiviſſe unum gradum celeritatis, qui vinceret oppoſitam celeritatem ut unum, & alium præterea, quo poſt conflictum in oppoſitum moveretur.

(1) Wol. Elem. mechan. §. 540.

ARTICULUS II.

Corollaria.

249, I. QUantitatem motus poſt conflictum corporum mollium eſſe æqualem illi, quæ erat ante conflictum, quando corpora non tendant in ſe mutuo, in qua hypotheſi eſſe eamdem differentiam poſt conflictum inter quantitates motus ipſorum, ac erat ante, præter argumenta adducta in probatione, eſt hoc aliud ex formulis petitum. Si tendant in eamdem partem ea quantitas ante conflictum eſt $MC + mc = \frac{\overline{M + m} \times \overline{MC + mc}}{M + m}$, quæ eſt quantitas motus poſt conflictum. Si tendant in ſe mutuo, eſt differentia in quantitate motus ipſorum $MC - mc = \frac{\overline{M + m} \times \overline{MC - mc}}{M + m}$ differentiæ poſt conflictum. Si alterum illorum, ut m, quieſcat, eſt ante conflictum $MC = \frac{\overline{M + m} \times MC}{M + m}$ differentiæ poſt conflictum.

250. II. Quantitas motus corporum mollium poſt conflictum eſt in ratione maſſarum; nam illa corpotis M ad illam corporis m eſt ut $M \times \frac{\overline{MC \pm mc}}{M + m} : m \times \frac{MC \pm mc}{M + m} = M : m$. Idem planum erat etiam ex eo, quod quantitates motus corporum æquali celeritate ſe moventium, ut fit in mollibus poſt conflictum, ſint ut eorum maſſæ ex dictis (§. 187.).

251. III. Celeritas poſt conflictum communis utrique corpori molli eſt ad celeritatem, quæ uni ſoli antea ineſſet, ut hujus maſſa ad maſſam utriuſque; nam poſt conflictum unius corporis in aliud quieſcens formulæ celeritatis communis $\frac{MC}{M+m}$, vel $\frac{mc}{M+m}$, reſolvuntur in has proportiones $\frac{MC}{M+m} : C :: M : M + m$, vel $\frac{mc}{M+m} : c :: m : M + m$.

252. IV. Celeritas quam habet commune gravitatis centrum ante ipſorum conflictum eſt ipſamet celeritas utrique communis, quæ poſt illum reperitur. Nam poſt celebratum congreſſum duorum corporum celeritas centri gravitatis ipſorum profecto eadem eſt cum illa ipſorum corporum: ergo cum quantitas motus poſt conflictum corporum in eamdem partem tendentium debeat eſſe æqualis illi, quam utraque habebant ante conflictum, & differentia

Digitized by Google

tia inter quantitates motus corporum, quæ ante conflictum in ſe mutuo tendebant, debeat eſſe æqualis differentiæ, quam poſt conflictum præſeferunt, neceſſe eſt, ut velocitas communis centri gravitatis poſt conflictum eadem ſit, ac erat ante illum, Sicuti autem ex inventa communi corporum celeritate poſt conflictum ſequitur plurium problematum in hac re determinatio, ut ex dicendis patebit, ita etiam ſequitur ex inventa celeritate centri communis gravitatis corporum ante conflictum, quam viam tenet Keillius in ſuis Lectionibus Phyſicis (1)

253. V. Si duo corpora mollia mutuo ſibi occurrunt celeritate æquali, celeritas communis poſt occurſum eſt quartus terminus proportionalis poſt ſummam maſſarum, earumdem differentiam, & alterutrius celeritatem, ſive ut Wolfius loquitur (2) celeritas poſt conflictum ad celeritatem ante eumdem eſt, ut ponderum differentia ad ſummam eorumdem. Nam propter $C = c$ formula celeritatis communis $\frac{MC - mc}{M + m}$ evadit $\frac{C \times \overline{M - m}}{M + m}$, quæ eſt quartus in hac proportione, $M + m : M - m :: C : \frac{C \times \overline{M - m}}{M + m}$. Quando corpora mutuo ſibi occurrentia præter celeritatem æqualem, maſſam etiam haberent æqualem fit $M - m = 0$, adeoque nullus eſt ſecundus terminus proportionis, & nullus pariter quartus, adeoque nulla poſt conflictum celeritas, prout alia etiam ratione inferius conſtabit.

254. VI. Si alterum ex duobus corporibus mollibus occurrat directe alteri quieſcenti, ambo poſt conflictum movebuntur celeritate communi, quæ eſt quartus terminus proportionalis poſt ſummam maſſarum utriuſque corporis, maſſam corporis moti, & datam hujus celeritatem. Nam imprimis hoc ex corollario tertio infertur. Deinde diſtinctius ſic oſtenditur. Celeritas communis poſt conflictum corpore m quieſcente eſt $\frac{MC}{M + m}$, qui terminus eſt quartus hujus proportionis, $M + m : M :: C : \frac{MC}{M + m}$. Quod ſi corpus quieſcens ſit M, tunc proportio erit, $M + m : m :: c : \frac{mc}{M + m}$. In qua notandum eſt, quod ſi corpus M ad aliud m habeat rationem quaſi infiniti ad infiniteſimum, qualis eſt inter totam terram, & molle granum arenæ, in ipſam ictu digiti impulſum, celeritas communis poſt conflictum erit ad datam grani celeritatem in ſimili ratione. Quare de motu vel ſenſibili vel inſenſibili intelligi debet, quod

(1) Keil. Introd. ad Phyſ. lect. 13. (2) Wolf. Elem. Mech.

Digitized by Google

quod paſſim jam Philoſophi affirmant.(1) *Corpus quodcunque quamlibet magnum*, ſic Whiſtonus, *a quocunque corpore quamlibet exiguo, & qualicunque celeritate impacto movetur*. Quod autem ipſe addit, *hæc lex motus eſt ſane axioma per ſe manifeſtum*, alii non dicunt, ſed proponunt ſibi demonſtrandum, ut facit Guido Grandi (2). Hoc brevi nos per formulam obtinuimus.

255. Hæc quæ ex prædictis formulis inferuntur, cum aliis quæ juvat ſeorſim proponere, communiter vocantur leges communicationis motus in conflictu corporum mollium. Harum veritas, ſicut & earum, quas inferius referam, pertinentium ad corpora elaſtica extra omnem controverſiam ponitur etiam per experimenta, pro quibus a Jo. Keill (3), Nicolao de Martino (4), Turrio (5), & Hauſero (6) machina deſcribitur, quam percuſſoriam vocant; excogitata a Mariotte, & perfecta a Graveſande, & Nolleto. Quoniam autem hæ leges inferuntur ex attributis eſſentialibus corpori naturali, extenſione impenetrabilitate & inertia, ſequitur primo dici non poſſe, eas dependere a libera voluntate Dei, etiam poſtquam ſtatuit huiuſmodi attributa ineſſe corporibus naturalibus, quam opinionem Jacobus Riccati (7) tribuit Leibnitio. Sequitur ſecundo certo falſas eſſe eas motus leges, quas ab his diverſas ſive iiſdem oppoſitas alii tradiderunt. In his commemorandæ ſunt præ cæteris, quas Carteſius in ſuis Principiis (8), & in ſuis epiſtolis (9) poſuit, non ſolum quia falſæ ſunt, ut poſt Fortunatum a Brixia (10), & alios de aliquibus inferius obſervabo, ſed maxime, quia ipſe idem leges omnes motus neglexit in pertractanda ſua phyſica, in qua videas omnia perfici per innumeros vortices, & diverſæ indolis motus, quos commentus eſt haberi, & conſervari in diverſis materiæ ſtratis licet inter ſe contiguis, quaſi ſingula eſſent quid animatum. Hujus ſeu commenti ſeu negligentiæ ſpecimen ſint hæc quæ de fluidis philoſophatur,(11) *Partes aquæ ut & omnium liquorum inter ſe uniformi motu moventur: partes quoque aeris illam tangentes pari inter ſe agitatione feruntur: at partes aquæ alia ratione, & menſura agitantur, quam aeris, & præterea materia ſubtilis partibus aeris circumfuſa longe aliter movetur, quam ea quæ aquæ partes interfluit.*

PRO-

(1) Whi. Prel. Phyſico-math. 5. n. 13.
(2) Gra. Inſtit. mechan prop. 40.
(3) Kei. Introd. ad Phyſ. lect 15. th. 43. coroll. 2.
(4) Mart. Elem. Stat. ſec. 3. cap. 4.
(5) Turr. Scien. della Natur. part. 1. num. 1003.
Id. Phyſ. gen. num. 993.
(6) Hauſ. Phyſ. gen. num. 1129.
(7) Ricc. Oper. tom. 2. lib. 2. c. 19. §. 12.
(8) Cart. Princ. par. 2.
(9) Id. Epiſt. par. 1. ep. 117. ad Clerſelier.
(10) Brix. Phyſ. gen. diſſ. 2. art. ultim edit. 1.
(11) Cart. Princ.

Digitized by Google

PROPOSITIO II.

Celeritas poſt conflictum communis corporibus mollibus, quorum unum directe occurrat alteri quieſcenti eſt dimidia celeritatis ante conflictum, ſi ſint maſſæ æqualis: ſin autem motus ſit in maſſa majori eſt pluſquam dimidia: ſin tandem motus ſit in minori, eſt minus quam dimidia.

256. PRima pars, quæ eſt de celeritate poſt conflictum communi corporibus mollibus æqualis maſſæ dimidia ejus, quæ inerat prius uni tantum corpori, probatur, quia in conflictu inter maſſæ æquales una quieſcente celeritas communis utrique corpori poſt conflictum $\frac{MC}{M+m}$, evadit $\frac{MC}{2M}=\frac{C}{2}$. Aliam probationem diffuſiorem dabit Whiſtonus (1).

Secunda pars, quæ eſt de celeritate poſt conflictum communi corporibus mollibus pluſquam dimidia ejus, quæ antea uni tantum majori corpori inerat, ſic probatur. In conflictu inter maſſam majorem cum minori quieſcente, celeritas communis utrique poſt conflictum eſt $\frac{MC}{M+m}$: Atqui $\frac{MC}{M+m}$ eſt quantitas major, quam $\frac{MC}{2M}$, quæ ex nuper dictis exprimebat dimidium celeritatis, propter diviſorem $M+m$, qui ex hypotheſi eſt quantitas minor, quam $2M$: ergo celeritas communis utrique corpori poſt conflictum eſt pluſquam dimidia ejus, quæ majori tantum corpori inerat, quod proinde amiſit minus, quam dimidium prioris celeritatis.

Tertia pars de celeritate poſt conflictum communi minus quam dimidia ejus, quæ antea uni tantum minori corpori inerat, probatur, quia in conflictu inter maſſam minorem cum majori quieſcente celeritas communis utrique poſt conflictum eſt $\frac{mc}{M+m}$, cum ſit $MC=o$: Atqui $\frac{mc}{M+m}$ eſt quantitas minor, quam $\frac{mc}{2m}$, quæ exprimeret dimidium celeritatis illius, quæ ſola erat ante occur-

(1) Whi. Præl. Phyſico-math. 5. num. 7.

Digitized by Google

curſum, propter diviſorem $M+m$, qui ex hypotheſi major eſt, quam $2m$: ergo amittitur in prædicto conflictu pluſquam dimidium prioris celeritatis, & remanet proinde minus, quam dimidium, cum quo ambæ maſſæ conjunctim procedunt.

257. Ultimæ duæ partes hujus propoſitionis ſunt contra Fortunatum a Brixia, qui ſaltem in prima ſuæ phyſicæ editione, quod convenit maſſæ confligenti cum altera quieſcenti ſe minori, tribuit maſſæ confligenti cum majori, & viceverſa. Eſt inquit (1) *Lex ſecunda: Corpus molle in alterum molle minoris diametri, quod immotum conſiſtat directe immiſſum, minus dimidia parte ſui impetus illi in actu communicat.* Æquivoco ductus videtur inter celeritatem amiſſam, & celeritatem communicatam. Amiſſa quidem celeritas in facta hypotheſi eſt poſt conflictum minor, quam dimidia illius, quam antea haberet, ſed communicata eſt major, & quidem per neceſſariam conſequentiam, quippe ambo ſimul progrediuntur cum celeritate, quæ eſt pluſquam dimidia illius, quam ante conflictum habebat ſolum corpus maſſæ majoris. Proſequitur ille ſic: *Lex tertia: Corpus molle in alterum molle, ſed majoris diametri, quod quieſcat directe immiſſum, plus dimidiam partem ſui impetus illi in actu communicat.*

(1) Bri. Phyſ. gen. diſs. 2. art. 9.

PRO

PROPOSITIO III.

Si duo corpora mollia in ſe directe tendant quantitate motus æquali, poſt conflictum ambo quieſcent: ſin autem quantitate motus inæquali ambo poſt conflictum movebuntur celeritate communi, quæ, ſi maſſæ ſint æquales, erit dimidium illius, quæ reperitur exceſſu quantitatis motus diviſo per maſſam, ad quam pertinet: ſin maſſæ ſint inæquales, & quantitas motus major ſit in maſſa majori, celeritas communis erit pluſquam dimidium illius, quæ modo dicto reperitur in ſimili exceſſu. Sin tandem maſſæ ſint inæquales, & quantitas motus major ſit in maſſa minori, celeritas communis erit minor, quam dimidia illius, quæ modo dicto reperitur in ſimili exceſſu.

258 PRima pars, quæ eſt de quiete corporum ſe confligentium æquali quantitate motus, probatur, quia formula celeritatis communis poſt conflictum duorum corporum mollium habentium quantitatem motus æqualem in partes directe oppoſitas $\frac{MC-mc}{M+m}$ eſt æqualis zero. Whiſtonus citato nuper loco idem ſic concludit, *Æquales motus quantitates in partes oppoſitas tendentes ſeſe mutuo omnino adæquabunt, & ſe invicem tollent: Unde cum nulla ſit novi motus cauſa, corpora utraque omnino quieſcent*. Obſervandum eſt quantitatem motus æqualem eſſe poſſe in duobus corporibus, vel quia maſſæ, & celeritates ſunt æquales, vel quia maſſæ ſunt in ratione inverſa celeritatum.

259. Secunda pars, quæ verſatur circa motum corporum, poſtquam conflixerunt inæquali quantitate motus, ſic probatur. Corpora mollia mutuo ſibi occurrentia non moventur poſt conflictum niſi vi illius exceſſus, quo quantitas motus unius ſuperat quanti-

S tatem

tatem motus alterius; nam prout æquales illæ ſunt mutuo eliduntur: ergo corpus, cujus quantitas motus major eſt, conſiderari poteſt, ut occurrens alteri quieſcenti cum ea motus quantitate, qua alterius motum excedit. Atqui quando unum corpus directe occurrit alteri quieſcenti, ambo moventur poſt conflictum celeritate, quæ (§. 256.) reperitur diviſa quantitate motus per maſſam, eſſe vel dimidium, vel pluſquam dimidium, vel minus quam dimidium prioris, prout maſſa ſe movens eſt vel æqualis vel major vel minor quieſcente: ergo corpora, quæ quantitate motus inæquali in ſe directe tendant, movebuntur varia poſt conflictum celeritate, prout enunciat propoſitio juxta varias hypotheſes.

260. Propoſitio exemplis declaratur. Sint primo maſſæ æquales, ſed celeritates inæquales, ut ſequitur $M = 1$, $m = 1$, $C\ 2$, $c = 1$. Erit differentia ſeu exceſſus quantitatis motus $= 1$. Hic diviſus per maſſam dat celeritatem $= 1$. Dico poſt conflictum ambo corpora proceſſura cum dimidio inventæ celeritatis; nam conſiderata maſſa $M = 1$ cum celeritate non jam ut 2, ſed ut 1, incurrente in maſſam $m = 1$ non jam motam, ſed tamquam quieſcentem, eſt celeritas ipſis communis poſt conflictum $\frac{MC}{M+m} = \frac{1 \times 1}{2}$. Quæ celeritas invenitur etiam per formulam $\frac{MC - mc}{M+m}$, quæ idem valet ac $\frac{MC - Mc}{2M} = \frac{C - c}{2} = \frac{1}{2}$.

261. Sint II. maſſæ inæquales, & quantitas motus major ſit in maſſa majori, ut ſequitur $M = 2$, $m = 1$, $C = 1$, $c = 1$. Erit exceſſus quantitatis motus $= 1$. Hic diviſus per maſſam 2 dat celeritatem $= \frac{1}{2}$. Dico poſt conflictum ambo corpora proceſſura cum ea celeritate, quæ erit pluſquam dimidium inventæ celeritatis. Nam conſiderata maſſa $= 2$ cum celeritate $= \frac{1}{2}$ occurrente maſſæ $= 1$ tamquam quieſcenti, eſt celeritas poſt conflictum communis $\frac{MC}{M+m} = \frac{2 \times \frac{1}{2}}{3} = \frac{1}{3}$. Quæ celeritas datur etiam a formula $\frac{MC - mc}{M+m}$, quæ in facta hypotheſi valet $\frac{2 \times 1 - 1 \times 1}{3} = \frac{1}{3}$.

262. Sin III. maſſæ inæquales, & quantitas motus major reperiatur in maſſa minori, ut ſequitur $M = 2$, $m = 1$, $C = 1$, $c = 4$. Exceſſus quantitatis motus erit 2. Hic diviſus per maſſam 1 dat celeritatem 2. Dico poſt conflictum ambo corpora proceſſura cum ea celeritate, quæ eſt minus, quam dimidium inventæ celeritatis. Nam conſiderata maſſa $= 1$ cum celeritate, quæ eſt $= 2$, occurrente maſ-

Digitized by Google

maſſæ = 2 tamquam quieſcenti, celeritas communis poſt conflictum $\frac{mc}{M+m}$ valet $\frac{1\times 2}{3} = \frac{2}{3}$. Quæ celeritas datur etiam a formula $\frac{MC-mc}{M+m}$, quæ in hac hypotheſi valet $\frac{2\times 1-1\times 4}{3} = -\frac{2}{3}$, quod ſignificat maſſam majorem cogi a maſſa minori moveri in partem oppoſitam illi, per quam prius movebatur. Occurrit hic apud Fortunatum a Brixia idem æquivocum tribuendi uni hypotheſi circa mutuum conflictum corporum mollium, quod convenit alteri.

PROPOSITIO IV.

Si duo corpora mollia tendant in eaſdem partes celeritate inæquali, movebuntur poſt occurſum celeritate communi, quæ quando eorum maſſæ ſint æquales, erit dimidium celeritatis utriuſque corporis ante occurſum ſimul ſumptæ: quando vero maſſa major aſſequatur minorem, erit pluſquam dimidium: quando tandem maſſa minor aſſequatur majorem, erit minus, quam dimidium celeritatis prædictæ.

263. Probatur. In formula celeritatis poſt conflictum $\frac{MC+mc}{M+m}$, pro M ponatur m+N, ea fiet $\frac{mC+mc+NC}{2m+N}$, quæ facta diviſione per 2m+N eſt $= \frac{C+c}{2} + \frac{NC-Nc}{4m+2N}$. Hoc poſito, ſi fuerint maſſæ æquales, erit N = 0, adeoque & $\frac{NC-Nc}{4m+2N} = 0$: ergo celeritas poſt conflictum eſt dimidia ſumma celeritatum ante conflictum.

Quod ſi M fuerit corpus inſequens erit $C > c$: ac ſi præterea ſit $M > m$, eſt $\frac{NC-Nc}{4m+2N}$ quantitas poſitiva: at ſi fuerit $M < m$, erit N quantitas negativa, adeoque etiam $\frac{NC-Nc}{4m+2N}$: ergo in primo

mo caſu celeritas poſt conflictum major eſt dimidia ſumma ante conflictum, in altero minor.

264. Whiſtonus credidit ſecundam & tertiam partem eſſe apertam conſequentiam primæ. Si enim inquit celeritas communis, quando una maſſa aliam ſibi æqualem aſſequitur & urget, eſt dimidium celeritatis utriuſque corporis ſimul ſumptæ, (1) *neceſſe eſt, ut major minorve velocitatis quantitas pro celerioris corporis magnitudine aut parvitate oriatur*. Utraque autem pars declaratur exemplo. Ponamus primo corpus duplum celeritate decupla aſſequi aliud, erit formula $\frac{MC+mc}{M+m} = \frac{2\times10+1\times1}{2+1} = 7$, qui numerus eſt pluſquam dimidium celeritatum $10+1$. Quod ſi corpus minoris maſſæ conſideremus tamquam quieſcens neglecto gradu celeritatis communi utrique corpori, jam adhibenda erit formula $\frac{MC}{M+m} = \frac{2\times9}{2+1} = 6$, cui addendo celeritatem communem ut 1, iterum habemus numerum 7. Ponamus jam corpus ſubduplum celeritate decupla aſſequi aliud, erit formula $\frac{MC+mc}{M+m} = \frac{1\times10+2\times1}{1+2} = 4$, qui numerus eſt minus, quam dimidium celeritatum $10+1$. Quod ſi hic pariter ratiocinemur ex ſolo exceſſu celeritatis, formula tunc adhibenda eſt $\frac{MC}{M+m} = \frac{1\times9}{1+2} = 3$, cui addita communi celeritate ut 1, iterum redditur numerus 4.

(1) Wiſ. Præl. Phyſico-math. 5, num. 12.

PRO-

Digitized by Google

PROPOSITIO V.

In conflictu corporum mollium quantitas motus ab uno acquiſita, & ab alio amiſſa ſunt æquales inter ſe: celeritas vero ab uno acquiſita, & ab altero amiſſa ſunt maſſis reciproce proportionales.

Articulus Primus.

Demonſtratio.

265. PRima pars ſic demonſtratur. Si unum tantummodo corpus moveatur, celeritas communis poſt conflictum eſt (ſ. 248.) $\frac{mc}{M+m}$, adeoque quantitas motus acquiſita a corpore M, quod antea ponimus quieſcere, eſt $\frac{Mmc}{M+m}$, cui æqualis invenitur quantitas amiſſa a corpore m; nam hæc poſt conflictum evadit $\frac{mmc}{M+m}$; quare hanc ſubtrahendo ab illa, quam ante conflictum habebat, reſiduum erit quantitas motus amiſſa, hoc eſt $mc - \frac{mmc}{M+m} = \frac{Mmc+mmc-mmc}{M+m} = \frac{Mmc}{M+m}$. Et ſimilis erit demonſtratio, ſi ponamus corpus M tantummodo moveri.

266. Si ambo corpora tendant in eaſdem partes, & mc ſit quantitas motus minor ante conflictum, erit poſt conflictum $\frac{mMC+mmc}{M+m}$, multiplicata ſcilicet per celeritatem communem $\frac{MC+mc}{M+m}$: ergo quantitas motus m acquiſita eſt id, quod remanet ſubtracta quantitate mc a quantitate $\frac{mMC+mmc}{M+m}$, hoc eſt $\frac{mMC+mm}{M+m} - mc = \frac{mMC-Mmc}{M+m}$ cui æqualis eſt quantitas motus amiſſa a corpore M; nam cum hæc eſſet MC, minuitur poſt conflictum, & evadit $\frac{MMC+Mmc}{M+m}$, eademque ſubtracta ab MC exhibet quantitatem amiſ-

amiſſam, hoc eſt $MC - \frac{MMC+Mmc}{M+m} = \frac{MMC+mMC-MMC-Mmc}{M+m}$
$= \frac{mMC-Mmc}{M+m}$, quæ eſt eadem quantitas cum ſuperiori.

267. Si ambo tandem corpora tendant in partes ſibi mutuo oppoſitas, & quidem quantitate motus inæquali, aliter quies utrobique ſequeretur, quantitas motus corporis m, quæ eſſet ante conflictum minor, evadit major poſt conflictum, & eſt $\frac{mMC-mmc}{M+m}$: ergo ſubtrahendo $-mc$ ab hac quantitate, habebitur quantitas motus ab eo acquiſita poſt conflictum, eaque erit $\frac{mMC-mmc}{M+m} + mc$; nam ſubtrahere $-mc$, ſeu quantitatem negativam idem eſt, ac illam commutare in poſitivam, adeoque erit $\frac{mMC-mmc+Mmc+mmc}{M+m} = \frac{mMC+Mmc}{M+m}$, cui æqualem eſſe quantitatem motus amiſſam a corpore M, ſic oſtenditur. Quantitas motus corporis M, quæ major erat ante conflictum, fit poſt conflictum $\frac{MMC-Mmc}{M+m}$, atque hæc ſubtracta a quantitate motus MC dat quantitatem motus amiſſam $MC - \frac{MMC-Mmc}{M+m} = \frac{MMC+mMC-MMC+Mmc}{M+m} = \frac{mMC+Mmc}{M+m}$, quæ eſt eadem formula cum ſuperiori.

268. Eſto unum pro hoc tertio caſu exemplum. Pono quantitates ut ſequitur, $M=3$, $m=2$, $C=10$, $c=5$. Formula motus reſpective acquiſiti & amiſſi $\frac{mMC+Mmc}{M+m}$ eſt $\frac{2\times3\times10+3\times2\times5}{5} = 18$. Igitur M cum haberet ante conflictum quantitatem motus ut 30, amiſſis ejuſdem gradibus 18 reſtat poſt conflictum cum quantitate motus ut 12: & cum m ante conflictum haberet quantitatem motus negativam ut 10, acquirens poſt conflictum gradus 18 habet quantitatem motus in eamdem cum M partem ut 8. Hoc enim eſt productum ex gradibus motus $18-10$. Idem productum utrobique reperitur, ſi M conſideretur ut irruens cum quantitate motus ut 20, qua excedit quantitatem motus corporis m, quod conſideretur ut quieſcens. Hac enim via celeritas communis poſt conflictum eſt 4, quæ in maſſam ut 3 ducta dat quantitatem motus ut 12, & ducta in maſſam ut 2 dat quantitatem motus ut 8.

269. Se-

Digitized by Google

269. Secunda jam pars, quod celeritas acquiſita, & amiſſa ſint in ratione inverſa maſſarum, ſic demonſtratur. In hypotheſi, quod corpus M ante conflictum fuerit in quiete, celeritas ab illo acquiſita eſt ipſa celeritas communis poſt conflictum $\frac{mc}{M+m}$: celeritas autem amiſſa a corpore m erit differentia inter celeritatem, quam ante conflictum habebat, & ipſam celeritatem communem ſive $c - \frac{mc}{M+m} = \frac{Mc+mc-mc}{M+m} = \frac{Mc}{M+m}$: ergo celeritas acquiſita ab M, ad celeritatem amiſſam ab m eſt ut $\frac{mc}{M+m} : \frac{Mc}{M+n} = m : M$, hoc eſt in ratione inverſa maſſarum.

270. In hypotheſi, quod ambo tendant in eaſdem partes differentiæ inter celeritatem, quam ſingula habebant ante conflictum, & celeritatem eiſdem communem poſt conflictum, hoc eſt $C - \frac{MC+mc}{M+m}$ pro corpore M, & $c - \frac{Mc+mc}{M+m}$ pro corpore m, erunt celeritates reſpective acquiſitæ & amiſſæ, quas eſſe maſſis reciproce proportionales ipſarum reductio ſtatim demonſtrat. Etenim eſt $C - \frac{MC+mc}{M+m} = \frac{MC+mC-MC-mc}{M+C} = \frac{mC-mc}{M+m} = \frac{m\times\overline{C-c}}{M+m}$. Similiter invenitur $c - \frac{MC+mc}{M+m} = \frac{M\times\overline{C-c}}{M+m}$: Igitur celeritas poſt conflictum corporis M eſt ad illam corporis m ut $\frac{m\times\overline{C-c}}{M+m} : \frac{M\times\overline{C-c}}{M+m} = m : M$.

In hypotheſi tandem, quod tendant in partes ſibi mutuo oppoſitas, requirantur eodem modo celeritas; reſpective acquiſita & amiſſa, per ſubtractionem celeritatis communis ab illa, quam prius habebant, advertendo tamen quod ipſarum altera ſumi debet in partem oppoſitam, hoc eſt ſigno negativo affectam, & inveniemus illam corporis M eſſe $C - \frac{MC-mc}{M+m} = \frac{MC+mC-MC+mc}{M+m} = m\times\frac{\overline{C+c}}{M+m}$: illam vero corp. m eſſe $-c - \frac{MC-mc}{M+m} = \frac{-Mc-mc-MC+mc}{M+m} = -M\times\frac{\overline{C+c}}{M+m}$, adeoque celeritas acquiſita ab M eſt ad celeritatem amiſſam ab m, ut m : M. Q. E. P.

AR-

Digitized by Google

ARTICULUS II.

Corollaria.

271. I. IN conflictu duorum corporum mollium in eamdem partem ſe moventium idem accidit, ac ſi alterum corpus alteri quieſcenti occurreret cum differentia celeritatum, quas habent: in eorum autem conflictu in partes ſibi invicem oppoſitas ſe moventium idem accidit, ac ſi alterum alteri quieſcenti occurreret cum ſumma celeritatum, quas habent.

Probatur utraque pars, quia invenitur eadem quantitas motus amiſſâ ab uno corpore, & acquiſita ab alio in utroque caſu. Quod ſic oſtendo cum Wolfio (1) primo quod pertinet ad primam partem. Corporibus M & m tendentibus in eamdem partem eſt quantitas motus ab altero illorum amiſſâ, & ab alio acquiſita (§. 266.) $\frac{MmC - Mmc}{M + m}$: ſed ſi corpus M occurreret corpori m quieſcenti cum differentia illorum celeritatis, hoc eſt cum celeritate $C - c$, eſſet eadem quantitas motus ab illo amiſſâ, & ab altero acquiſita: ergo in conflictu duorum corporum mollium in eamdem partem tendentium ... Minor probatur, quia quantitas motus corporis M ſe moventis cum celeritate $C - c$ eſt $MC - Mc$. Igitur poſt conflictum cum corpore m quieſcente celeritas illis communis eſt $\frac{MC - Mc}{M + m}$ (§. 248.). Proinde quantitas motus corporis M evadit $\frac{M^2C - M^2c}{M + m}$. quæ ſubtracta ab illa, quam prius habebat $MC - Mc$ dat quantitatem motus amiſſam $MC - Mc - \frac{M^2C - M^2c}{M + m} =$

$$= \frac{M^2C - M^2c + MmC - Mmc - M^2C + M^2c}{M + m} = \frac{MmC - Mmc}{M + m}.$$

272. Quod vero pertinet ad ſecundam partem ſimili modo ſic oſtenditur. Corporibus M & m tendentibus in partes ſibi invicem oppoſitas eſt quantitas motus ab altero illorum amiſſâ, & ab alio acquiſita $\frac{MmC + Mmc}{M + m}$: ſed ſi corpus M, occurreret corpori m quieſcenti cum ſumma celeritatum illorum $= C + c$, eſſet eadem quantitas ab illo amiſſâ, & ab alio acquiſita: ergo in conflictu duorum cor-

(1) Wol. Elem. Mech. num 567. & ſeq.

Digitized by Google

corporum in oppoſitas partes &c. Minor probatur, quia quantitas motus corporis M ſe moventis cum celeritate C + c, eſt MC+Mc. Igitur poſt conflictum cum corpore m quieſcente celeritas illis communis eſt $\frac{MC + Mc}{M + m}$. Proinde quantitas motus corporis M evadit $\frac{M^2C + M^2c}{M + m}$, quæ ſubtracta ab illa, quam prius habebat MC + Mc dat quantitatem motus amiſſam $MC + Mc - \frac{M^2C + M^2c}{M + m} =$

$$\frac{M^2C + M^2c + MmC + Mmc - M^2C - M^2c}{M + m} = \frac{MmC + Mmc}{M + m}.$$

PROPOSITIO VI.

Corpora perfecte dura ſubjacent iiſdem legibus in mutuo conflictu, ac corpora mollia.

273. Corpora perfecte dura appellantur, quæ nulla vi comprimuntur, ex quibus etſi nulla ex iis, quæ a nobis tractantur, noverimus exiſtere, nihilominus, quoniam in hypotheſi quod darentur, quæſitum eſt de legibus, quibus eorum conflictus dirigeretur, juvat intelligere, quare falſa ſit ſententia huic propoſitioni contraria, quam Carteſius, & pauci alii deinceps ſequuti ſunt. Carteſius quidem loquens de duobus corporibus perfecte duris æqualis maſſæ, & æquali velocitate ſibi mutuo occurrentibus dixit, quod poſt occurſum (1) *reflecterentur, nulla parte ſuæ celeritatis amiſſa*. Fortunatus vero a Brixia univerſim ſtatuit, quod corpus perfecte durum (2) *reſiliret poſt ictum eodem prorſus modo, quo reflecteretur, ſi eſſet elaſticum*.

274. Propoſitio cum Whiſtono (3), Jo. M. de Turre (4), & quem citat Macrolino in Comm. Acad. Scient. Pariſ. ann. 1726. ſic probatur. Nulla eſt in corporibus perfecte duris ſibi occurrentibus cauſa motus, quæ non adſit in mollibus: ergo iidem utrobique ſunt effectus. Præterea regreſſus elaſticorum talis eſt, ut omnino pendeat a vi reſtitutiva, quæ præſupponit compreſſionem, quemadmodum manifeſtum eſt maxime in iis, quæ reſiliunt cum velocitate majori, quam fuerit illa, cum qua ſe commiſerunt: ſed corpora

T

(1) Cart. Princ. par. 2. num. 45.
(2) Bri. Phyſ. gen. diſs. 2. art. 8. prop. 3. edit. 1.
(3) Whi. Præl. Phyſ. math. 5. num. 12. in Scholio.
(4) Tur. Phyſ. gen. num. 979.

Digitized by Google

pora perfecte dura nullam patiuntur compreſſionem: ergo non poſſunt reſilire eodem prorſus modo, ac corpora elaſtica.

275. Quod ait Carteſius, ea reſilire, quia id poſtulat lex de perſeverantia ejuſdem in mundo quantitatis motus, nititur hypotheſi, quam falſitatis condemnat, quod accidit in conflictu corporum mollium. Quod alii dicunt, opus eſſe ut ſaltem corpus durum incidens in aliud ſimiliter durum, quod ſit immobile, reſiliat, quia motus non extinguitur in corpore, niſi alteri communicetur, falſum evincit corpus molle, quod quieſcit occurrens ſimili objici, in quo proinde utpote ex hypotheſi immobili nulla fit motus communicatio. Iis, qui inſtant, corpus durum immobile opponi ſoli directioni, non motui alterius: mutare igitur ſolum debet directionem, ſed retinere motum, reſpondetur *nego ans*; Motus enim nequit eſſe ſine aliqua directione. Quare ſicuti obex immobilis opponitur directioni, & motui corporis mollis, ita etiam motui corporis duri. Qui tandem dicunt cauſam motus reflexi eſſe ſolum impetum corporis in durum objicem incidentis, quia quo major aut minor hic ſit, eo altior aut depreſſior eſt reflexio, hi profecto non attendunt impetum, ſive hoc nomine intelligant accidens aliquod abſolutum juxta Peripateticos, quod nefas eſſet, ſive determinationem ad motum cum certis celeritatis gradibus, ipſum dari etiam in corporibus mollibus, quin tamen detur in illis motus reflexus. Impetus igitur confert ad hujuſmodi motum per modum conditionis, ſine qua non habetur compreſſio, quæ ad illum prærequiritur.

PARS IX.

Digitized by Google

PARS IX.

De motu ex conflictu corporum elaſticorum.

PROPOSITIO PRIMA.

In conflictu directo corporum perfecte elaſticorum mutatio, quæ fit in quantitate motus ſingulorum, eſt dupla illius, quæ fit in conflictu corporum non elaſticorum.

276. NOTIONEM corporis perfecte elaſtici hanc equidem ſtatuo, corpus quod eamdem figuram, quam preſſione aut percuſſione amiſerat, cum primum hæ ceſſaverint, recuperat. Quare duo ſpectant ad hujus notionem, vis comprimens, & vis reſtituens, ſeu elateris. Prima abſolute conſiderata major eſſe poteſt ſecunda; preſſio enim & percuſſio intendi poſſunt in infinitum: At ſumpta relative ad ſecundam eos habet limites, quos impenetrabilitas corporum determinat, quæ inutilem reddit vis comprimentis exceſſum ſupra compreſſionem, quam corpus poſſit ſuſcipere. Propter quam cauſſam fit, ut una vis æqualis ſit alteri in corporibus perfecte elaſticis.

277. Propoſitio ſic probatur. In conflictu directo hujuſmodi corporum datur eadem actio ac reactio, quæ datur in corporibus non elaſticis, naſcens ex preſſione vel percuſſione unius, & reſiſtentia alterius: & præterea datur alia actio atque reactio par primæ, ſed in contrariam partem, proveniens a vi ipſorum reſtituente: ergo ſi per primam actionem atque reactionem una erat mutatio motus in ſingulis corporibus, per aliam actionem atque reactionem primæ parem ex natura perfectæ elaſticitatis, dupla fiet mutatio. Confirmatur argumentum experimentis, quæ quando ſublata fuerit aſperitas plani, ſupra quod corpora inter ſe committantur, & rite æſtimata ſingulorum maſſa, illud dumtaxat diſcrimen a theoria præſeferunt, quod vel naſcitur ab imperfecta elaſticitate omnium corporum, quoniam plerique negant dari ullum corpus perfecte elaſticum: vel naſcitur ab impedimento, quod vis

Digitized by Google

reſtitutiva patitur a tremulo partium internarum motu, qui obſervatur in percuſſione corporis elaſtici; ut cum Riccato & Rizzetto apud Fortunatum a Brixia (1) volunt, qui admittunt dari reipſa corpora perfecte elaſtica: alterutra enim cauſa vel utraque efficient, ut ſecunda actio & reactio nunquam realiter æquales ſint primis. Conſuli poteſt Neutonus, qui in ſcholio poſt Coroll. 6. legum motus, quas præmiſit libro primo ſuorum Principiorum, docuit modum, quo ex experimentis determinari poſſit ratio, quam inter ſe habeant in dato corpore vires comprimens & reſtituens.

278. Coroll. I. Data quantitate motus ſingulorum corporum perfecte elaſticorum ante conflictum inveniri poteſt, quæ in ſingulis contigerit poſt conflictum diminutio, vel accretio quantitatis motus. Nam quia in corporibus non elaſticis, quando M unum ex duobus quieſcat, eſt (§. 265.) quantitas motus ab illo acquiſita, & ab m amiſſa $\frac{Mmc}{M+m}$, quando vero m quieſcat, eſt quantitas ab hoc acquiſita, & ab M amiſſa $\frac{mMC}{M+m}$, erit in elaſticis altero illorum quieſcente $\frac{2Mmc}{M+m}$, vel $\frac{2mMC}{M+m}$. Et quia in corporibus non elaſticis, quæ tendunt in eamdem partem, diminutio quantitatis motus in uno, & accretio in altero eſt (§.266) $\frac{mMC-mMc}{M+m}$ erit in elaſticis $\frac{2mMC-2mMc}{M+m}$. Et quia tandem in corporibus non elaſticis, quæ inæquali quantitate motus tendunt in partes ſibi mutuo oppoſitas eſt hæc mutatio $\frac{mMC+mMc}{M+m}$, erit in elaſticis $\frac{2mMC+2mMc}{M+m}$.

279. Ex hoc corollario conſequuntur multa, quæ habentur pro totidem legibus motus in colliſione corporum perfecte elaſticorum. Hæc ipſa Hugenius demonſtrare conatus eſt in ſuo *de Motu corporum ex percuſſione* tractatu poſthumo, in quo tamen Whiſtono non placet (2), quod methodum adhibuerit diffuſam nimis & implexam. Quare eadem ipſe retexuit loco citato, breviorem quidem viam, & clariorem etiam plerunque tenens, ſed aliquando omittens omnem declarationem ex ſuppoſitione, quod res ſit per ſe clara. Quod conabor evitare, dum aliqua ex his pro modulo meo in ſequentibus exponam.

280. Coroll. II. Ex proprietate corporum elaſticorum, quæ quodammodo reſtituunt motum ipſis communicatum, quod non faciunt

(1) Bri. Phyſ. gen. diſſ. 2. art. 8. prop. 1. ſchol. 1.

(2) Whi. Præl. Phyſico-math. 5. n. 12. & in Schol. num. 3.

Digitized by Google

faciunt corpora mollia, provenit, ut pares ſimus longo itineri per vias lapidibus ſtratas, dum per arenas vel terram mollem aut facile mobilem ambulantes brevi viribus deficimus.

PROPOSITIO II.

Data ſingulorum corporum perfecte elaſticorum quantitate motus ante conflictum per datam ſingulorum maſſam, & celeritatem, ſemper inveniri poteſt quantitas motus ſingulorum poſt conflictum.

Articulus Primus.

Demonſtratio:

281. EX nuper dictis ſemper invenitur, quæ in ſingulis poſt conflictum contigerit vel diminutio vel accretio quantitatis motus: ergo addendo datæ quantitati motus unius corporis inventum augmentum, & ſubtrahendo ab illa alterius corporis inventum decrementum, habebitur quantitas motus ſingulis conveniens poſt conflictum.

282. Ita formula motus tam acquiſiti, quam amiſſi in conflictu corporum elaſticorum, quorum unum M quieſcat, eſt (§. 278.) $\frac{2Mmc}{M+m}$, quæ ſubtracta a data quantitate motus mc dabit hujus quantitatem motus poſt conflictum $mc - \frac{2Mmc}{M+m} = \frac{Mmc + mmc - 2Mmc}{M+m} = \frac{mmc - Mmc}{M+m}$. Et rurſus quieſcente m, ipſi poſt conflictum convenit quantitas motus $\frac{2mMC}{M+m}$, quæ ſubtracta a data quantitate motus MC dat illam, quam M habet poſt conflictum $MC - \frac{2mMC}{M+m} = \frac{MMC + mMC - 2mMC}{M+m} = \frac{MMC - mMC}{M+m}$.

283. Similiter formula motus tam acquiſiti, quam amiſſi in conflictu corporum elaſticorum tendentium ad eamdem partem eſt $\frac{2mMC - 2mMc}{M+m}$: ergo hæc addita datæ quantitati motus mc corporis

Digitized by Google

poris m, dabit ipſius quantitatem motus poſt conflictum mc + $\frac{2mMC - 2mMc}{M+m} = \frac{Mmc + mmc + 2mMC - 2mMc}{M+m} = \frac{mmc - mMc + 2mMC}{M+m}$; ſubtracta vero a data quantitate motus corporis M dabit ipſius quantitatem motus poſt conflictum, $MC - \frac{2mMC + 2mMc}{M+m} = \frac{MMC + mMC - 2mMC + 2mMc}{M+m} = \frac{MMC - mMC + 2mMc}{M+m}$. Additur autem quantitati mc prædicta quantitas, & contra ſubtrahitur ab MC, ſiquidem valet hic quoque regula ſupra (§. 267.) ſtabilita, quod quæ erat quantitas motus minor, & ſignificatur per mc, evadat major poſt conflictum, & quæ erat major, evadat minor.

284. Tandem formula motus tam acquiſiti, quam amiſſi in conflictu corporum elaſticorum tendentium in partes ſibi invicem oppoſitas eſt $\frac{2mMC + 2mMc}{M+m}$: ergo hæc addita quantitati motus datæ $-$ mc corporis m dabit quantitatem motus ipſius poſt conflictum $- mc + \frac{2mMC + 2mMc}{M+m} = \frac{2mMC + 2mMc - mMc - mmc}{M+m} = \frac{-mmc + mMc + 2mMC}{M+m}$: Eadem vero ſubtracta a data quantitate corporis M dabit ipſius quantitatem motus poſt conflictum $MC - \frac{2mMC - 2mMc}{M+m} = \frac{MMC + mMC - 2mMC - 2mMc}{M+m} = \frac{MMC - mMC - 2mMc}{M+m}$.

Articulus II.

Corollaria.

285. I. Formulæ exprimentes quantitatem motus poſt conflictum in corporibus perfecte elaſticis, quando alterum illorum quieſcat, ſunt.

pro corpore M prius quieſcente $\frac{2Mmc}{M+m}$

pro corpore m prius quieſcente $\frac{2mMC}{M+m}$

pro corpore m prius ſe movente $\frac{mmc - Mmc}{M+m}$

pro corpore M prius ſe movente $\frac{MMC - mMC}{M+m}$

Quan-

Quando corpora elaſtica in eamdem partem tendant, ſunt

pro corpore M $\frac{MMC - mMC + 2mMc}{M + m}$

pro corpore m $\frac{mmc - mMc + 2mMC}{M + m}$

Quando eadem tendant in ſe mutuo, ſunt

pro corpore M $\frac{MMC - mMC - 2mMc}{M + m}$

pro corpore m $\frac{-mmc + mMc + 2mMC}{M + m}$

286. Juvat formulas exemplo illas determinante declarare. Pono $M = 1$, $m = 1$, $C = 3$, $c = 1$. Si illorum motus ſit in eamdem partem, quantitas motus poſt conflictum eſt

pro corpore M $\frac{MMC - mMC + 2mMc}{M + m} = \frac{1 \times 3 - 1 \times 3 + 2 \times 1}{2} = 1$

pro corpore m $\frac{mmc - mMc + 2mMC}{M + m} = \frac{1 \times 1 \times 1 - 1 + 2 \times 3}{2} = 3$

Sin tendant in partes mutuo ſibi oppoſitas, quantitas motus poſt conflictum eſt

pro corpore M $\frac{MMC - mMC - 2mMc}{M + m} = \frac{1 \times 3 - 1 \times 3 - 2 \times 1}{2} = -1$

pro corpore m $\frac{-mmc + mMc + 2mMC}{M + m} = \frac{-1 \times 1 + 1 \times 1 + 2 \times 1 \times 3}{2} = 3$

Sit jam cæteris immutatis $C = 0$, adeoque quieſcat M, quantitas motus eſt

pro corpore M $\frac{2Mmc}{M + m} = \frac{2 \times 1 \times 1 \times 1}{2} = 1$

pro corpore m $\frac{mmc - Mmc}{M + m} = \frac{1 \times 1 \times 1 - 1 \times 1 \times 1}{2} = 0$

Sit tandem cæteris immutatis $c = 0$, adeoque corpus m quieſcat, quantitas motus eſt

pro corpore M $\frac{2mMC}{M + m} = \frac{2 \times 1 \times 1 \times 3}{2} = 3$

pro corpore m $\frac{MMC - mMC}{M + m} = \frac{1 \times 1 \times 3 - 1 \times 1 \times 3}{2} = 0$

287. II. Quantitas motus corporis elaſtici ante conflictum eſt ad quantitatem motus ejuſdem poſt illum, ut celeritas ipſius ante conflictum ad ejuſdem celeritatem poſt conflictum: nam celeritas cujuſvis

juſvis corporis M ante conflictum dicatur x, & poſt conflictum dicatur z, erit quantitas motus in illo ante conflictum, ad eam, quæ in eo eſt poſt conflictum ut $Mx : Mz$; atqui $Mx : Mz :: x : z$: ergo. Idem etiam ſuadetur, quia pro hypotheſi corporum tendentium in eaſdem partes vel in oppoſitas, diſponendo prout enunciat propoſitio quantitates motus, & celeritates tum ante tum poſt conflictum ex ſuperioribus jam cognitas, inveniuntur eſſe in prædicta proportione ex æqualitate inter productum ex mediis, & productum ex extremis. Ita pro corpore M tendente in eamdem partem cum corpore m proportio ſic habet, $MC : \frac{MMC - MmC + 2Mmc}{M+m} :: C : \frac{MC - mC + 2mc}{M+m}$. Et pro eodem corpore tendente in partem alteri oppoſitam eſt $MC : \frac{MMC - mMC - 2mMc}{M+m} :: C : \frac{MC - mC - 2mc}{M+m}$, in quibus productum ex mediis æquatur producto ex extremis.

PROPOSITIO III.

Summa quantitatum motus, quæ colligitur corporibus elaſticis tendentibus in eamdem partem, vel uno in alterum quieſcens, reperitur eadem etiam poſt conflictum ſingulas quantitates motus ſimul addendo: & differentia quantitatum motus, quam habeant corpora elaſtica in partes mutuo oppoſitas tendentia, reperitur eadem etiam poſt conflictum ſingulas pariter quantitates motus illorum ſimul addendo.

288. PRincipium de æqualitate inter actionem & reactionem corporum naturalium ſuadebat jam hujus propoſitionis veritatem, ex quo illam reapſe concludunt Keillius (1), & Whiſtonus (2): ſed eadem demonſtratur etiam per æqualitatem, quæ reperitur in ſumma vel differentia quantitatum motus poſt conflictum, quam exhibent formulæ ſingulis convenientes, cum ſumma vel differentia, quæ in ipſis erat ante conflictum; nam pro caſu

(1) Whi. Præl. Phyſico-math. 7. p. 66. (2) Kei. Introd. ad Phyſ. lect. 12, theor 18.

Digitized by Google

ſu corporis M elaſtici ſe moventis in aliud m quieſcens, ſumma quantitatum motus poſt conflictum eſt (§. 285.) $\frac{2mMC + MMC - mMC}{M + m} = \frac{MmC + MMC}{M + m} = MC$, ut erat ante conflictum. Pro caſu corporum elaſticorum tendentium in eamdem partem hæc ſumma eſt $\frac{MMC - mMC + 2mMc + mmc - mMc + 2mMC}{M + m} = \frac{MMC + mMC + mMc + mmc}{M + m} = MC + mc$, quæ erat ſumma qnantitatis motus illorum ante conflictum. Pro caſu tandem eorumdem corporum tendentium in partes mutuo oppoſitas, formulæ quantitatis motus illorum poſt conflictum ſimul unitæ ſunt $\frac{MMC + mMC - mMc - mmc}{M + m} = MC - mc$, quæ erat differentia motus illorum ante conflictum. Superflua non eſt hæc ulterior demonſtratio, quandoquidem extitit Nicolaus de Martino, qui propoſitionem admiſit quum corpora ſunt mollia, non vero (1) *quum ſunt elaſtica*.

Eadem declaratur exemplis proxime allatis. Summa enim quantitatis motus in corporibus tendentibus in eamdem partem, ſive MC + mc juxta determinationes poſitas erat ante conflictum 4, eademque reperta eſt etiam poſt conflictum; nam quantitas motus corporis M inventa eſt ut 1, & corporis m, ut 3. Differentia autem in iiſdem corporibus in ſe mutuo tendentibus ante conflictum, ſive MC — mc erat = 2, eademque etiam poſt conflictum invenitur; nam corporis M quantitas motus inventa eſt — 1 & corporis m, 3.

289. Objicitur. Wolfius (1) demonſtrat in conflictu corporum elaſticorum, quæ in eamdem partem ſe movebant ante conflictum, perſeverare eamdem quantitatem motus poſt conflictum tunc ſolum, quando etiam poſt conflictum in eamdem pariter partem moveantur: at ſi poſt conflictum in contrarias partes tendant, ſicuti contingere poteſt, tunc ſummam quantitatum motus ante conflictum eſſe æqualem non ſummæ, ſed differentiæ quantitatis motus illorum poſt conflictum: ergo falſa univerſaliter eſt prima propoſitionis pars.

Reſp. conc. ans, & nego conſeqm. Quod Wolfius demonſtrat, non contradicit noſtræ propoſitioni; ille enim in caſu, quod corpora poſt conflictum in contrarias partes diſcedant, conſiderat unius quantitatem tamquam negativam, hinc commutat omnia illius ſigna, & deinde quærens earumdem differentiam per ſubtractionem quantitatis negativæ ab altera, reſtituit ut opus eſt eadem ſigna, quæ

 prius

(1) Mart. Elem. Static. ſec. 2. cap. 3. pag. 241. (1) Wol. Elem. Mech. num 535

prius per formulam invenerat. Quare eo tandem recidit, ut quantitates motus ſingulorum prout a formulis proponebantur ſimul addat, ſicuti in propoſitione enunciatur.

PROPOSITIO IV.

Data ſingulorum corporum perfecte elaſticorum maſſa, & celeritate ante conflictum ſemper inveniri poteſt celeritas poſt conflictum.

Articulus Primus.

Demonſtratio.

290. IN facta hypotheſi ſemper invenitur quantitas motus ſingulorum poſt conflictum (§. 281.): Sed quantitas motus diviſa per maſſam dat celeritatem: ergo in facta hypotheſi ſemper invenitur ſingulorum celeritas poſt conflictum. Formulæ exprimentes celeritatem duorum corporum elaſticorum poſt conflictum obtinentur diviſis formulis (§. 285.) quantitatis motus ſingulorum poſt conflictum per reſpectivas maſſas. Igitur altero illorum quieſcente, erunt

pro M prius quieſcente $\frac{2mc}{M+m}$

pro m prius quieſcente $\frac{2MC}{M+m}$

pro m prius ſe movente $\frac{mc-Mc}{M+m}$

pro M prius ſe movente $\frac{MC-mC}{M+m}$

Quando ambo in eamdem partem tendant, erunt

pro M, $\frac{MC-mC+2mc}{M+m}$

pro m, $\frac{mc-Mc+2MC}{M+m}$

Quando ambo in ſe mutuo tendant, erunt

pro M, $\frac{MC-mC-2mc}{M+m}$

pro m, $\frac{-mc+Mc+2MC}{M+m}$

Fac

Fac igitur quis quærat, quam celeritatem habebunt poſt conflictum duo corpora perfecte elaſtica, quæ in ſe directe irruant alterum M cum maſſa ut 3, & celeritate ut 2, alterum vero m cum maſſa ut 1, & celeritate ut 10, dico celeritatem corporis M fore ut 4: corporis vero m, ut 8; nam juxta poſitas determinationes, celeritas corporis M eſt $\frac{Mc - mC - 2mc}{M + m} = \frac{3 \times 2 - 1 \times 2 - 2 \times 1 \times 10}{4} = -4$:

Corporis vero m eſt $\frac{-mc + Mc + 2MC}{M + m} = \frac{-1 \times 10 + 3 \times 10 + 2 \times 3 \times 2}{4} = 8$.

291. De modo inveniendi celeritatem ſingulorum corporum elaſticorum poſt conflictum varii Auctores loquuti ſunt, ut Wolfius (1), qui deducit eaſdem formulas, & Guido Grandi (2), ac Whiſtonus (3), qui methodum etiam refert Hugenii. Difficiles tamen ſunt viæ, quas hi ſequuntur. Expeditior ſaltem eſt, quam jam tradidi.

ARTICULUS II.

Corollaria.

292. I. SI corpori elaſtico quieſcenti aliud æqualis maſſæ elaſticum corpus directe occurrat, poſt occurſum, corpus prius motum quieſcet, & aliud antea quieſcens acquiret totam prioris celeritatem. Nam propter $M = m$ formulæ celeritatis convenientes hujuſmodi corporibus poſt conflictum, quæ pro corpore prius ſe movente (§. 290.) ſunt vel $\frac{mc - Mc}{M + m}$, vel $\frac{MC - mC}{M + m}$, evadunt $\frac{mc - mc}{M + m} = 0$, vel $\frac{MC - MC}{M + m} = 0$: ergo corpus prius ſe movens quieſcit poſt conflictum. Pro corpore vero prius quieſcente cum eſſent vel $\frac{2mc}{M + m}$, vel $\frac{2MC}{M + m}$, idem jam ſunt ac $\frac{2mc}{2m} = c$, vel $\frac{2MC}{2M} = C$: ergo corpus prius quieſcens acquirit totam prioris celeritatem. Idem ſic etiam concluditur. In facta hypotheſi corpus motum, ſi non eſſet elaſticum, amitteret (§. 256.) dimidium ſuæ celeritatis, quod corpus quieſcens acquireret: ergo duplicando hujuſmodi mutationes, propterea quod ſunt corpora elaſtica, fiet totalis amiſſio in primo, & totalis illius acquiſitio in ſecundo.

293. Hinc ut advertunt paſſim jam Mechanici, ſi globo ſecundo elaſtico, qui ſolus movetur toto alterius ſibi æqualis motu, objiciatur alter pariter æqualis, quieſcent duo primi, & ſolus tertius move-

(1) Wol. Elem. Mech. num. 571.
(2) Gran. Inſt. Meccan. prop. 46 & ſeq.
(3) Whi. Præl. Phyſico-math. 5. n. 10.

movebitur: idemque eveniet, ſi tertius offendat quartum, & ſic deinceps. Quare ſi poſitis in directum ſupra planum globis quotlibet mutuo ſe tangentibus æqualis maſſæ, ut pilis eburneis, imprimatur motus primo globo per alium ipſi æqualem, ſolus ultimus movebitur, reliqui quieſcent. Ex eadem ratione ſi in ſeriem globulorum æqualium directe immittantur duo ſimul vel tres globi, reliquis immotis, duo ſolum vel tres ultimi movebuntur. Theoriam confirmant experimenta, quæ per globos æqualis ponderis ſupra planum probe lævigatum inſtituantur.

Carteſius ponens pro regula ſexta motus, (1) *Si corpus quieſcens eſſet æquale corpori moto, partim ab ipſo impelleretur, & partim ipſum in contrariam partem repelleret*, viſus eſt exiſtimaſſe, utrumque corpus in contrarias partes ſe moturum, quod eſt falſum.

294. II. Corpus elaſticum occurrens alteri elaſtico maſſæ inæqualis quieſcenti habet poſt conflictum eam celeritatem, quæ ſe habet ad illam, quam prius habebat, ut differentia maſſarum ad earumdem ſummam, corpus autem prius quieſcens acquirit poſt conflictum eam celeritatem, quæ ſe habet ad illam, quæ erat in altero corpore, ut dupla maſſa corporis, quod movebatur ad utramque maſſam.

Nam ſupponamus corpus M occurrere corpori m quieſcenti, celeritas quidem corporis M poſt conflictum eſt (§.290.) $\frac{MC-mC}{M+m}$, quæ reſolvitur in hanc proportionem $M+m : M-m :: C : \frac{mC-mC}{M+m}$, hoc eſt invertendo $\frac{MC-mC}{M+m} : C :: M-m : M+m$. Celeritas vero corporis m eſt $\frac{2MC}{M+m}$, quæ reſolvitur in hanc proportionem $M+m : 2M :: C : \frac{2MC}{M+m}$, & invertendo $\frac{2MC}{M+m} : C :: 2M : M+m$. Et in hypotheſi, quod corpus M quieſcat, & m moveatur, celeritas M reſolvitur in proportionem $M+m : 2m :: c : \frac{2mc}{M+m}$: & illa corporis m in proportionem $M+m : m-M :: c : \frac{mc-Mc}{M+m}$. In quibus proportionibus manifeſta eſt utraque corollarii pars, quæ videri poteſt alio modo demonſtrata a Wolfio (2).

295. III. Celeritas corporis elaſtici poſt conflictum cum alio maſſæ inæqualis quieſcente pariter elaſtico eſt ad celeritatem, quam poſt

(1) Cart. Princ. part.2. num.51. (2) Wol. Elem. Mecha. num.574.

Digitized by Google

poſt eumdem conflictum quieſcens acquirit, ut differentia maſſarum ad duplam maſſam corporis prius moti. Nam ex antec. coroll. habemus incidente corpore M in m quieſcens eſſe poſt conflictum celeritatem corporis M ad illam corporis m, ut $\frac{MC - mC}{M + m} : \frac{2MC}{M + m} = M - m : 2M$: vel rurſus corpore M ante conflictum quieſcente eſſe poſt conflictum celeritatem m ad celeritatem M ut $\frac{mc - Mc}{M + m} : \frac{2mc}{M + m} = m - M : 2m$.

296. IV. Si corpora perfecte elaſtica tendant in eamdem partem, utrumque poſt conflictum habet primam celeritatem, ſed in illo cujus motus augetur, auctam ea quantitate, quæ eſt quartus terminus proportionalis poſt ſummam utriuſque corporis, differentiam inter datas celeritates, & duplum alterius corporis. Quod ſi hujuſmodi corpora tendant in partes oppoſitas, celeritas quidem corporis M poſt occurſum eſt æqualis primæ ſuæ celeritati imminutæ ea quantitate, quæ eſt quartus terminus proportionalis poſt ſummam utriuſque corporis, ſummam utriuſque datæ celeritatis, & duplum corporis m: hujus vero celeritas, quæ utpote in partem alteri oppoſitam ſumenda eſt cum ſigno negativo, eſt æqualis primæ ſuæ celeritati auctæ quantitate, quæ eſt quartus terminus ſimilis proportionis.

De hoc theoremate meminit etiam Wolfius (1). Ipſius prima pars ſic probatur. Celeritas corporis M, cujus motus minuitur, eſt (§. 290.) poſt conflictum $\frac{MC - mC + 2mc}{M + m} = \frac{MC + mC - 2mC + 2mc}{M + m} = C - \frac{2mC - 2mc}{M + m}$: Sed hæc quantitas $\frac{2mC - 2mc}{M + m}$, quæ ſubtrahitur a C eſt quartus terminus hujus proportionis $M + m : C - c :: 2m : \frac{2mC - 2mc}{M + m}$: ergo.

297. Pro ſecunda parte ſic dico. Celeritas alterius corporis m, cujus motus augetur, eſt poſt conflictum $\frac{mc - Mc + 2MC}{M + m} = \frac{Mc + mc + 2MC - 2Mc}{M + m} = c + \frac{2MC - 2Mc}{M + m}$: Sed quantitas $\frac{2MC - 2Mc}{M + m}$, quæ additur c, eſt quartus terminus hujus proportionis $M + m : C - c :: 2M : \frac{2MC - 2Mc}{M + m}$: ergo.

298. Pro

(1) Wol. Elem. Mecha. an. 572. & ſeq.

Digitized by Google

298. Pro tertia parte ſic. In facta hypotheſi de motu horum corporum in partes oppoſitas celeritas corporis M eſt $\frac{MC - mC - 2mc}{M+m}$ $= \frac{MC + mC - 2mC - 2mc}{M+m} = C - \frac{2mC + 2mc}{M+m}$: Sed hæc quantitas $\frac{2mC + 2mc}{M+m}$, quæ ſubtrahitur a C eſt quartus terminus hujus proportionis $M + m : C + c :: 2m : \frac{2mC + 2mc}{M+m}$: ergo.

299. Pro quarta parte ſic. In eadem hypotheſi de motu in partes oppoſitas corporum ſe confligentium, celeritas corporis m eſt $\frac{-mc + Mc + 2MC}{M+m} = \frac{-Mc - mc + 2MC + 2Mc}{M+m} = -c + \frac{2MC + 2Mc}{M+m}$: Sed quantitas $\frac{2MC + 2Mc}{M+m}$, quæ additur celeritati $-c$ eſt quartus terminus proportionalis in hac ſerie $M + m : C + c :: 2M : \frac{2MC + 2Mc}{M+m}$: ergo.

PROPOSITIO V.

In mutuo conflictu corporum elaſticorum ſumma productorum ex ſingulorum maſſa in quadratum novæ ipſorum velocitatis æqualis eſt ſummæ productorum ex ſingulorum maſſa in quadratum primæ eorumdem celeritatis.

300. NAM $MCC + mcc$ ſumma productorum ex ſingulorum maſſa in quadratum ſuæ velocitatis ante conflictum eſt æqualis $M \times \overline{\frac{MC - mC + 2mc}{M+m}}^2 + m \times \overline{\frac{mc - Mc + 2MC}{M+m}}^2 =$ $\frac{M^3C^2 + 2M^2mC^2 + Mm^2C^2 + M^2mc^2 + 2Mm^2c^2 + m^3c^2}{M^2 + 2Mm + m^2}$, quæ eſt ſumma productorum ex ſingulorum maſſa in quadrata velocitatum, quæ conveniunt corporibus elaſticis tendentibus in eamdem partem poſt eorumdem conflictum, ejuſque æqualitas deprehenditur multiplicato utroque æquationis membro per $M^2 + 2Mm + m^2$. Et eſt etiam

Digitized by Google

etiam æqualis $M \times \frac{\overline{MC - mC - 2mc}^2}{M + m} + m \times \frac{\overline{-mc + Mc + 2MC}^2}{M + m} = \frac{M^3C^2 + 2M^2mC^2 + Mm^2C^2 + M^2mc^2 + 2Mm^2c^2 + m^3c^2}{M^2 + 2Mm + m^2}$, quæ eſt ſumma ſimilium productorum pro caſu corporum tendentium in ſe invicem, omnino eadem, ac prius cum tenderent in eamdem partem.

Tandem in hypotheſi, quod unum corpus ut m ante conflictum quieſceret, eſt poſt conflictum ea ſumma $\frac{M \times \overline{MC - mC}^2 + m \times \overline{2mC}^2}{M^2 + 2Mm + m^2} = \frac{M^3C^2 - 2M^2mC^2 + Mm^2C^2 + 4M^2mC^2}{M^2 + 2Mm + m^2} = MC^2$, ut multiplicato utroque æquationis membro per diviſorem primi conſtabit. Et ſimili modo ſi quieſceret corpus M, invenietur æqualitas ſummæ prædictæ poſt conflictum cum quantitate mcc. Aliam demonſtrationem dabit Nicolaus de Martino (1).

301. Exemplo rem declaro determinando valores terminorum. Sint $M = 1$, $m = 3$, $C = 7$, $c = 1$. Pro caſu, quo tendant corpora M & m in eamdem partem, celeritas corporis M, qua poſt conflictum reflectitur eſt 2: celeritas vero corporis m, qua poſt conflictum procedit, eſt 4. Pro caſu autem, quo eadem tendant in ſe invicem, celeritas corporis M, qua poſt conflictum reflectitur eſt 5: & illa corporis m, qua procedit eſt 3. Hæc conſtant ſubſtitutis valoribus in datis formulis. Jam vero ambo producta in maſſam, & quadratum celeritatis ſingulorum, quam ante conflictum habebant, faciunt numerum $52 = 1 \times 49 + 3 \times 1 = MC^2 + mc^2$: & ambo pariter producta in eorumdem corporum maſſam, & quadratum novæ ſingulorum celeritatis poſt illorum colliſionem, faciunt numerum 52. Pro primo enim caſu, quod ea tendant in eaſdem partes, illa producta ſunt $1 \times 4 + 3 \times 16 = 52$. Et pro ſecundo caſu, quod tendant in ſe mutuo, illa producta ſunt $1 \times 25 + 3 \times 9 = 52$.

(1) Mart. Elem. Static. ſec. 2. cap. 8. pag. 242.

PRO.

PROPOSITIO VI.

Duo corpora perfecte elaſtica habent poſt conflictum eamdem celeritatem reſpectivam, ac habebant ante illum.

302. Explico prius terminos. Celeritas abſoluta dicitur illa, qua corpus movetur, relativa vero illa, qua unum corpus ad alterum ante conflictum accedit, vel ab eo recedit, quod poſt conflictum poteſt contingere. Demonſtratur jam propoſitio. Quando corpora tendant in eaſdem partes, celeritas relativa eſt differentia inter eorum celeritates abſolutas, ſive $C - c$. Quando vero tendant in partes ſibi mutuo oppoſitas, celeritas relativa eſt ſumma ex celeritatibus abſolutis, ſive $C + c$. Quod ſi unum quieſcat erit C vel c. Atqui hæc differentia, vel ſumma eadem reperitur in corporibus poſt conflictum, ac erat antea: ergo in conflictu unius corporis elaſtici cum alio celeritas illorum relativa poſt conflictum eadem eſt, ac ante ipſum. Minor probatur. Corpore alterutro ut m quieſcente eſt poſt conflictum ipſius celeritas (§.290.) $\frac{2MC}{M+m}$: celeritas vero corporis M eſt $\frac{MC-mC}{M+m}$, quæ ſi ſubtrahatur a prima dat pro reſiduo $\frac{MC+mC}{M+m}=C$. Porro opus eſſe, ut ſubtrahatur $MC - mC$ a $2MC$, & non contra, manifeſtum eſſe debet, quia ſi eſt $MC < 2MC$, a fortiori eſt $MC - mC < 2MC$. Simili ratiocinio invenitur in hypotheſi, quod corpus m moveretur, & M quieſceret, fore poſt illorum conflictum celeritatem relativam c, ut erat ante ipſum.

303. Pro corporibus tendentibus in eamdem partem celeritas corporis M poſt conflictum eſt $\frac{MC-mC+2Mc}{M+m}$, & corporis m eſt $\frac{mc-Mc+2MC}{M+m}$. A celeritate corporis m ſubtrahi debet illa corporis M, quia ſi tendant ambo poſt conflictum in eamdem partem, ſicut antea, major neceſſe eſt ſit corporis m celeritas, quoniam quæ erat in corpore M, imminuitur, & illa corporis m augetur: Sin autem poſt conflictum corpus M tendat in partes oppoſitas; jam illius celeritas facta eſt negativa. Subtrahendo igitur celeritatem corporis M ab illa corporis m, habetur per ipſorum

ſorum differentiam celeritas relativa $\frac{mc - Mc + 2MC - MC + mC - 2mc}{M + m}$ $= \frac{MC - Mc - mc + mC}{M + m}$, quæ facta actuali diviſione relinquit $C - c$.

304. Pro corporibus tandem tendentibus in partes mutuo oppoſitas eſt corporis M celeritas poſt conflictum $\frac{MC - mC - 2mc}{M + m}$, & corporis m eſt $\frac{-mc + Mc + 2MC}{M + m}$: quarum ſumma, commutatis ſignis in illa corporis M, quæ celeritas negativa eſt poſt conflictum, ut patet ex ratione nuper allata, & exemplo ſupra (§. 286.) adducto, colligitur $\frac{-mc + Mc + 2MC - MC + mC + 2mc}{M + m} = \frac{MC + Mc + mc + mC}{M + m}$, in qua habetur facta actuali diviſione quotus $C + c$, celeritas relativa par illi, quæ in ipſis erat ante conflictum.

305. Exemplum eſto in duobus corporibus, quorum maſſæ M, & m ſint ambo ut unum, ſed celeritas primi ſit $= 3$, ſecundi vero $= 1$. Hæc dum in eamdem partem tendant, habent celeritatem relativam ut 2, cum vero in ſe invicem, ut 4. Eodem modo ſe habere hujuſmodi celeritates etiam poſt conflictum, determinationes formularum demonſtrant. Nam cum tendunt in eamdem partem celeritas poſt conflictum in corpore M eſt 1, & in m eſt 3, quarum differentia eſt 2 pro celeritate relativa; nam M habet celeritatem $\frac{1\times3 - 1\times3 + 2\times1\times1}{2} = 1$: m vero $\frac{1\times1 - 1\times1 + 2\times1\times3}{2} = 3$.

Cum vero tendunt in ſe invicem, celeritas corporis M poſt conflictum eſt $\frac{1\times3 - 1\times3 - 2\times1\times1}{2} = -1$, & illa corporis m eſt $\frac{-1\times1 + 1\times1 + 2\times1\times3}{2} = 3$, quarum prima addita ſecundæ dat, ut opus erat celeritatem relativam 4.

Eſto aliud exemplum in aliis duobus corporibus, ex quibus $M = 2$, $m = 1$, $C = 2$, $c = 0$. Poſt conflictum corporis M celeritas erit $\frac{2\times2 - 1\times2 + 0}{3} = \frac{2}{3}$: illa vero corporis m erit $\frac{0 - 0 + 2\times2\times2}{3} = \frac{8}{3}$. Harum differentia, quæ eſt celeritas relativa eſt $\frac{8}{3} - \frac{2}{3} = 2$. Sed hæc eadem celeritas relativa erat ante conflictum: ergo.

306. Wolfius per quatuor diſtincta theoremata (1) hanc propoſitionem demonſtrat; nam conſiderat, quomodo ſe habeant celeritates in duobus corporibus elaſticis, quæ aut ante & poſt conflictum

X ctum

(1) Wolf. Elem. Mech. num. 577. & ſeq.

ſtum moveantur in eamdem plagam, vel in contrarias: aut poſt conflictum moverentur. Idem deinde ſub aliis terminis redit ad hanc ipſam propoſitionem (1), & pluribus actum agit.

PROPOSITIO VII.

Celeritas corporum elaſticorum poſt conflictum componitur ex celeritate, quam haberent, ſi non eſſent elaſtica, diminuta in uno & aucta in altero celeritate relativa, ducta in maſſas reciproce ſumptas, & diviſa per earumdem ſummam.

307. PRobatur per partes. In hypotheſi corporis m quieſcentis celeritas relativa eſt C. Hujus productum in ſingulas maſſas diviſum per earum ſummam eſt $\frac{mC}{M+m}$, & $\frac{MC}{M+m}$. Celeritas poſt conflictum communis, ſi non eſſent elaſtica, eſt (§. 248.) $\frac{MC}{M+m}$: cum autem ſint elaſtica, fiat in ſingulis præſcripta appoſitio, & pro corpore M celeritas poſt conflictum, quam minorem in eo eſſe debere, ac erat antea, evidens eſt; quoniam unicè movebatur, erit $\frac{MC-mC}{M+m}$, & pro corpore m, erit $\frac{2MC}{M+m}$, quæ ſunt formulæ jam ſupra (§. 290.) pro hac hypotheſi determinatæ. Quod ſi corpus quieſcens ſit M, eodem modo ſuæ pro hoc caſu formulæ aliasinventæ emergent.

308. In hypotheſi corporum tendentium in eamdem partem celeritas relativa eſt C — c. Hujus productum in ſingulas maſſas per ipſarum ſummam diviſum eſt $\frac{MC-Mc}{M+m}$, & $\frac{mC-mc}{M+m}$. Celeritas communis poſt conflictum, ſi non eſſent elaſtica, eſt $\frac{MC+mc}{M+m}$. Cum autem ſint elaſtica, facta prædicta appoſitione celeritas corporis M, erit $\frac{MC-mC+2mc}{M+m}$, & illa corporis m $\frac{2MC+mc-Mc}{M+m}$ juxta formulas ſupra determinatas.

309. In hypotheſi tandem corporum tendentium in ſe invicem celeritas relativa eſt C + c. Hujus productum in ſingulas maſſas modo

(1) Id. ibid. num. 590.

modo dicto diviſum eſt $\frac{MC+Mc}{M+m}$, & $\frac{mC+mc}{M+m}$. Celeritas poſt conflictum communis, ſi non eſſent elaſtica, eſt $\frac{MC-mc}{M+m}$: cum autem ſint elaſtica, faciendo juxta dicta erit celeritas corporis M $\frac{MC-2mc-mC}{M+m}$, & illa corporis m $\frac{2MC-mc+Mc}{M+m}$, prout ſupra jam inventum fuerat.

310. Corollarium. A celeritate corporum elaſticorum poſt conflictum ſubtracta celeritate, quam haberent, ſi non eſſent elaſtica, reſidua ſunt in ratione inverſa maſſarum, ipſorumque ſumma eſt ipſa celeritas relativa.

Probatur. In hypotheſi corporis m quieſcentis celeritas reſpectiva eſt C. A celeritate corporis M poſt conflictum $\frac{MC-mC}{M+m}$ ſubtracta celeritate, quam haberet, ſi non eſſet elaſticum, habemus $\frac{MC-mC-MC}{M+m}=\frac{-mC}{M+m}$: a celeritate autem corporis m poſt conflictum $\frac{2MC}{M+m}$, ſubtracta pariter celeritate, quam haberet, ſi non eſſet elaſticum, habemus $\frac{2MC-MC}{M+m}=\frac{MC}{M+m}$. Summa utriuſque inventi reſidui, quæ habetur commutato ſigno negativo in poſitivum, quia illud deſignat ſolum tendentiam unius corporis in partem contrariam alterius, eſt $\frac{MC+mC}{M+m}=C$ æqualis celeritati relativæ. Quantitas autem reſiduæ celeritatis corporis m eſt ad illam corporis M ut $\frac{MC}{M+m}:\frac{mC}{M+m}=M:m$, hoc eſt in ratione inverſa maſſarum. Simili modo idem concluditur, ſi corpus quieſcens ſit M.

311. In hypotheſi corporum tendentium in eamdem partem celeritas relativa eſt $C-c$. A celeritate corporis M poſt conflictum $\frac{MC-mC+2mc}{M+m}$, ſubtracta celeritate $\frac{MC+mc}{M+m}$, quam haberet, ſi non eſſet elaſticum, remanet $\frac{MC-mC+2mc-MC-mc}{M+m}=\frac{-mC+mc}{M+m}$: Subtracta autem a celeritate corporis m, $\frac{mc-Mc+2MC}{M+m}$ poſt con-

X 2 flictum,

fli®ctum, remanet $\frac{MC-Mc}{M+m}$. Summa utriuſque reſidui facta ſignorum commutatione ex ratione jam dicta, eſt $\frac{MC-Mc+mC-mc}{M+m}=C-c$ celeritati relativæ. Cum autem hujus quantitas propria corporis m ſit ad illam corporis M ut $\frac{MC-Mc}{M+m}:\frac{mC-mc}{M+m}$, eſt igitur ut M : m.

312. In hypotheſi tandem corporum tendentium in ſe invicem, celeritas relativa eſt C + c. A celeritate corporis M poſt conflictum $\frac{MC-mC-2mc}{M+m}$ ſubtracta celeritate $\frac{MC-mc}{M+m}$, quam haberet, ſi non eſſet elaſticum, remanet $\frac{-mC-mc}{M+m}$: ſubtracta autem a celeritate corporis m $\frac{-mc+Mc+2MC}{M+m}$ poſt conflictum, remanet $\frac{Mc+MC}{M+m}$. Summa utriuſque reſidui eſt $\frac{mc+mC+MC+Mc}{M+m}=C+c$ celeritati relativæ. Atque cum ſit $M:m=\frac{Mc+MC}{M+m}:\frac{mc+mC}{M+m}$ eſt celeritas relativa diſtributa in ratione maſſarum inverſa. Aliam hujus propoſitionis demonſtrationem dabit Nicolaus de Martino (1), qui ab ea deducit leges congreſſuum pro corporibus perfecte elaſticis.

PROPOSITIO VIII.

Si duo corpora elaſtica in ſe mutuo tendant pari quantitate motus, utrumque poſt conflictum reſiliet pari celeritate.

313. I. Probatur. Si illa corpora non eſſent elaſtica, amitterent ſingula totum motum (§. 258.): ergo duplicando in ſingulis hanc amiſſionem, propterea quod ſunt elaſtica (§. 277.) habetur in ſingulis eadem quantitas motus in partes primis illorum directionibus oppoſitas: ergo & eadem celeritas commutata ſolum directione.

II. Formulæ celeritatum poſt conflictum duorum corporum elaſticorum tendentium in ſe mutuo ſunt pro corpore M $\frac{MC-mC-2mc}{M+m}$,

(1) Mart t. Elem. Stat. ſec. 2. cap. 8. pag. 235.

& pro

& pro corpore m $\frac{-mc+Mc+2MC}{M+m}$: ergo in facta hypotheſi de æqualitate quantitatis motus in utriſque poterit pro libito poni loco MC quantitas mc, & viceverſa. Quo facto jam prima formula transformatur in $\frac{-MC-mC}{M+m}=-C$, & ſecunda in $\frac{Mc+mc}{M+m}=c$: quæ ſunt eædem in ſingulis corporibus celeritates, ac erant ante conflictum, commutatis ſolum ſignis, quorum illud corporis M cum aſſumptum fuerit poſitivum, evadit negativum, & alterum contrario modo ex negativo tranſit in poſitivum.

314. Confirmatur argumentum determinando formulas celeritatis, quam habent poſt conflictum duo corpora in ſe invicem tendentia quantitate motus, quæ ſit æqualis, primo quidem propter maſſas, & celeritates æquales, ſecundo propter maſſas reciproce proportionales celeritatibus. Pro prima hypotheſi ſit M = 1, m = 1, C = 2, c = 2, celeritas corporis M erit $\frac{1\times2-1\times2-2\times2}{2}=-2$, & illa corporis m erit $\frac{-1\times2+1\times2+2\times2}{2}=2$. Sunt igitur eædem celeritates poſt ac ante conflictum commutatis ſolum ſignis. Pro ſecunda hypotheſi ſit M=1, m=2, C=2, c=1, celeritas corporis M eſt $\frac{1\times2-2\times2-2\times2\times1}{3}=-2$, & illa corporis m eſt $\frac{-2\times1+1\times1+2\times1\times2}{3}$ = 1, ut opus erat ad propoſitum.

315. Objicitur. Rizzettus apud Fortunatum a Brixia (1) inſtitutis experimentis invenit globulos vitreos æqualis diametri mutuo congredientes etiam in vacuo reflecti cum minori ſemper celeritate, & quidem comparatis hujuſmodi diminutionibus cum diametris ipſorum globorum invenit eas accedere ad rationem ipſarum diametrorum; nam duo globi, quorum diameter erat ut 3, regreſſi fuerunt cum celeritate ut 10, cum antea in illis ea eſſet ut 11. Quare diminutio fuit $\frac{1}{11}$: Duo autem globi cum diametro ut 2 poſt conflictum habuerunt celeritatem diminutam parte decima ſexta, & in aliis tandem duobus cum diametro ut 1, detrimentum celeritatis poſt conflictum fuit pars trigeſima prima: Parum autem deficiunt ab accurata proportione hi termini $3:2::\frac{1}{11}:\frac{1}{16}$, & $2:1::\frac{1}{16}:\frac{1}{31}$, & $3:1::\frac{1}{11}:\frac{1}{31}$: ergo corpora elaſtica pari quantitate motus congredientia non reſiliunt pari celeritate.

Reſp.

(1) Bri Phyſ. gen. diſs. 2. art. 8. prop. 1. ſchol. 2.

Reſp. concedo totum. Etenim ſupra (277.) jam memini de quibuſdam cauſſis, quæ ſemper impediunt ne corpora elaſtica penitus ſatisfaciant legibus conflictus.

PROPOSITIO IX.

Si duo corpora elaſtica æqualis maſſæ inæquali celeritate mutuo ſe impellant, ſive tendant in eamdem partem, ſive in oppoſitas, permutatis invicem celeritatibus ferentur.

316. Probatur. Si in partes ſibi invicem oppoſitas tendant, ſola celeritatis differentia poteſt efficere, ut poſt conflictum habeant diverſam celeritatis quantitatem præter diverſam ejuſdem directionem; nam ex æqualitate maſſæ & ex celeritate, quæ æqualis aſſumatur in utriſque, naſcitur ſolum (§. 313.) reflexio illorum cum eadem celeritate, ac prius habebant: ſed celeritatis differentia, quæ eſt unius ſupra aliam exceſſus, tota transfertur ex maſſa impellente in æqualem maſſam impulſam; nam hæc conſiderari poteſt tamquam quieſcens reſpectu illius exceſſus (§. 259): ergo maſſa impellens reflectetur cum celeritate, qua antea maſſa impulſa ferebatur, & hæc cum celeritate, quæ erat prius impellentis. Sin tendant in eamdem partem, quoniam reſpectu celeritatis, quæ in utroque invenitur, nulla ſequi poteſt mutatio in illorum motu, conſideretur corpus, quod minori celeritate movetur tamquam quieſcens, jamque totus exceſſus in celeritate impellentis tranſilit in impulſum, & ſic permutatæ erunt ſingulorum celeritates. Confirmari & declarari poteſt argumentum determinando formulas celeritatis hujuſmodi corporum poſt conflictum juxta hypotheſim propoſitionis: ſed ad hoc munus ſufficit exemplum ſupra (§. 305.) propoſitum.

317. Coroll. I. Corpora elaſtica maſſæ æqualis, ſed celeritatis inæqualis permutant in conflictu quantitates motus; nam hæ in facta hypotheſi ſemper ſunt ut celeritates: ergo cum celeritates in conflictu permutentur, quantitates etiam motus permutantur.

318. II. Falſa eſt tertia regula motus, quam Carteſius loquens de corporibus elaſticis ſtatuit, ſcilicet quod (1) ſi corpora mole ſint æqualia, ſed unum tantillo celerius moveatur altero, unumquodque

(1) Cart. Princ. part. 2. num. 48.

Digitized by Google

quæ poſt mutuum occurſum tendet eamdem partem verſus cum pari velocitate.

319. III. Illud ex corporibus elaſticis æqualis maſſæ ſecum confligentibus, cujus motus minuitur, habet primam celeritatem imminutam celeritate relativa: illud vero, cujus motus augetur, habet primam celeritatem auctam celeritate relativa. Quod in facta hypotheſi poſt conflictum motus unius corporis minuatur, & alterius augeatur, diſtinctius jam jam oſtendam, etſi ex jam dictis ſatis aperte inferri videatur. Quod autem hæ mutationes contingant, prout hic affirmatur, probatur, quia hoc pacto obtinetur mutua permutatio eorum celeritatis poſt conflictum. Nam ſi tendant in eamdem partem, celeritas illorum relativa eſt $C - c$. Atque hæc ſubtracta a celeritate corporis M dat $C - C + c = c$, quæ erat celeritas corporis m ante conflictum: & eadem addita hujus m celeritati dat $c + C - c = C$, quæ erat celeritas corporis M. Quod ſi tendant in partes oppoſitas, celeritas illorum relativa eſt $C + c$. Atque hæc ſublata a celeritate corporis M dat $C - C - c = - c$, quæ erat celeritas corporis m: addita vero eidem celeritati corporis M dat $- c + C + c = C$, quæ erat celeritas corporis M.

PROPOSITIO X.

Si corpus elaſticum majoris maſſæ directe occurrat alteri corpori elaſtico minoris maſſæ vel quieſcenti, vel in eamdem partem tardius ſe moventi, corpus majus poſt occurſum non quidem quieſcet, ſed tardius movebitur: corpus vero minoris maſſæ habebit majorem velocitatem, quam fuerit in primo, quæ tamen non erit duplo major: & cum ea habebit adhuc minorem quantitatem motus, ac in primo illo fuerit.

320. Prima pars, corpus elaſticum occurrens alteri minoris maſſæ vel quieſcenti vel tardius ſe moventi non quieſcere, probatur, quia ex dictis (§. 292.) corpus elaſticum occurrens alteri tunc quieſcit, quando eſt æqualis cum illo maſſæ.

321. Secunda pars, corpus illud alteri occurrens tardius poſt con-

Digitized by Google

conflictum moveri, probatur, quia mutuæ corporum inter ſe actioni debet neceſſario ſequi acquiſitio motus in uno, & diminutio motus in altero: ſed amiſſio motus nequit contingere in corpore, quod vel realiter quieſcat, vel æquivalenter, quemadmodum accidit ex dictis (§. 316.) relate ad corpus tardius altero in eamdem partem ſe movens: ergo amiſſio motus contingit neceſſario in corpore, quod movetur, adeoque tardius moveri hoc debet poſt conflictum.

322. Tertia pars, corpus minus acquirere majorem celeritatem illa, quam habebat corpus majus, probatur, quia ſi hæc non eſſent elaſtica, corpus minus acquireret pluſquam dimidium (§.115.) celeritatis primi corporis: ergo quia corpora ſunt elaſtica corpus minus acquiret (§. 277.) pluſquam integram celeritatem primi corporis. Navicularii cymbarum, quæ longius propelluntur a navi oneraria, cujus ictum opportune non vitaverint, confirmant theoriam, & arguunt erroris regulam quintam Carteſii de motu corporum non mollium, quæ docet, quod (1) ſi corpus minus quieſcens impellatur a majori, ambo poſt occurſum æque celeriter movebuntur.

323. Quarta pars, velocitatem acquiſitam a corpore minori non eſſe duplo majorem celeritate, quam habebat corpus majus probatur. Celeritas corporis m poſt conflictum, ſi prius quieſcebat eſt $\frac{2MC}{M+m}$: ſin movebatur in eamdem partem eſt $\frac{mc-Mc+2MC}{M+m}$.

Atque ſi fiat $M = m + n$, erit $\frac{2MC}{M+m} = \frac{2mC+2nC}{2m+n}$: & $\frac{mc-Mc+2MC}{M+m}$ $= \frac{mc-mc-nc+2mC+2nC}{2m+n} = \frac{2mC+2nC-nc}{2m+n}$. Comparemus jam celeritatem $\frac{2mC+2nC}{2m+n}$ cum celeritate C, erit $\frac{2mC+2nC}{2m+n} : C =$ $2mC+2nC : 2mC+nC$. Jam vero duplum hujus celeritatis $2mC+nC$, quæ repræſentat celeritatem corporis M ante conflictum, eſt $4mC+2nC$, quæ ſuperat quantitatem $2mC$, celeritatem corporis m poſt conflictum, quam repræſentat quantitas $2mC+2nC$: ergo celeritas poſt conflictum acquiſita a corpore minori prius quieſcente eſt minus quam dupla primi corporis. Comparemus nunc celeritatem $\frac{2mC+2nC-nc}{2m+n}$ cum eadem celeritate C, erit $\frac{2mC+2nC-nc}{2m+n} : C = 2mC+2nC-nc : 2mC+nC$. Jam vero cum

(1) Cart. Princ. part. 2. num. 50.

cum duplum hujus quantitatis $2mC + nC$, quæ repræſentat celeritatem corporis M ante conflictum, ſit $4mC + 2nC$ ſuperans evidenter $2mC + 2nC$, a fortiori ſuperat $2mC + 2nC - nc$, quæ repræſentat celeritatem corporis m poſt conflictum: ergo etiam in ſecundo caſu celeritas corporis m poſt conflictum eſt minor duplo primæ celeritatis corporis M.

324. Quinta pars, corpus minus, etſi celeritatem majorem acquirat poſt conflictum, quam fuerit in corpore majori, nihilominus habere minorem quantitatem motus, quam in illo majori fuerit, probatur, quia jam (§. 288.) ſancitum fuit, eamdem perſeverare ſummam quantitatis motus poſt conflictum duorum corporum etiam elaſticorum, ac in iis erat ante illum, ſi ea tendant in eamdem partem: ergo nequit eſſe in corpore, quod poſt conflictum movetur, cum ante illum quieſceret, major quantitas motus, quam fuerit in corpore, a quo movetur, præſertim cum & hoc ex dictis poſt conflictum adhuc moveatur.

325. Omnes propoſitionis partes declarantur determinando formulam celeritatis, quæ invenitur (§. 290.) convenire corporibus elaſticis poſt conflictum juxta hypotheſim propoſitionis. Sint primo duo corpora inæqualis maſſæ, ex quibus illud minoris quieſcat. Pono $M = 2$, $m = 1$, $C = 2$, $c = 0$. Corporis M celeritas poſt conflictum $\frac{MC - mC}{M + m}$ erit $\frac{2 \times 2 - 1 \times 2}{3} = \frac{2}{3}$: ergo corpus majus adhuc poſt conflictum movetur, ſed minus velociter. Celeritas corporis m, $\frac{2MC}{M + m}$ erit $\frac{2 \times 2 \times 2}{3} = 2\frac{2}{3}$: ergo corpus m acquiſivit celeritatem majorem illa, quæ fuerat in corpore M ante conflictum. Quantitas tandem motus corporis m erit $2\frac{2}{3}$; ergo minor quantitate motus 4, quæ erat in corpore M ante conflictum. Quod bene procedat calculus probatur, tum quia celeritas relativa reperitur eadem poſt conflictum, ac erat antea (§. 302.); antea enim erat 2, & poſt conflictum eſt $\frac{8}{3} - \frac{2}{3} = 2$: tum quia quantitas pariter motus eſt eadem poſt conflictum, ac ante illum; nam antea erat 4, & poſtea eſt $\frac{2}{3} \times 2 + \frac{8}{3} = \frac{12}{3} = 4$.

326. Sint ſecundo duo corpora inæqualis maſſæ, ex quibus tardius moveatur illud, quod eſt minoris maſſæ. Pono $M = 2$, $m = 1$, $C = 2$, $c = 1$. Corporis M celeritas $\frac{MC - mC + 2mc}{M + m}$ erit $\frac{2 \times 2 - 1 \times 2 + 2 \times 1}{3} = 1\frac{1}{3}$: ergo poſt conflictum corpus majus movetur quidem, ſed tardius. Celeritas vero corp. m $\frac{mc - Mc + 2MC}{M + m}$ erit $\frac{1 \times 1 - 2 \times 1 + 2 \times 2 \times 2}{3}$

 $= 2\frac{1}{3}$:

$= 2\frac{1}{3}$: ergo corpus m acquiſivit celeritatem majorem, quam fuiſſet in corpore M. Quantitas tandem motus ejuſdem corporis m poſt conflictum eſt pariter $2\frac{1}{3}$: ergo minor quam 4, quæ erat illa corporis M ante conflictum. Confirmatio adhiberi hic pariter poteſt deſumpta ex identitate celeritatis relativæ ante & poſt conflictum, & ex æqualitate quantitatis motus utriuſque corporis poſt conflictum cum ea, quæ in ambobus ante conflictum reperiebatur. Erat enim celeritas illa relativa ante conflictum $2 - 1 = 1$, & poſt conflictum eſt $\frac{7}{3} - \frac{4}{3} = 1$. Quantitas autem motus erat ante conflictum 5, & poſt illum eſt $\frac{4}{3} \times 2 + \frac{7}{3} = \frac{15}{3} = 5$.

PROPOSITIO XI.

Si corpus elaſticum majoris maſſæ occurrat alteri minoris quieſcenti, hoc ſecundum movetur poſt conflictum ea celeritate, quæ eſt par celeritati, quam corpus majus habebat ante conflictum, & illi quam poſt ipſum habet: Sin autem corpus minoris maſſæ occurrat alteri majoris quieſcenti, erit poſt conflictum celeritas utriuſque ſimul ſumpta æqualis celeritati, quæ erat in corpore minori ante conflictum.

327. Probatur prima pars. Celeritas corporis m prius quieſcentis cum ſit poſt conflictum $\frac{2MC}{M+m}$, ſi fiat $M = m + n$ evadit $\frac{2mC+2nC}{2m+n} = C + \frac{nC}{2m+n}$, & celeritas corporis M, quæ poſt conflictum eſt $\frac{MC - mC}{M+m}$, eadem ratione transformatur in $\frac{mC+nC-mC}{2m+n} = \frac{nC}{2m+n}$: ergo celeritas corporis m poſt conflictum par eſt celeritati C, quam corpus M habebat ante conflictum una cum additamento $\frac{nc}{2m+n}$, celeritate quam ipſum M habet poſt conflictum.

328. Pro-

328. Probatur ſecunda pars. Si corpus M quieſcat, erit poſt conflictum ipſius celeritas $\frac{2mc}{M+m}$, ſive $\frac{2mc}{2m+n}$: celeritas vero corporis m erit $\frac{mc-Mc}{M+m}$, ſive $\frac{mc-mc-nc}{2m+n} = -\frac{nc}{2m+n}$, in qua cum ſignum negativum denotet dumtaxat directionem oppoſitam illi, qua movetur corpus M, addatur hæc celeritas primæ, & habebitur $\frac{2mc+nc}{2m+n} = c$. Quod erat probandum.

PROPOSITIO XII.

Si corpus elaſticum majoris maſſæ directe occurrat alteri elaſtico minoris maſſæ quieſcenti cum ea celeritate, quæ ſit ut utraque maſſa, corpus quidem majus amittit per conflictum celeritatem, quæ eſt ut dupla maſſa corporis minoris: hoc vero acquirit celeritatem, quæ eſt ut dupla maſſa corporis majoris: Si vero corpus minoris maſſæ directe occurrat corpori majoris maſſæ quieſcenti cum celeritate, quæ ſit pariter ut utraque maſſa, corpus minus amittit per conflictum celeritatem, quæ eſt ut dupla maſſa majoris, majus autem acquirit celeritatem, quæ eſt ut dupla maſſa minoris.

329. PRobatur prima pars cum Wolfio, quia in facta hypotheſi celeritas corporis M poſt conflictum $\frac{MC-mC}{M+m} = \frac{\overline{M-m}\times C}{M+m}$ cum ſit $C = M+m$, evadit $\frac{\overline{M-m}\times\overline{M+m}}{M+m} = M-m$. Quæ ſi ſubtrahatur a prima celeritate $M+m = C$, dat amiſſam celeritatem

$M + m - M + m = 2m$, hoc eſt ut duplam maſſam corporis minoris.

330. Probatur ſecunda pars, quia in eadem hypotheſi celeritas corporis m poſt conflictum $\frac{2MC}{M+m}$ propter $C = M+m$ fit $\frac{2M \times \overline{M+m}}{M+m} = 2M$, hoc eſt ut dupla maſſa corporis majoris.

Probatur tertia pars, quia in facta hypotheſi celeritas corporis m poſt conflictum $\frac{mc - Mc}{M+m}$ propter $c = M + m$ evadit $\frac{m - M \times \overline{M+m}}{M+m} = m - M$, quæ ſi ſubtrahatur a prima celeritate $M+m$ dat amiſſam in conflictu celeritatem $M + m - m + M = 2M$, hoc eſt ut duplam maſſam corporis majoris.

331. Probatur quarta pars, quia in eadem hypotheſi celeritas corporis M poſt conflictum $\frac{2mc}{M+m}$ propter $c = M + m$ evadit $\frac{2m \times \overline{M+m}}{M+m} = 2m$, hoc eſt ut duplam maſſam minoris.

PROPOSITIO XIII.

Si duo corpora elaſtica mutuo ſibi directe occurrant cum celeritate æquali, quando unius maſſa ſit tripla alterius, corpus majoris maſſæ poſt conflictum quieſcet: quando minor ſit tripla, reſiliet: quando tandem ſit major tripla, in eamdem partem ut prius, ſed tardius progredietur.

332. Probatur. Celeritas quam habet corpus elaſticum M poſt mutuum occurſum cum alio elaſtico eſt $\frac{MC - mC - 2mc}{M+m}$, quæ in hypotheſi quod ſit $C = c$, evadit $\frac{MC - 3mC}{M+m} = C \times \frac{M - 3m}{M+m}$: ergo ſi $M = 3m$, erit æqualis nihilo: Si $M < 3m$, erit quantitas negativa: erit tandem quantitas poſitiva ſi $M > 3m$. Ab exemplis abſtineo, quæ facile produci poſſunt, in quibus ſi quis poſt ictum inqui-

Digitized by Google

inquirat celeritatem corporum juxta alias etiam vias jam propoſitas, inveniet illam reſpondere huic nunc traditæ, prout legitima exigit demonſtratio.

333. Corollar. Si corpus elaſticum majoris maſſæ alteri elaſtico minoris maſſæ obviam tendat cum ea celeritate, quæ ſit ad illam minoris corporis, ut eſt hujus dupla maſſa ad differentiam inter utramque maſſam, corpus majus quieſcet. Nam in corpore elaſtico, quod ſit altero triplum, & huic occurrat cum celeritate æquali invenitur conditio propoſita, ſive invenitur eſſe $M - m : 2m :: c : \frac{2mc}{M-m}$, ut patet determinando terminos.

334. Quoniam corollarium ad alios caſus extenditur a propoſitione diverſos, ideo ipſum ſic etiam oſtenditur. Si celeritas C ante conflictum eſt ut $\frac{2mc}{M-m}$, eadem poſt conflictum nulla evadit; nam in formula celeritatis corporis M poſt conflictum, quæ eſt $\frac{MC - mC - 2mc}{M+m} = \frac{\overline{M-m} \times C - 2mc}{M+m}$, ponatur loco C ejus valor $\frac{2mc}{M-m}$; ea transformatur in $\frac{2mc - 2mc}{M+m} = 0$: ergo.

335. Confirmatur demonſtratio primo, quia in facta hypotheſi de celeritate majoris corporis ut $\frac{2mc}{M-m}$, illa corporis minoris eſt poſt conflictum æqualis celeritati relativæ pro lege conflictus elaſticorum (§. 302.). Celeritas enim relativa, quando corpora tendant in partes oppoſitas eſt $C + c$, & celeritas corporis m poſt hujuſmodi conflictum eſt $\frac{-mc + Mc + 2MC}{M+m}$. Fiat jam hæc æqualis $C+c$, erit $MC + Mc + mC + mc = -mc + Mc + 2MC$, hoc eſt $2mc = MC - mC$, adeoque $\frac{2mc}{M-m} = C$, ut oportuit. Secundo quia in eadem hypotheſi quantitas motus corporis minoris poſt hujuſmodi conflictum invenitur æqualis differentiæ motus, quæ in ipſis erat ante conflictum pro altera lege conflictus elaſticorum (§. 288); nam differentia quantitatum motus ante conflictum corporum in ſe mutuo tendentium eſt $MC - mc$. Quantitas motus corporis m poſt hujuſmodi conflictum eſt m multiplicatum per celeritatem illi convenientem, quæ ex dictis eſt æqualis $C + c$. Igitur eſt $mC + mc$.

Eſt

Digitized by Google

Eſt ergo $MC - mc = mC + mc$. Quo poſito eſt $MC - mC = 2mc$, & proinde $C = \frac{2mc}{M-m}$.

Declaratur corollarium exemplo. Unum corpus obvium ſit alteri cum maſſa, & celeritate dupla, habetur jam in hac hypotheſi celeritas minoris ad illam majoris in ratione differentiæ maſſarum ad duplam maſſam minoris. Hinc celeritas majoris poſt conflictum invenitur determinando formulam eſſe $\frac{2 \times 2 - 2 - 2}{3} = 0$, & illa corporis minoris $\frac{-1 + 2 + 2 \times 2 \times 2}{3} = 3$. Quod erat propoſitum.

PROPOSITIO XIV.

Corpus elaſticum minoris maſſæ directe occurrens alteri majoris maſſæ quieſcenti, poſt occurſum reſiliet: & illud majoris maſſæ acquiret celeritatem minorem quidem ac fuerit in corpore minori, ſed eam, per quam habebit quantitatem motus majorem, ac fuerit in corpore minori: quæ tamen erit inſenſibilis, ſi maſſa corporis minoris ſit quaſi infiniteſima reſpectu alterius quieſcentis, quam impellat celeritate finita:

336. IMprimis quod corpus elaſticum minoris maſſæ poſt conflictum reſiliat, probatur, quia ſi hæc corpora non eſſent elaſtica, illud minoris maſſæ amitteret pluſquam dimidium ſuæ celeritatis (§. 256.): ergo quia ſunt elaſtica, illud minoris maſſæ amittit pluſquam integram ſuam celeritatem, quod idem eſt ac acquirere celeritatem in partem primæ oppoſitam. Aliter etiam ſic oſtenditur. Quando corpus m elaſticum occurrit corpori M quieſcenti, eſt ipſius m celeritas poſt conflictum $\frac{mc - Mc}{M + m}$, hoc eſt faciendo $M = m + n$ eſt $\frac{mc - mc - nc}{2m + n} = \frac{-nc}{2m + n}$, ubi ſignum negativum denotat ipſius motum in partem oppoſitam.

337. II. Quod

337. II. Quod corpus maſſæ majoris poſt ictum acquiret celeritatem minorem, ac fuerit in corpore minori probatur I. quia in facta hypotheſi demonſtratum eſt (§. 328.) celeritatem utriuſque corporis poſt conflictum ſimul ſumptam æqualem eſſe celeritati, quæ erat in corpore minori ante conflictum: ergo celeritas ſolius corporis majoris poſt conflictum minor eſt celeritate, quæ erat in corpore minori ante conflictum. II. quia ſi hæc corpora non eſſent elaſtica, illud majoris maſſæ moveretur cum celeritate, quæ eſſet infra dimidium illius, quæ erat in corpore minori percutienti: ergo etiamſi quia eſt elaſticum, moveatur cum duplo hujus celeritatis, adhuc movetur cum minori celeritate, ac haberet corpus minoris maſſæ ante conflictum; nam duæ quantitates, quarum ſingulæ non adæquant dimidium alicujus totius, etiam conjunctæ ſunt minores eodem toto.

III. corpus m ante conflictum habebat celeritatem $c = \frac{c \times \overline{M+m}}{M+m} = \frac{2mc+nc}{2m+n}$: corpus vero M prius quieſcens poſt conflictum habet celeritatem $\frac{2mc}{M+m} = \frac{2mc}{2m+n}$, ponendo $M = m + n$ ut ante. Atqui eſt $\frac{2mc}{2m+n}$ minor quam $\frac{2mc+nc}{2m+n}$: ergo celeritas corporis M poſt conflictum minor eſt celeritate, quæ fuerat in corpore m.

338. Hinc manifeſtum eſt, falſam eſſe quartam regulam motus Carteſii, quæ dicit (1) corpus minus quacunque cum celeritate alteri majori quieſcenti occurrat, nunquam ab hoc minori movendum eſſe: quam audiens Jo. Baptiſta Duhamelius (2) interrogat, quid fiet de tota ipſius Phyſica, in qua materia omnium ſubtiliſſima, quaſi totius mundi materialis anima, corpora cujuſcunque molis movet & transfert.

339. III. Quod corpus elaſticum maſſæ majoris quieſcens habeat poſt conflictum quantitatem motus majorem, ac fuerit in corpore minori, ſic oſtenditur. Quantitas motus corporis ante conflictum erat mc: illa vero corporis majoris poſt conflictum eſt $\frac{2Mmc}{M+m}$. Igitur prima ad ſecundam eſt ut $mc : \frac{2Mmc}{M+m} = Mmc + mmc : 2Mmc$, ſive ponendo $M = m + n$ eſt $m^2c + mnc + m^2c : 2m^2c + 2mnc = 2m^2c + mnc : 2m^2c + 2mnc$. A qua ultima ratione ſubtrahendo utrinque quantitatem $2m^2c$ habetur ratio $mnc : 2mnc = mc : 2mc$. Sed eſt evidens mc minorem eſſe 2mc: ergo quantitas motus corporis

(1) Cart. Princ. part.2. num.49. (2) Duha. de Mente Hum. lib.3. cap.6. n.10.

Digitized by Google

poris antea quieſcentis poſt conflictum major eſt quantitate motus, quæ erat in ſolo corpore minori.

340. Quæ uſque adhuc dicta ſunt declarantur determinando juxta factam hypotheſim formulas celeritatis, quæ conveniant maſſis elaſticis poſt conflictum. Sit corpus quieſcens $M = 2$, $m = 1$, $C = 0$, $c = 2$, celeritas corporis M poſt conflictum (§. 290.) erit $\frac{2 \times 1 \times 2}{3} = \frac{4}{3}$ illa vero corporis m erit $\frac{1 \times 2 - 2 \times 2}{3} = -\frac{2}{3}$: ergo corpus maſſæ minoris, quod habet poſt occurſum celeritatem negativam, reflectitur, & corpus maſſæ majoris, quod habet celeritatem $\frac{4}{3}$ acquirit celeritatem minorem ac fuerit in corpore minori, quæ erat $= 2$, cum qua tamen minori celeritate conjunctim cum maſſâ exiſtit quantitas motus major, ac erat in corpore minori; nam hæc in corpore m erat $= 2$, quæ in corpore M reperitur eſſe $\frac{4}{3} \times 2 = \frac{8}{3} = 2\frac{2}{3}$.

341. Hæc ab exemplo declaratio confirmatur, qua juxta factam determinationem habetur eadem celeritas relativa poſt conflictum, ac erat ante illum: nam hæc antea erat 2, & poſt conflictum in corpore M eſt $\frac{4}{3}$, in corpore autem m eſt $-\frac{2}{3}$, quod ſignificat eſſe in partem oppoſitam, adeoque addendam alteri. Quo facto habetur celeritas relativa $\frac{4+2}{3} = 2$. Præterea reperitur eadem differentia in quantitate motus illorum poſt conflictum, ac erat ante illum; nam dum quantitas motus corporis M eſt $\frac{4}{3} \times 2 = \frac{8}{3}$, illa corporis m eſt $-\frac{2}{3}$. Quare hac ſubtracta a prima differentia eſt $\frac{6}{3} = 2$, qualis erat ante conflictum. Dubitari igitur non poteſt de rectitudine omnium demonſtrationum, cum ex iiſdem ſequantur ceteræ leges motus jam ſtabilitæ circa corporum elaſticorum poſt conflictum. Hoc juvat advertere, quandoquidem paradoxum eſt haberi quantitatem motus majorem poſt aliquem conflictum inter duo corpora elaſtica, ac in iis fuerit ante illum. Ita in allato exemplo cum ante conflictum tota quantitas motus in corporibus M & m eſſet $= 2$, ea poſt conflictum eſt $\frac{8}{3} + \frac{2}{3} = 3\frac{1}{3}$. Whiſtonus (1) minus opportunam hujus rationem dedit, dicens illud ſequi ex ea lege, quod debeat remanere poſt conflictum corporum elaſticorum eadem celeritas relativa, quæ erat antea; nam quo jure id ipſe dicit, alius dicet illud ſequi ex alia lege, ut ex eo quod debeat remanere poſt hujuſmodi corporum conflictum in oppoſitas partes tendentium eadem differentia in quantitate motus illorum.

342. Quod

(1) Whi. Præl. phyſico Math.

Digitized by Google

342. Quod tandem quantitas motus corporis ante conflictum quieſcentis, etſi poſt illum major ſit ea, quæ erat in corpore minori, poſſit tamen eſſe inſenſibilis, probatur, quia celeritas corporis majoris, quod habeat rationem quaſi infiniti ad alterum in ſe irruens celeritate finita, eſt poſt conflictum ad ſenſum nulla, quippe eſt $\frac{2mc}{M+m}$, in qua numerator eſt quantitas quaſi infiniteſima reſpectu denominatoris: ergo corpus majus ad ſenſum quieſcet: atque quia debet poſt conflictum eſſe eadem celeritas relativa, ac erat ante, neceſſe eſt, ut tota fere celeritas ſit in corpore minori, quæ erat prius, etſi in partem primæ contrariam.

343. Coroll. Si corpus elaſticum minoris maſſæ cum majori quantitate motus obviam tendat alteri elaſtico majoris maſſæ, utrunque poſt conflictum reſiliet. Nam corpus majoris maſſæ, utpote tardius altero ſe movens, conſideretur tamquam quieſcens, cui occurrat corpus minoris maſſæ cum exceſſu quantitatis ſui motus: Jam ſic. Corpus elaſticum minoris maſſæ occurrens alteri elaſtico majoris maſſæ quieſcenti (§.336.) poſt occurſum reſilit, & corpus majoris maſſæ acquirit velocitatem aliquam utique in partem, in quam impellitur, quæ eſt oppoſita illi, per quam revera ante conflictum tendebat: ergo ſi corpus &c.

344. Exemplo theorema illuſtratur. Obſervemus, quæ ſit celeritas poſt conflictum duorum corporum elaſticorum juxta conditiones propoſitas. Sint maſſæ, & celeritates in duobus corporibus in ſe mutuo tendentibus, ut ſequitur $M=2$, $m=1$, $C=1$, $c=4$. Erit celeritas corporis M poſt ictum determinata ipſius formula $\frac{2\times1-1\times1-2\times1\times4}{3}=-\frac{7}{3}$. Eſt igitur in contrariam partem ab illa, quæ prius erat; nam corpori majori tribuitur celeritas cum ſigno poſitivo: ergo corpus majus reſilit. Celeritas corporis m erit $\frac{-1\times4+2\times4+2\times2\times1}{3}=\frac{8}{3}$. Igitur etiam hæc in contrariam partem eſt ab illa, quæ prius erat, adeoque etiam corpus minus reflectitur. Quod bene ſe habeant hujuſmodi determinationes ſuadet eamdem haberi celeritatem relativam poſt conflictum, ac erat antea, Antea enim erat ut 5, & poſtea pariter eſt $\frac{7+8}{3}=5$.

345. De corpore elaſtico minoris maſſæ, quod occurrat alteri majoris maſſæ tardius in eamdem plagam ſe moventi, hoc unum affirmari poteſt, quod corpus majus poſt conflictum celerius movebitur: corpus vero minus aliquando quieſcet, aliquando reſiliet,

Digitized by Google

& aliquando lentius priſtinam directionem tenebit. Formulæ id nos docent, ut experiri quiſque poteſt in his exemplis. Ita quieſcet poſt conflictum corpus m cum maſſa 2, & velocitate 6, occurrens corpori M maſſæ ut 3, & velocitatis ut 1. Reſiliet m, ſi cum maſſa ut 1, & velocitate ut 5 urgeat M maſſæ ut 3, & velocitatis ut 1. Retinebit primam directionem corpus m maſſæ ut 3 cum velocitate ut 5, incidens in M, habens maſſam ut 6, & velocitatem ut 2.

PROPOSITIO XV.

Si ſint tria corporum elaſtica in ſerie continuo creſcente vel decreſcente, & primum mediate per ſecundum ſive majoris ſive minoris maſſæ occurrat tertio, hoc tertium acquiret celeritatem majorem, quam ſi primum eidem immediate occurreret.

ARTICULUS PRIMUS.

Demonſtratio.

346. Ponatur primo hypotheſis, quod tertium corpus ſit maſſæ cæteris minoris; atque primum corpus ſit M, ſecundum m, & quidem quieſcens, tertium n. Incidat corpus M cum celeritate C in m quieſcens, erit hujus celeritas (§. 290.) $\frac{2MC}{M+m}$. Corpus jam m incidens cum hac acquiſita celeritate in corpus n quieſcens impertietur illi eam celeritatem, quæ juxta ſupra (§. 294.) dicta, ſive juxta proportionem, quam præſefert inventa nuper celeritas corporis m, ſic invenietur $m+n : 2m :: \frac{2MC}{M+m} : \frac{4MmC}{\overline{M+m}\times\overline{m+n}}$. Hæc igitur eſt celeritas corporis n mediata. Videamus nunc quænam foret immediata, ſive ſi corpus M immediate in illud incideret, ſcilicet fiat $M+n : 2M :: C : \frac{2MC}{M+n}$. Eſt igitur celeritas corporis n immediata ad mediatam ut $\frac{2MC}{M+n} : \frac{4MmC}{\overline{M+m}\times\overline{m+n}} =$

Digitized by Google

$\frac{1}{M+n} : \frac{2m}{\overline{M+m}\times\overline{m+n}} = Mm + Mn + mm + mn : 2Mm + 2mn$. Hæc ultima ratio facta diviſione per $Mm + mn$, eadem eſt ac $1 + \frac{Mn+mm}{Mm+mn} : 2$; ac ſi fiat $M = m + p$, erit $\frac{Mn+mm}{Mm+nn} = \frac{mn+pn+mm}{mm+pm+mn}$, in qua fractione propter $m > n$, quæ multiplicat p, & reliquos terminos omnino eoſdem tum in numeratore, tum in denominatore, erit hic illo major, adeoque fractio eſt unitate minor: ergo antecedens $1 + \frac{Mn+mm}{Mm+mn}$ minor eſt conſequente 2.

347. Probatur nunc in hypotheſi, quod tertium corpus ſit maſſæ cæteris majoris. Impellatur igitur corpus m quieſcens a corpore n cum celeritate C, celeritas corporis m invenitur per ſolitam proportionem $m + n : 2n :: C : \frac{2nC}{M+n}$. Corpore autem m incidente cum hac acquiſita celeritate in corpus M, hoc movebitur cum celeritate, quæ habetur faciendo $M + m : 2m :: \frac{2nC}{m+n} : \frac{4mnC}{\overline{m+n}\times\overline{M+m}}$. Cum hæc ſit celeritas mediata corporis M, illa quæ eſſet immediate a corpore n, habetur faciendo $M + n : 2n :: C : \frac{2nC}{M+n}$. Eſt igitur immediata celeritas ad mediatam ut $\frac{2nC}{M+n} : \frac{4mnC}{\overline{m+n}\times\overline{M+m}} = \frac{1}{M+n} : \frac{2m}{\overline{M+n}\times\overline{M+m}}$, quæ cum ſit eadem omnino ratio ac in alia hypotheſi inventa eſt. planum eſt in hac quoque celeritatem mediatam majorem eſſe immediata.

348. Ita ſi ſint $M = 3$, $m = 2$, $n = 1$, $C = 1$ erit celeritas immediata ad mediatam ut $\frac{1}{4} : \frac{4}{15} = 15 : 16$. Quoniam corpus quod alteri occurrit ſerius ſe moventi, conſiderari poteſt tamquam incurrens cum ſolo exceſſu celeritatis in alterum quieſcens, ideo idem theorema habet locum, etiamſi corpus deinceps poſitum moveatur, dummodo tardius, ut ſit locus occurſui. Aliam demonſtrationem dabunt alii, inter quos Guido Grandi (1).

(1) Gran. Inſtit. Meccan. num. 613.

Articulus II.

Corollaria.

349. SI plura ſint corpora deinceps poſita maſſæ ſemper minoris, atque per illorum primum omnium maximum communicetur motus alteris ſucceſſive, augebitur continue hac via celeritas, ita ut ultimum tandem acquirat celeritatem longe ſingularem. Nam dum corpus majus elaſticum occurrit minori, acquiritur (§. 322.) a minori celeritas, quæ ſuperat illam majoris. Quare cum corpora ſucceſſive diſpoſita, ſint maſſæ ſemper minoris, ſingula relate ad ſequens corpus ſunt maſſæ majoris. Igitur ſingula efficiunt, ut ſequens acquirat celeritatem ſucceſſive majorem.

350. Quæſitum jam eſt, in qua ratione debeant eſſe maſſæ decreſcentes trium, quatuor, aut alterius cujuſvis numeri corporum elaſticorum, ut quod minimum eſt, recipiat celeritatem omnium poſſibilium maximam, quæ in ipſam naſci poſſit ex communicatione illius, quæ ex corpore maximo in alia ſucceſſive derivatur. Atque inventum eſt rationem maſſarum decreſcentium debere eſſe in progreſſione geometrica. Quare ſi corpus minus debeat a majori moveri, quam maxime fieri poteſt, cum ea quam habet determinata celeritate, per unum interjacens corpus, opus eſt hujus maſſam eſſe mediam proportionalem inter duas datas: Si debeat moveri per interpoſita corpora duo tria aut alterius cujuſvis numeri, jam opus erit quærere duo tria vel alterius cujuſvis numeri corpora, quorum maſſæ ſint mediæ continue proportionales inter duas datas. Videri de hoc problemate poſſunt Wolfius (1) & Hugenius, qui invenit, quod ſi eſſent centum corpora in continua proportione dupla, quorum maximum occurreret ſibi proximo, & hoc alteri, & ſic deinceps, jam ultimum corpus ceterorum minimum acquireret celeritatem 14 760 000 000 majorem illa, quæ erat in corpore omnium maximo,

251. Quoniam in corpore elaſtico majoris maſſæ naſcitur (§. 339.) quantitas motus major ac fuerit in corpore minoris maſſæ, a quo motum recepit, hæc neceſſario augeri debet, ſi per alia interjecta corpora recipiat motum a minori, quandoquidem hac via juxta propoſitionem major excitatur celeritas. Atque eodem modo demonſtratum eſt, quod ad excitandam quantitatem motus omnium poſſibilium maximam in corpore elaſtico datæ maſſæ per datum corpus minoris maſſæ, quod certum habeat motum medio uno aut altero, aut quovis numero corporum, opus eſt ut hæc media corpora

(1) Wolf. Elem. Mechan. num. 613.

Digitized by Google

pora ſint in continua progreſſione geometrica. Quare idem Hugenius invenit, quod ſi centum corpora diſponantur in continua proportione ſubdupla, & motus incipiat a minimo, ultimum ceterorum maximam acquiret quantitatem motus, ad quam illa primi moventis ſe habebit ut 1 : 4 677 000 000 000. Hinc jure ſuſpicatur citatus Grandius hæc Hugenii exempla commemorans, ingentes commotiones, quæ ex improviſo aliquando apparent in maſſa corporum aut lignorum aut pulveris pyrii, originem traxiſſe ex quodam ſub initium motu aliquorum hujuſmodi corpuſculorum elaſticorum, quæ dum in alia ſucceſſive incurrunt, fiunt tandem agitationes aut fermentationes vehementiſſimæ. Eadem via reddi ratio poteſt de procellis, quæ brevi excitantur circa montes quoſdam, quoties intra ipſorum cavitates ſaxum etiam tenue demittatur, ut plures referunt apud Joſephum Toaldum (1).

PROPOSITIO XVI.

Corpora perfecte elaſtica, quæ iis celeritatibus, quas poſt unum conflictum habent, iterum ſe offendant, habebunt poſt novum conflictum priſtinas celeritates.

352. Accidit aliquando, ut poſtquam duo corpora elaſtica paſſa ſunt inter ſe conflictum, illa vel unum ex illis offendens objicem aliquem, reſiliat cum eadem celeritate, adeoque novum conflictum cum primo corpore ſuſtineat. Tunc autem evenire, quod affirmat propoſitio, planum fit requirendo celeritatis mutationem, quæ fit in ſecundo conflictu inter corpora, quorum unum MC poſt primum conflictum ex dictis (§.290.) movebatur cum celeritate $\frac{MC - mC + 2mc}{M+m}$, quæ dicatur u; & alterum m cum celeritate majori $\frac{mc - Mc + 2MC}{M+m}$, quæ dicatur V. Hoc igitur commutata directione in oppoſitam partem occurrit corpori M utpote tardius ſe moventi, ipſiuſque celeritas poſt conflictum erit ad inſtar formulæ $\frac{mV - MV + 2Mu}{M+m}$: corporis vero M erit $\frac{Mu - mu + 2MV}{M+m}$. Subſtituantur jam in utraque formula valores quantitatum V, & u, atque cum ſit mV =

(1) Toa. Sagg. Meteor. part. 1. art. 1. §. Gli eſperimenti.

Digitized by Google

$$mV = \frac{mmc - Mmc + 2MmC}{M + m}$$

$$-MV = \frac{M^2c - Mmc - 2M^2C}{M + m}$$

$$2Mu = \frac{2M^2C - 2MmC + 4Mmc}{M + m}$$

erit $mV - MV + 2Mu = \frac{M^2c + 2Mmc + m^2c}{M + m}$: & proinde

$\frac{mV - MV + 2Mu}{M + m} = \frac{M^2c + 2Mmc + m^2c}{M^2 + 2Mm + m^2} = c$. Habet igitur corpus m poſt ſecundum conflictum primam ſuam celeritatem.

Pro altera formula celeritas corporis M cum ſit

$$Mu = \frac{M^2C - MmC + 2Mmc}{M + m}$$

$$-mu = \frac{-MmC + m^2c - 2m^2c}{M + m}$$

$$2mV = \frac{2m^2c - 2Mmc + 4MmC}{M + m}$$

erit $\frac{Mu - mu + 2mV}{M + m} = \frac{M^2C + 2MmC + m^2C}{M^2 + 2Mm + m^2} = C$, quæ erat celeritas corporis M ante primum conflictum.

353. Eadem ratione ſi fingamus duo corpora mutuo ſibi occurrentia ex partibus oppoſitis iterum poſt mutuam receſſionem redire ad congreſſum ex invento objice, qui utraque cogat per eamdem directionem reſilire, invenientur recuperare poſt conflictum priſtinam celeritatem.

PARS X.

Digitized by Google

PARS X.

De motu compoſito.

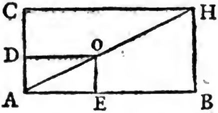
PROPOSITIO PRIMA.

Quando mobile urgetur diverſis directionibus inter ſe inclinatis, & celeritatibus ſervantibus eamdem ſemper rationem, motus illius eſt per lineam rectam mediam inter lineas, quas teneret, ſi ſingulis directionibus ſeorſim obſequeretur, eamque æquali tempore deſcribet, ac ſingulas ſeparatim deſcriberet.

Articulus Primus.

Demonſtratio.

354 Ut melius propoſitionis ſenſus teneatur, ſit corpus in A tractum vel impulſum ab una vi per AB, & ab alia per AC, ita ut quo tempore corpus per unam vim percurreret lineam AD, eodem tempore per aliam vim percurreret lineam AE, & quam rationem ſive æqualitatis, ſive inæqualitatis inter ſe habent lineæ AD, & AE, quas dato tempore corpus percurreret, eamdem conſtanter teneant aliæ lineæ, quas æqualibus temporibus deſcriberet, dico hoc corpus proceſſurum per viam mediam inter AB & AC, quam deſignabit diagonalis AH parallelogrammi, cujus latera ſunt ſpatia, quæ ſecundum unamquamque directionem eodem tempore corpus percurreret. Hoc autem ſic demonſtratur. Ex hypotheſi quo tempore corpus percurrit lineam AE, ſive ipſi æqualem & parallelam DO, percurret etiam lineam AD, ſive EO ipſi æqualem & parallelam: ergo in fine ejus temporis via facta a corpore eſt in occurſu rectarum DO, & EO, adeoque



que in angulo parallelogrammi AO, qui opponitur angulo A, ex quo corpus incœpit ſe movere: ergo via corporis fuit intra illud tempus recta diagonalis parallelogrammi AO, & quoniam pro toto reliquo tempore corpus eodem modo ſollicitaretur a duplici vi, eodem etiam modo concluditur proceſſurum per reliquum lineæ rectæ diagonalis AH. Alias demonſtrationes dabunt Nicolaus de Martino (1), Muſſchenbroekius (2), Whiſton (3), Caille (4), & alii jam paſſim, & quidem ſingillatim pro diverſis ſuppoſitionibus, quæ fieri poſſunt, de motu ſcilicet compoſito ex motibus ſimplicibus, qui ſint aut æquales & uniformes: aut æquales & uniformiter accelerati vel retardati: aut inæquales, ſed uniformes vel uniformiter accelerati aut retardati.

355. Theoriam confirmant experimenta, quæ fiunt ope machinarum, quæ ad hæc rite peragenda inſtitutæ ſunt, & quas ex Nolleto deſcribit Jo. de Turre (5). Eamdem ſuiſmet oculis ſubjiciet, qui pondus aliquod jubeat trahi eodem tempore a duobus hominibus per diverſas directiones, quæ ſint inter ſe inclinatæ, vel motum obſervet cymbarum, medium inter duos remos ex utraque parte aquas eodem tempore verberantes, qui ſtatim ut alter inhibeatur, alius omnino eſt, unicæ ſcilicet reſpondens directioni ſibi impreſſæ. Eamdem ſuamet experientia confirmant, qui e curru concitato exiliunt; hi enim ſi neſciant motus compoſiti naturam, credent ea vi, quam exerunt ſe longe a curru caſuros, & deinde animadvertent ſe vix illius rotas evaſiſſe. Quod ideo accidit, quia cum jam habeant ſibi impreſſam vim in directum a motu currus, hæc effectum ſuum producit, qui cum nova directione, quam ſibi exilientes tribuunt, componitur in lineam quamdam mediam inter illas. Propter quam cauſſam ſaltus e curru velociter tracto, qui fiat per lineam perpendicularem directioni currus, omnibus eſt præferendus. Similem explicationem habet lapſus vectorum, qui e prora in litus præpropere exiliant. Dum enim ipſorum capita retinent priſtinam directionem, ſi pedes ex occurſu navis in litus jam receperint oppoſitam tendentiam, proni cadant neceſſe eſt, non ſecus ac baculus corruit, cujus extrema in diverſas partes ſimul impellantur.

AR-

(1) Mart. Elem. Stat. ſec. 1. cap. 7.
(2) Muſs. Elem. Phyſ. cap. 10.
(3) Whi. ad prop. 26. lib. 6. Euclid. Tacq.
(4) Cai. Aſtron. num. 67.
(5) Tur. Phyſ. gen. num. 404. & ſeq.

Digitized by Google

Articulus II.

Corollaria.

356. I. Celeritas producta a viribus conſpirantibus, quæ motum uniformem ſingulæ producerent, eſt ad celeritatem ſingularum, ut eſt diagonalis parallelogrammi ad latus, ſecundum quod ſingulæ agerent ſeparatim. Nam ut arguit Wolfius (1), quo tempore vis una conficeret motu uniformi unum latus parallelogrammi, & altera alterum, illæ conjunctim conficiunt diagonalem: ergo ſicuti diagonalis eſt ſpatium ab illis conjunctim confectum, ita adjacentia latera eſſent ſpatium a ſingulis ſeorſim confectum eodem tempore: ſed in motu uniformi celeritates intra tempora æqualia ſunt ut ſpatia, quandoquidem hæ æſtimantur ex ſpatio diviſo per tempus: ergo ſicuti eſt diagonalis ad alterutrum latus, ita eſt celeritas producta a viribus conſpirantibus ad celeritatem ſingulis propriam.

357. II. Eadem quantitas rectilinei motus corporis produci poteſt a viribus conjunctim in illud agentibus diverſiſſimis. Sicuti enim eadem diameter unius parallelogrammi poteſt inſervire parallelogrammis in infinitum diverſis, ita idem ſpatium rectilineum percurri poteſt ab eodem corpore impulſo a viribus per directiones ad angulos inter ſe infinite diverſos inclinatos. Quando ipſarum directiones invicem inclinentur ad angulum rectum, & æquales tribuant velocitates, deſcribet corpus diagonalem quadrati, quando ad alium angulum inclinentur, deſcribet diagonalem rhombi, quæ ſi angulum faciant minorem gradibus 120, major erit ipſius rhombi latere: minor vero, ſi angulum faciunt majorem gradibus 120: æqualis tandem, ſi faciant angulum graduum accurate 120; nam pro hac ſolum hypotheſi triangula ſupra illam diametrum conſtituta ſunt æquilatera. Quare quivis ipſorum angulus eſt graduum 60.

358. III. Sicuti invenitur via corporis per duas diverſas directiones eodem tempore impulſi, ita etiam inveniri poteſt ejuſdem via, quando pluribus eodem tempore directionibus impellatur, inveniendo per ſuperiorem methodum primo diagonalem, quam duæ directiones determinant: deinde adhibendo hanc diagonalem ſimul cum tertia directione ad aliam inveniendam, & ita porro uſque ad communem directionum omnium diagonalem, quæ directio media appellatur, quam tenebit corpus in prædicto caſu, ut pluribus declarant Nicolaus de Martino (2), & Jo. Maria de Turre (3). Hoc pacto determinabitur directio alvei excavandi pro flu-

(1) Wolf. Elem. Mech. §. 247.
(2) Mart. Stat. ſec. 1. cap. 7. pag. 34.
(3) Tur. Phyſ. gen. num. 401.

mine, quod debeat coaleſcere ex pluribus fluviis in certum locum derivandis.

359. IV. Vis compoſita naſcens ex duabus potentiis, quæ idem corpus trahentes per diverſas directiones æquilibrantur cum una tertia, ipſum pariter trahente per directionem ſibi propriam, eſt huic æqualis, eidemque directe oppoſita. Quare ſi hæc per certam lineam deſignetur, per æqualem exprimi debet vis ex aliis compoſita. Filum, cujus duo extrema fixis adhæreant clavis, & in puncto aliquo intermedio trahatur deorſum a ſuſpenſo pondere, repræſentat actionem trium potentiarum trahentium punctum, in quo angulus efformatur a pondere; una enim eſt ipſum pondus: aliæ duæ ſunt, quæ angulum efficiunt, portiones fili, quatenus firmitate ſua reſiſtunt diſruptioni. Sicuti autem quia una potentia huic filo applicata agens contra reliquas ipſum inflectit in angulum, ita ſi ad ſingula ipſius elementa totidem potentiæ applicarentur ſimili modo agentes, producerent innumeros angulos, adeoque filum curvitatem acquireret. Hoc accidit in catenis flexibilibus, quæ pendeant defixæ per ſuos terminos in loco immobili, cum ſingulæ earum partes deorſum trahantur a gravitate. Idem accidit in velis navium, quæ per ventos inflantur. Unde curvæ velariæ, & catenariæ extant, celebres jam apud Geometras, poſtquam in determinanda earum natura feliciter ſe exercuerunt Bernoullii fratres Jacobus & Joannes, ut ex Nicolao etiam de Martino (1) poteſt intelligi.

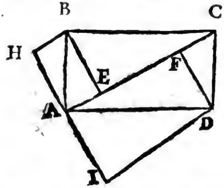
360. V. Vis compoſita ſemper eſt minor viribus componentibus ſimul ſumptis. Nam diagonalis parallelogrammi exprimit vim compoſitam, cujus effectus ipſi proportionalis eſt illius percurſio intra idem tempus, ac percurrerentur a ſingulis ſeorſim illius latera: ſed bina latera parallelogrammi ſunt latera trianguli, cujus baſis eſt ipſa diagonalis, quæ ipſis ſimul ſumptis ſemper minor eſt: ergo etiam vis compoſita minor eſt viribus componentibus ſimul ſumptis. Neque hoc mirum eſt, quandoquidem vires, quæ ſecundum diverſas directiones urgent idem corpus, invicem ſe impediunt. Atque quoniam mutuo magis ſe impediunt, quæ directiones habent minus in certum locum conſpirantes, adeoque quæ ad obtuſiorem ſeu majorem angulum inclinantur, ideo vis compoſita tanto minor eſt viribus componentibus, quanto major eſt illarum angulus.

361. VI. Omnis motus rectilineus conſiderari poteſt, ut motus compoſitus, adeoque ut diagonalis quædam parallelogrammi cujuslibet pro libito, ejuſque latera repræſentabunt diverſas directiones, quas eidem mobili imprimunt duæ vires motrices; nam plures cauſæ, quæ impellant idem corpus ſecundum diverſas directiones,

(1) Mart. Static. ſec. 2. cap. 5. & 6.

Digitized by Google

nes, ſibi non omnino oppoſitas, nec mutantes ſuam inter ſe rationem, producunt ex dictis motum rectilineum. Hujuſmodi conſideratio vocatur reſolutio motus, qua deinceps cum Mechanicis utar agens de obliquis corporum colliſionibus, eorumque deſcenſu per plana inclinata, vel aliis ipſorum motibus magis aut minus impeditis, qualis eſt quivis motus realiter compoſitus, in quo per ejuſdem reſolutionem determinatur quantitas impedimenti, quam unaquæque vis alteri ſecum non conſpiranti affert, unde provenit, ut vis compoſita minor ſit viribus componentibus. Quod juvat ſic



oſtendere. In parallelogrammo ABCD diagonalis AC repræſentet vim compoſitam, & latera AB, & AD vires componentes. Demittantur in diagonalem ab angulis B & D perpendiculares BE, & DF, & circa AB, & AD tamquam diagonales compleantur parallelogramma, quorum duo in ſingulis latera determinant erectæ perpendiculares. Manifeſtum jam eſt latera illa repræſentare reſolutionem virium AB, & AD, quaſi vis AB componatur ex viribus AE, & AH, & vis AD ex viribus AF, & AI. Præterea manifeſtum eſt vires AH, & AI æquales eſſe, ut conſideranti duo triangula ABE, & CDF æqualia patebit, eaſque mutuo ſe elidere, & propterea non eſſe in elementis vis compoſitæ AC, in quibus proinde ſolæ ſunt duæ reliquæ vires AE, & AF, quæ accurate conflant totam vim AC. En igitur quomodo per reſolutionem motus cognoſcatur quanto minor ſit vis compoſita viribus componentibus.

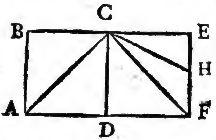
PROPOSITIO II.

Conflictus corporum indirectus habet effectus, qui per reſolutionem ipſorum motus tamquam eſſet compoſitus revocatur ad conflictum directum.

Articulus Primus.

Demonſtratio.

362. INdirectus ſeu obliquus dicitur conflictus, quando unum corpus alteri occurrit per lineam, quæ non eſt ipſorum ſuperficiebus perpendicularis. Propoſitio ſic demonſtratur, Linea cujuſvis directionis, quam habeat corpus ſe movens poteſt conſiderari (§. 361.) tamquam proveniens a duabus directionibus eodem tempore ipſi impreſſis, quarum altera non occurrat plano aut corpori oppoſito, ſed juxta ipſius latus vel tangentem excurrat, atque hæc nullum producet cum ipſo conflictum: altera vero ſit ipſi objici perpendicularis, ex qua proinde habebitur directus cum ipſo conflictus. Itaque ſit globus in A, qui irruat in planum immobile BE per viam obliquam AC. Reſoluto ejus motu in motum per lineam AB perpendicularem plano immobili, & per AD eidem plano parallelam, motus quidem per AB, cum primum globus, ſi mollis eſt, inciderit in planum BE, extinguitur: at motus per lineam AD ſive ipſi parallelam BE adhuc perſeverans, globum promovere poterit ſecundum CE, niſi ab ipſo plano per acquiſitam ex colliſione cohærentiam aliquam retineatur. Si autem globus ſit perfecte elaſticus, motus per AB ad occurſum plani pariter elaſtici faciet, ut per eamdem AB, hoc eſt ipſi parallelam, & æqualem CD corpus reſiliat, & motus per CE perſeverans in cauſa erit, ut illud eodem tempore, quo deberet percurrere lineam CD, percurrat etiam CE = BC: ergo per motum ex utroque compoſitum globus reſiliet per diagonalem CF rectanguli CF, in quo cum ſit CE æqualis BC, & EF ſit æqualis AB, & anguli in E, & in D ſint recti, erit angulus ACB, qui dicitur incidentiæ, æqualis angulo FCE, qui dicitur reflexionis. Si tandem globus, & planum ſint imperfecte elaſtica, globus incidens in planum immobile, ſe-



cun-

cundum directionem ipſi perpendicularem AB non reſiliet per CD eidem parallelam eodem tempore, quo juxta directionem AD, quæ integra perſeverat, percurret CE parallelam, & æqualem ipſi AD; ergo reſiliet per aliam lineam, ut CH proportionatam vi ſuæ reſtituenti, quæ erit diagonalis alterius rectanguli minoris primo, cujus latera ſunt CE & EH, in quo angulus reflexionis HCE minor ſemper erit angulo incidentiæ.

363. Globi ferrei bellicorum tormentorum oblique incidentes in parietes lapideos oculis ſubjiciunt, quod theoria proponit. Ipſi enim reſiliunt ad angulos magis vel minus ab æqualitate cum angulis incidentiæ recedentes pro varia ipſorum aut parietum elaſticitate, & vario aliarum cauſarum concurſu, quæ huic angulorum æqualitati officiunt, cujuſmodi ſunt reſiſtentia aeris perrumpendi, aſpera plani ſuperficies, motus deorſum ex actione gravitatis, & motus vertiginis circa proprium centrum, qui ſi ſit in eamdem partem cum motu ad planum parallelo, hunc intendit, & rurſus cohibet, ſi ſit ad partem oppoſitam, quorum utrumque infert angulum majorem vel minorem angulo incidentiæ. Plerúnque in hujuſmodi jactibus, ſi percuſſio indirecta fiat ad diſtantiam non ita magnam ab ipſis tormentis, tantum remanet in globis de motu ad planum parallelo, ut magna cum violentia obvia corpora proſternant, vel per ſatis adhuc amplum ſpatium velociſſime progrediantur. Aliud exemplum, quod ſine horrore aut periculo ſpectetur, exhibet ludus, in quo malleis ligneis eburnei globi ad certum locum per vias, qua directas, qua obliquas diriguntur.

364. Ariſtoteles æqualitatem angulorum reflexionis, & incidentiæ (1) deduxit ex eo, quod reflexio ſit inflexio lineæ, quæ in directum procederet, & planum ſecaret, cui occurrit, & a quo impeditur ipſius progreſſus. Quoniam enim ſi progrederetur, faceret angulum cum plano ex parte ſuperiori æqualem illi, quem facit ex alterna parte inferiori, debet etiam facere, quando impedita reflectitur: quo in argumento commendari debet elegans declaratio æqualitatis inter angulos incidentiæ, & reflexionis in hypotheſi, quod nihil extinguatur de celeritate corporis in reflexione, quemadmodum accidit, quoties in alterutro ſaltem corpore elaſticitas ſit imperfecta: Improbari autem debet, quod reflexio motus ſine limitatione ad modum noſtrum cogitandi, dicatur eſſe reflexio lineæ, quam corpus deſcriberet, quaſi motus reflexio ſit idem cum directo. Hoc quidem aliqui opinati ſunt, qui propterea dixerunt cauſſam motus reflexi eſſe eamdem, ac motus directi, puta manum projicientis, & fruſtra proinde confingi aliam ipſius cauſſam elaſticitatem. Sed falſam eſſe horum opinionem non ſolum concludunt

(1) Ariſt. Probl. ſec. 16. num. 13.

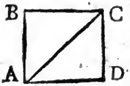
Digitized by Google

cludunt omnia argumenta, quibus exiſtentia elaſticitatis in pleriſque corporibus evincitur: ſed ipſa natura utrinſque motus diverſa propter oppoſitas directiones ſingulis proprias, & multo efficacius nulla regreſſio corporum mollium, quorum progreſſio ſit impedita.

Articulus II.

Corollaria.

365. I. Quantitas percuſſionis directæ eſt ad quantitatem indirectæ, quæ fiat ab eodem corpore per eumdem motum, ac directa, ut ſinus totus, hoc eſt ut linea incidentiæ (quæ ſinus totus vocatur, quia concipitur tamquam radius circuli), ad ſinum anguli incidentiæ.



Nam quantitas percuſſionis corporis A incidentis in corpus C par eſt quantitati motus, qua in ipſum irruit, hoc eſt maſſæ multiplicatæ per celeritatem: Si igitur irruit directe, erit quantitas percuſſionis ut maſſa A in AC; nam AC repræſentat celeritatem, hoc eſt ſpatium certo tempore percurſum: ſin autem indirecte irruat, erit ut maſſa A in AB; nam tunc AB repræſentabit celeritatem, qua corpus A urget corpus C: ſiquidem diſſoluto motu per AC in motus eodem tempore ſeorſim factos AD & AB non habet corpus A actionem in corpus C, niſi per motum AB: ſed $A \times AC : A \times AB = AC : AB$: ergo quantitas percuſſionis &c.

366. II. Quantitas motus reflexi ex percuſſione indirecta corporis perfecte elaſtici eſt ad quantitatem totius motus ejuſdem corporis, ut ſinus anguli incidentiæ ad ſinum totum; nam quantitas motus reflexi in corpore perfecte elaſtico eſt ut quantitas percuſſionis; quoniam ab hac dependet compreſſio, cui proportionalis eſt vis reſtituens, cauſſa immediata motus reflexi: ergo quantitas motus reflexi ex percuſſione indirecta, eſt ut hujus percuſſionis quantitas, & illa motus reflexi ex percuſſione directa eſt ut hujus directæ quantitas, ſive ut quantitas totius motus ejuſdem corporis; hæc enim eſt ex dictis ut $A \times AC$: ſed quantitas percuſſionis indirectæ eſt ex ſuperiori coroll. ut ſinus ſinguli incidentiæ ad ſinum totum: ergo quantitas motus reflexi &c.

367. III. Ex æqualitate inter angulos incidentiæ, & reflexionis corporum perfecte elaſticorum intelligitur, quare lucis radii, qui incidant in ſuperficiem concavam ſpeculi, conformatam in figuram ſolidi geniti ex rotatione parabolæ circa ſuum axim, reflectantur omnes in unum punctum, ſi incidant paralleli axi ſolidi: quia nimirum cum tangente cujuſvis puncti faciunt talem angulum, cui æqualis

lis non eſt niſi ille, quem cum eadem tangente facit linea reflexionis illorum tendens in unum idemque punctum, quod propter vehementiam ardoris, qui ibi ex unione tot radiorum excitatur, focus audit, & ex illo factum putat Whiſtonus (1) nomen foci ſimilibus punctis, quæ ex ſuperficie aliarum curvarum dependent.

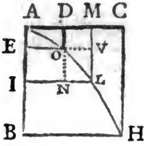
PROPOSITIO III.

Quando mobile urgetur diverſis directionibus inter ſe inclinatis, ſed celeritatibus non ſervantibus eamdem conſtanter rationem, motus illius eſt curvilineus, & medius inter illos, quos haberet, ſi ſingulis actionibus ſeorſim obſequeretur.

Articulus Primus.

Demonſtratio.

368. UT melius propoſitio intelligatur, ſit corpus in A impulſum ab una vi per AB, & ab alia per AC. Ex his prima ita corpus impellat, ut ſi dato tempore illud moveret per ſpatium AE, per amplius ſpatium EI ſequenti pari tempore idem moveret, & ita porro continuo augeret illius motum: Secunda contra ita impellat, ut per æqualia ſpatia AD, DM... moveret corpus intra æqualia tempora, dico in hac hypotheſi corpus illud proceſſurum, per viam curvilineam mediam inter AB, & AC: Nam quoniam mobile poſitum in A urgetur duabus viribus in diverſas directiones, quarum ratio intra certum tempus eſt ut AE ad AD, decurret lineam mediam AO, & in fine temporis aſſumpti erit in O. Et quoniam intra ſecundum tempus primo æquale augetur ex hypotheſi vis AE, quin alia mutetur, idem eſt ac ſi dum corpus eſt in O, nova vis in O una cum priſtina vi DM, vel huic æquali OV in illud ageret. Igitur percurrat neceſſe eſt aliam diagonalem OL novi cujuſdam parallelogrammi, quæ angulum faciet cum prima, & quando concipiantur hujuſmodi latera hujus polygoni inſenſibiliter parva, jam concipiuntur exhibere lineam ſenſibiliter curvam: ergo conſtat propoſitio.

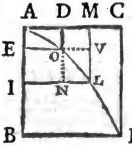


(1) Whi. Præl. Phyſico-math. 2. num. 9.

Digitized by Google

ſitio. Conſideratio curvæ per modum polygoni ex lateribus rectis infini e parvis compoſiti familiaris eſt apud Geometras. Sic jam olim Archimedes polygona circulo inſcripta in ipſum tandem circulum deſinere obſervavit.

369. Iterum ſic arguitur. Completis parallelogrammis AO, AL, AH habentur triangula ADO, AML, ACH, in quibus latera DO, ML, & CH non inveniuntur in eadem ratione cum lateribus AD, AM, & AC: ergo puncta AOL non cadunt in lineam rectam, ſed curvam. Atque ſi recta AB conſideretur, ut axis curvæ erunt rectæ AE, AI, AB lineæ, quæ ubi agitur de curvis, appellantur abſciſſæ, rectæ autem EO, IL, BH, quæ dicuntur ordinatæ: & cum ex ratione, quæ ſit inter abſciſſas, & ordinatas determinetur ſpecies curvæ, manifeſtum eſt ex ratione, quam inter ſe habeant duæ vires urgentes eodem tempore ſecundum diverſas directiones idem corpus, dependere, quam curvam illud deſcribat.



Articulus II.

Corollarium de Viribus centralibus in genere.

370. Poſtquam Philoſophi adverterunt corpora utpote inertia obſequi diverſis directionibus ſibi impreſſis a viribus, quæ in ipſa agant, acute perquiſierunt vias, quas tenerent pro diverſis ſuppoſitionibus circa rationem, quam inter ſe habere poſſunt vires ipſæ. Atque hinc nata eſt nova quædam ſcientia, quam appellant de motu projectorum in quacunque gravitatis hypotheſi, ſeu de viribus centralibus, ſic vocantes communi nomine tum vim, quam centripetam, vel gravitatis vel attractionis dicunt, quia urget corpus in certum loci punctum, quod centrum virium vocant: tum aliam vim eodem tempore idem corpus urgentem per aliam directionem, quæ ſit ad angulum aliquem cum prima, & dicunt vim projectionis: tum conatum quemdam ejuſdem corporis recedendi a centro, qui ex ſimultanea actione virium projectionis, & centripetæ, ſuppoſita materiæ inertia neceſſario reſultat. Harum effectus eſt motus corporis per lineam curvam, quæ orbita dicitur, & etiam trajectoria.

371. Vis projectionis frequentius jam vis tangentialis vocitatur, quæ non eſt confundenda cum vi centrifuga, ut advertit Rogerius Boſcovich tum in notis ad Iridem Caroli Nocetii, tum in Supplementis ad Philoſophiam Benedicti Staii. Et ratio eſt, I. quia directio

ctio vis tangentialis ſemper facit cum directione vis centripetæ angulum aliquem: at directio vis centrifugæ eſt directe oppoſita directioni vis centripetæ, adeoque nullum cum hac facit angulum. II. quia menſura vis tangentialis ſe habet ad illam vis centrifugæ, ut quid infinitum ad finitum; In hac enim ratione eſt ſpatium, ſeu ſegmentum tangentis, quod dato tempuſculo infinite parvo percurreret corpus ſola vi tangentiali impulſum, ad ſpatium quod eodem tempuſculo idem percurreret ſola vi centripeta ſollicitatum. III. quia re penitius conſiderata vis tangentialis eſt vis quædam activa & poſitiva: at vis centrifuga non eſt quid neque activum neque poſitivum. Quippe eſt effectus vis inertiæ, quæ eſt quid mere paſſivum, & quædam negatio, ut alibi (1) declaravi, poſtulans ut corpus per diverſas directiones eodem tempore a vi tangentiali, & vi centripeta impulſum utrique obſequatur.

372. Ideam virium hujuſmodi quam maxime claram producit lapis per funem circumactus, in quo funis manu retentus exhibet vim centripetam: tenſio funis manifeſtat vim centrifugam: quæ etiam evidentior fit, ſi loco lapidis adhibeatur urceolus aqua plenus, quoniam hæc in hujuſmodi motu etiam cum in ſitu verticali tota immediate terram reſpicit, nunquam effluit. & ſuperpoſitum fundum urget & premit: conatus tandem rotati corporis recedendi per tangentem, ſicuti reapſe facit, cum primum manus funem deſerit, repræſentat vim tangentialem. Eamdem ideam primus Neutonus concluſit perpetuo exhiberi a motu Planetarum primariorum circa Solem, & ſecundariorum circa ſuos primarios, poſtquam animadvertit harum virium conſequentias eſſe tres leges, quas Keplerus deprehendit in Planetarum motibus ſervari, ex quo Keplerianæ appellantur: quarum prima eſt, planetas omnes moveri in Ellipſibus magis vel minus oblongis, ſive ut ajunt excentricis, circa Solem poſitum in altero ipſarum foco, qui eiſdem eſt communis: Secunda eſt, areas, quas radius planetam cum Sole conjungens, qui vector dicitur, deſignat, eſſe temporibus proportionales: Tertia eſt, quadrata temporum, quibus unuſquiſque planeta conficit ſuam periodum, eſſe ut cubos diſtantiarum a Sole, quæ mediæ ſint inter maximam & minimam, quas ſinguli diverſis temporibus habeant.

373. Ex his manifeſtum eſt cæleſtis phyſices cognitionem a ſcientia virium centralium ex integro dependere. Quamobrem cum accurate excoli cœperit, compertum eſt ad eam pertinere primo hoc theorema, corpus affectum actione virium centralium deſcribat neceſſe eſt circa centrum virium areas temporibus proportionales. Areæ nomine venit ſpatium incluſum inter arcum, & rectas ductas

(1) De Cauſ. efficien. num. 465. & 479.

Digitized by Google

ctas a centro virium ad extremitates ejuſdem arcus. Hujus theorematis demonſtrationem dedit Neutonus in ſuis Philoſophiæ principiis, eaque jam paſſim occurrit apud Phyſicos, ut Muſchenbroekium (1), Wolfium (2), una cum inverſo etiam theoremate, ſcilicet quod patiatur vires centrales corpus deſcribens curvam ita ut radiis ductis ad certum punctum in ipſius curvæ plano poſitum areæ ſint temporibus proportionales. Utrumque theorema locum habet etiam in hypotheſi, quod centrum virium moveatur, dummodo vis, quæ motum centro tribuit, eumdem efficiat in ipſo corpore in hoc centrum tendente; nam a motu communi pluribus corporibus mutuus eorumdem ſitus, nihil ut notum eſt perturbatur.

374. Secundo pertinent duo problematum genera. Primum eſt data lege, qua vires centrales agunt, determinare curvam, quam corpus deſcriberet. Itaque cum globus projectus ad quemvis angulum ſupra horizontem ſollicitetur ad motum a duabus viribus, quarum altera eſt, quæ ſemel agit, impreſſa ipſi globo a manu vel machinis, quæ proinde in vacuo conſtans eſſet, & per æqualia ſpatia æqualibus temporibus globum transferret in lineam rectam: altera vero eſt gravitas, quæ nunquam non urget corpora in terram, & quæ proinde uniformiter globum accelerat, oſtendam inferius globum illum deſcribere parabolam, quæ ſolum propter reſiſtentiam medii ab Apolloniana recedit. Alterum problematum genus eſt, data curva, quam corpus deſcribit, determinare legem, qua vires centrales agunt. Ita cum poſt Keplerum concludamus planetarum orbitas circa Solem non eſſe circulos, in quorum centro ſit Sol, quia modo ab illo remotiores, modo proximiores ſunt, & ne eſſe quidem circulos, extra quorum centrum ſit Sol, quia obſervationes oſtendunt diverſam eſſe eorumdem celeritatem in diverſis ſuarum orbitarum locis, ſed eſſe ellipſim, in cujus alterutro foco Sol manet, jam accedimus ad quærendum, quanam lege debeat agere vis centripeta, per cujus combinationem cum vi projectionis, hujuſmodi data curva a planetis deſcribatur, & invenimus poſtulari, ut agat in ratione inverſa quadrati diſtantiæ ipſorum a Sole.

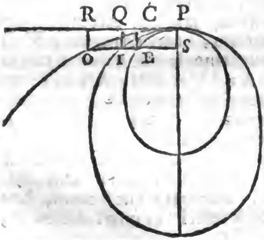
375. Hoc comperto dubitari jam nequit vires centripetas, quæ planetas afficiunt, eſſe inconſtantes. Quando enim ab apſide ima ad ſummam tendunt, illæ perpetuo decreſcant neceſſe eſt, quoniam eorum diſtantiæ a centro virium perpetuo augentur, cum vero a ſumma ad imam revertuntur, jam majores ſucceſſive fieri debent ex oppoſita ratione. Citatus Boſcovich quærens, quomodo dignoſci poſſit, quando corpus curvilineo motu actum debeat ad centrum virium accedere, quando vero recedere, & quando tandem eamdem ab eo diſtantiam ſervare excudit hoc theorema: Accedet,

(1) Muſs. Elem. Phyſ. §. 402. (2) Wolf. Elem. Mech. §. 651.

Digitized by Google

cedet, ſi directio vis tangentialis faciat angulum acutum cum recta ab ipſa tangente ad centrum virium ducta: recedet, ſi faciat angulum obtuſum: ſin faciat angulum rectum, ſicuti accidit in aphelio & perihelio, & generalius in ſumma & ima apſide, accedet, quando velocitas tangentialis minor ſit velocitate, quam corpus inchoans deſcenſum cum ea vi, quam ibidem habet, acquireret motu uniformiter accelerato in fine dimidiæ ſuæ diſtantiæ a centro virium: recedet autem, ſi velocitas tangentialis major ſit: circulum tandem deſcribet, ſi æqualis ſit prædictæ velocitati finali.

376. Univerſaliter loquendo primi generis problemata difficiliora ſunt illis ſecundi generis ex ratione, quam videſis apud Nicolaum de Martino (1). Celebre in problematis primi generis eſt illud de invenienda linea, quam deſcribere debeat corpus patiens eodem tempore determinatam vim projectionis, & vim centripetam in certum punctum ab eo diſtans, quæ in illud agit in ratione reciproca quadrati ejuſdem ab eo puncto diſtantiæ. Vidimus nuper determinatam ellipſim deſcribi a Planetis certam projectionis vim ſuſtinentibus, & ſimul in Solem impulſis a vi gravitatis juxta prædictam legem agentis. Nunc addam demonſtrari, quod iidem ſub eadem vi gravitatis, ſi vis projectionis intra certos terminos augeretur, deſcriberent ellipſim priori magis oblongam, ſi magis adhuc intra alios terminos ea vis intenderetur, deſcriberent parabolam: & ſi tandem novo incremento eadem vis augeretur, deſcriberent hyperbolam. Quod ut aliquatenus declarem, concipiatur Planeta P per rectam PR projectum deſcribere ellipſim PE, cujus alterum focum occupet Sol, in quem vi centripeta eodem tempore urgetur. Quo igitur tempore propter vim projectionis percurreret PC, & propter vim gravitatis ſimul agentem deſcenderet per PS, incedet via inter utramque media per PE perimetrum certæ ellipſeos. Quod ſi augeatur vis projectionis, ut eodem tempore poſſet percurrere PQ, jam manente eadem vi centripeta, ſive gravitatis percurret PI perimetrum alterius ellipſeos amplioris, utpote quæ eſt extra primam. Et quo majus erit incrementum vis projectionis, eo ampliorem ellipſim patet deſcripturum, done altero ejuſdem foco in infinitum abeunte abibit vel per parabolam PO, in



(1) Mart. Static. ſec. 4. cap. 3. pag. 459.

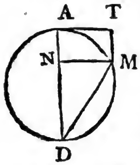
in quam ellipſis transformatur, vel per hyperbolam. Per parabolam quidem tunc ſolum quando vis projectionis ita augeatur, ut velocitas PR ſit media proportionalis inter velocitatem deſcenſus iſochroni RO, & parametrum. Per hyperbolam vero ſi velocitas PR non ſit amplius eo modo proportionalis propter quodvis incrementum.

ARTICULUS III.

De Viribus centralibus in circulo.

377. INter problemata ſecundi generis (§ 374) ſunt, quæ inquirunt legem virium centralium corporis, quod in circulo moveatur. Ex qua inquiſitione, quam primus Hugenius inſtituit, habemus præclara quædam theoremata, quæ juvat ſubjicere.

Theorema I. Vis centralis in motu corporis per circulum bene exprimitur per quadratum arcus infinite parvi diviſum per ejuſdem diametrum. Nam arcus ſit AM, diameter AD: Ducatur recta DM, & a puncto M demiſſa MN perpendiculari ad diametrum, exprimet AN vim centripetam; nam ſi ducatur tangens AT, & huic perpendicularis MT, hæc erit æqualis AN, & exprimet vim centrifugam, qua ſcilicet eo tempore, quo arcum AM corpus deſcripſit, a centro circuli receſſiſſet, niſi obſtaſſet æqualis vis oppoſita, nimirum centripeta. Jam ſic: Arcus AM utpote infinite parvus haberi poteſt pro recta; quare triangula AMN, ADM ſunt ſimilia, cum ambo ſint rectangula, & habeant unum angulum communem. Eſt igitur DA : AM :: AM : AN, ſive arcus AM eſt media proportionalis inter diametrum, & AN: adeoque quadratum arcus diviſum per diametrum eſt æqualis vi centripetæ, & conſequenter etiam centrifugæ. Q. E. D.



378. Coroll. I. Vis centralis in motu corporis per circulum eſt ut quadratum celeritatis diviſum per diametrum; nam in motu uniformi, qualis eſt in peripheria circuli, celeritas eſt ut ſpatium; hoc eſt ut arcus: ergo loco arcus poni poteſt celeritas, quæ ſi dicatur C, & diameter D, erit vis centripeta ut $\frac{C^2}{D}$.

379. Coroll. II. Vires centrales in motu duorum corporum per duos circulos ſunt ut $\frac{C^2}{D} : \frac{c^2}{d}$, hoc eſt in ratione directa duplicata celeritatum, & inverſa diametrorum: & quoniam diametri circulorum,

lorum, ſunt ut eorumdem radii, ſi hi dicantur R, r, erunt eædem vires etiam ut $\frac{C^2}{R} : \frac{c^2}{r}$.

380. Theorema II. Vires centrales in motu duorum corporum per circulos diverſos ſunt ut radii diviſi per quadrata temporum periodicorum, h. e. temporum, quibus corpus integram peripheriam percurrit. Nam velocitates in motu uniformi ſunt, ut ſpatia diviſa per tempus, quemadmodum paulo infra oſtendam: Spatia autem hic ſunt integræ peripheriæ circulorum, & hæ ſunt in ratione radiorum: ergo celeritates ſunt, ut radii diviſi per tempora periodica: ſive vocando C, c celeritates: R, r radios: & T, t tempora periodica, erit $C : c :: \frac{R}{T} : \frac{r}{t}$, & conſequenter $C^2 : c^2 :: \frac{R^2}{T^2} : \frac{r^2}{t^2}$: ergo cum vires centrales ſint (§. 379.) ut $\frac{C^2}{R} : \frac{c^2}{r}$, facta debita ſubſtitutione ſunt etiam ut $\frac{R}{T^2} : \frac{r}{t^2}$. Q. E. D.

381. Coroll. Quoniam ad æſtimationem completam virium centralium eorum, quæ ſe moveant in circulis, pertinet ſingulorum maſſa, ſi vocemus M & m maſſas duorum corporum, completæ hujuſmodi virium formulæ erunt $\frac{MR}{T^2} : \frac{mr}{t^2}$. Hinc ſi maſſæ ſint æquales, vires erunt ut diſtantiæ diviſæ per ſuorum temporum quadrata, ſive ut in theoremate II. $\frac{R}{T^2} : \frac{r}{t^2}$. Si maſſæ ſint inæquales, ſed diſtantiæ & tempora æqualia, erunt ut M : m. Si tandem maſſæ, & tempora ſint æqualia, ſed diſtantiæ inæquales, erunt ut R : r. Singula confirmant jam paſſim Philoſophi experimentis in corporibus impoſitis rotæ horizontaliter gyranti modo, quem Nolletus (1) deſcribit.

382. Theor. III. Si vires centrales fuerint in ratione reciproca duplicata radiorum, ſeu diſtantiarum a centro virium, erunt cubi radiorum, ut quadrata temporum periodicorum; nam vocando V & u vires, cum ex hypotheſi ſit $V : u :: \frac{1}{R^2} : \frac{1}{r^2}$, & etiam (§. 380.) $V : u :: \frac{R}{T^2} : \frac{r}{t^2}$, erit $\frac{1}{R^2} : \frac{1}{r^2} :: \frac{R}{T^2} : \frac{r}{t^2}$. Quare multiplicatis inter ſe extremis, & mediis habemus $\frac{R}{r^2 T^2} = \frac{r}{R^2 t^2}$, ſive $R^3 t^2 = r^3 T^2$. Unde extat hæc proportio $R^3 : r^3 :: T^2 : t^2$. Q. E. D.

383. Co-

(1) Noll. lect. 5. di Fiſic.

383. Coroll. Si cubi radiorum ſeu diſtantiarum a centro virium fuerint, ut quadrata temporum periodicorum, vires centrales erunt in ratione reciproca duplicata radiorum: nam ex theor. 2 eſt $V : u :: \frac{R}{T^2} : \frac{r}{t^2}$: Sed ex hypotheſi eſt $R^3 : r^3 :: T^2 : t^2$: ergo erit $V : u :: \frac{R}{R^3} : \frac{r}{r^3} = \frac{1}{R^2} : \frac{1}{r^2}$.

384. Vires centrales, quæ motum per alias curvas efficiant, determinantur ſimili modo, adhibendo tamen pro motu uniformi, qui in illarum deſcriptione non habet locum, ſicut in circulo, æquabilem arearum deſcriptionem, ut videre eſt apud multos, quos citat Jo. de Turre (1), qui poſt Neutonum (2) copioſe de his ſcripſerunt.

ARTICULUS IV.

Objectio contra vires centrales.

385. Freti theoria virium centralium a ſummis viris poſt Neutonum geometrice demonſtrata confidenter diximus (§. 374) planetas primarios retineri in orbitis ellipticis per vires centrales, ex quibus centripeta tanto major eſt in perihelio, quam in aphelio, quanto quadratum diſtantiæ aphelii majus eſt quadrato diſtantiæ perihelii. Nihilominus quoniam ſunt, qui hoc audito nihil jam de quibuſvis demonſtrationibus tamquam de paralogiſmis curantes, ſtatim concludunt debere planetas in perihelio poſitos in Solem decidere, & in aphelio conſtitutos a Sole in infinitum recedere, adeoque hujuſmodi vim centripetam non poſſe habere locum in motibus planetarum, ideo præſtat hanc ipſorum objectionem audire, & rationes, quas pro illa afferunt, perpendere.

386. Sic objiciunt. Poſito quod vis centripeta ſit in ratione inverſa quadrati diſtantiæ planetæ a centro virium, major hæc eſt, dum Planeta eſt in perihelio, quam in aphelio: & quamvis major etiam tunc ſit celeritas planetæ, nihilominus cum incrementum hujus celeritatis ſit in ratione inverſa diſtantiæ planetæ a Sole, non eſt æquiparabilis incremento vis centripetæ, quæ ſemper eſt in ratione inverſa quadrati ejuſdem diſtantiæ: ergo tunc deberet planeta ruere in Solem. Rurſus minima eſt celeritas planetæ, & etiam vis centripeta, dum planeta eſt in aphelio, ita tamen ut longe minor ibi ſit vis centripeta, quam ea celeritas, propter eamdem rationem de vi centripeta in ratione inverſa quadrati diſtantiæ, celeritate

(1) Tur. Phyſ. gen. num. 997. (2) Neut. Princ. lib. 1. ſec. 2. & 3.

ritate vero in ratione inverſa ſimplicis diſtantiæ : ergo tunc Planeta deberet abire a Sole in infinitum. Quod dicitur in antecedenti de incremento celeritatis in ratione inverſa diſtantiæ, quam habet a Sole, eſt conſequentia neceſſaria noti theorematis, quod celeritas planetæ in quovis orbitæ ſuæ puncto ſit inverſe, ut perpendiculum e centro virium in tangentem demiſſum, quod facile menti occurrit, poſtquam novimus areas deſcriptas a planetis eſſe temporibus proportionales; aſſumptis enim duabus areis æqualibus, altera circa aphelium, altera circa perihelium, quæ utpote expreſſa per totidem triangula, æſtimantur per baſes ductas in altitudines, jam manifeſtum eſt baſes eſſe in ratione inverſa altitudinum : ſed altitudines ſunt ipſa perpendicula in tangentes demiſſa, & baſes ſunt arcus deſcripti, hoc eſt ſpatia æquali tempore percurſa, hoc eſt celeritates, quæ pro tempore æquali, quando minimum aſſumatur, ſunt ut ſpatia, quia intra illud tempus pro uniformibus habentur : ergo celeritates illæ non ſunt in majori ratione, quam inverſa earum diſtantiarum.

387. *Reſp. concedo antecedentia*, *& nego conſequentias* : Nam quamvis in perihelio ſit major vis centripeta, & in aphelio minor, non tamen eſt tanto major in perihelio, quantum opus eſſet ad producendum hunc lapſum planetæ in Solem : neque tanto eſt minor contrario modo in aphelio, quantum opus eſſet ad ſeceſſionem planetæ in ſpatia imaginaria. Ut hoc planum fiat, ſupponenda ſunt tria theoremata ſupra (§. 379. & 380,) jam demonſtrata. Primum ut corpus percurrat eumdem circulum diverſis velocitatibus, puta cum velocitate primo ut unum, deinde ut duo, debent vires centripetæ eſſe inter ſe, ut quadrata velocitatum, hoc eſt in exemplo adducto, cum velocitate ut unum debet pati vim centripetam ut unum, & cum dupla ut quatuor : Et hoc modo perſeverabit ipſius motus in eodem circulo. Secundum, ut corpus percurrat eadem velocitate diverſos circulos, opus eſt ut vires centripetæ ſint inter ſe in ratione inverſa radiorum illorum circulorum. Exempli gratia, ut corpus eadem celeritate modo percurrat circulum, cujus radius eſt ut 1, modo circulum, cujus radius eſt ut 2, oportet ut vis centripeta in primo caſu ſit ut 2, in ſecundo vero ut 1. Tertium, quod eſt prædictorum corollarium, ut corpus percurrat diverſos circulos diverſis velocitatibus, opus eſt, ut vires centripetæ ſint in ratione compoſita ex directa quadrati velocitatum, & inverſa radiorum.

388. His ſuppoſitis ut intelligamus, planetam in perihelio, ubi maximam patitur vim centripetam non poſſe decidere in Solem, ſatis erit demonſtrare ipſum ibi ne pati quidem tantum vis centripetæ,

petæ, quantum neceſſarium eſſet ad deſcribendum circulum, cujus radius ſit diſtantia perihelii, ſed cogi ad inchoandos perpetuo novos circulos, quorum radii ſint major diſtantia. Eodem modo ut intelligamus planetam in aphelio non poſſe abire a Sole in infinitum, ſatis erit demonſtrare illum carere ea vis centripetæ quantitate, qua deſcribat circulum, cujus radius ſit diſtantia aphelii, ſed cogi ad declinandum in circulum, cujus radius ſit minor diſtantia. Quod ſic conficio. Vis centripeta neceſſaria planetæ ad deſcribendum circulum, cujus radius ſit ipſius diſtantia perihelia, ad vim centripetam neceſſariam ad deſcribendum circulum, cujus radius ſit ejuſdem diſtantia aphelia, facta hypotheſi ad majorem rei declarationem, quod velocitas in perihelio ſit dupla illius, qua movetur in aphelio, & quod ejus diſtantia in perihelio ſit ſubdupla illius, quam habet in aphelio, deberet eſſe ut octo ad unum; nam (§. 379) debet eſſe ut quadratum velocitatis ut 2 in perihelio, multiplicatum per ejuſdem diſtantiam in aphelio pariter ut 2, ad quadratum velocitatis in aphelio ut 1, multiplicatum per ejuſdem diſtantiam in perihelio pariter ut 1. Atqui cum vis centripeta planetarum ſit inverſe, ut quadratum ipſorum diſtantiæ a Sole, ea, cum planeta eſt in perihelio, invenitur ſe habere ad illam, quæ eidem poſito ad duplam diſtantiam in aphelio convenit, ſolum quadrupla: ergo non poterit planeta in perihelio conſiſtere in peripheria tantæ curvaturæ, quantam requirit circulus deſcriptus per radium, qui ſit diſtantia perihelii, ſed neceſſario procedet per curvaturam convenientem circulo majoris radii: adeoque non ſolum non decidet in Solem, ſed a Sole recedet, & aphelium verſus progredietur. Similiter non poteſt planeta non redire ab aphelio perihelium verſus, quia ibi ex eadem vis centripetæ lege patitur ejuſdem actionem quadruplo minorem illa, quam patiebatur in perihelio, quæ impar eſt ad eum retinendum in circulo, cujus radius ſit diſtantia aphelii; ad hoc enim habemus (§. 379.) requiri vim centripetam non quater, ſed octies minorem: ergo multo minus poterit planeta ab aphelio abire in infinitum a Sole.

389. Objectio jam ad evidentiam ſoluta, vetus eſt, quoniam pro ea citantur Hartſoeker, & P. Caſtel. Eam placuit non diſſimulare, quia recentiſſime vidi maximi æſtimari a Laurentio Altierio (1), & invictam reputari ab Hautecour in opuſculo, quod referunt etiam Trevoltiani (2), & ab his ipſis, qui ubi mentionem faciunt de reſponſione, quam protulit Maclaurinus in ſuo *Tractatu fluxionum*, mihi ignotam, ita illi non acquieſcunt, ut dicant (3) *fere nunquam ipſam ſolu-*

(1) Alt. Elem. Philoſ. tom. 3. §. 224.
(2) Mem. de Trev. an. 1760. ar. 66. & 89.
(3) Ibid. an. 1750. art. 45. pag. 856.

Digitized by Google

ſolutam ſatis fuiſſe: Et Anonymus apud eoſdem ex eadem ratione (1) maluit motum planetarum, & cometarum credere eſſe analogum illi, qui apparet in electrizatis corporibus, quæ poſtquam acceſſerunt corpori, ex quo fluit materia electrica, ab illo repelluntur, donec extincta paulatim repulſione ad ipſum iterum revertuntur, & hoc modo eorumdem itus reditusque diutius iterantur. Credit itaque a Sole materiam electricam perpetuo effluere, quæ planetas ad ſe attrahat, & cum ad certam diſtantiam acceſſerint repellat. Sed ſatis de commentis, quæ ſolum animi cauſſa referri poſſunt.

(1) Ibid. an. 1753. art. 34. pag. 744.



Digitized by Google

PARS XI.

De motu uniformi.

PROPOSITIO.

In motu uniformi celeritas, ſpatium decurſum, & tempus, quæ juxta ordinem, quo nominata ſunt, dicantur C, S, T, ſic ſe habent: Celeritas eſt in ratione ſpatii directa, & temporis inverſa, ſive eſt $C = \frac{S}{T}$: *Spatia ſunt in ratione compoſita celeritatis & temporis, ſive eſt* $S = CT$: *Tempus eſt in ratione directa ſpatii, & inverſa celeritatis, ſive eſt* $T = \frac{S}{C}$.

390. SINGULÆ hujus propoſitionis partes habentur tamquam regulæ motus uniformis (§. 16.), quas præſtat cognoſcere, quia cum corpora naturalia pro inertia ipſis eſſentiali perſeverent in ſtatu motus quem habeant, hic neceſſario erit uniformis, donec ab externa ipſis cauſa non perturbetur. Ex hujuſmodi regulis varia inferuntur, quorum aliqua methodo Euclidea demonſtrat poſt Galilæum (1) Guido Grandi (2), & multo plura commemorat Auctor Diſſertationis de Motu uniformi, quæ eſt apud Trevoltianos (3).

ARTICULUS PRIMUS.

Demonſtratio & corollaria primæ propoſitionis partis.

391. PRima pars eſt $C = S : T$, quæ ſic probatur. Una quantitas dicitur in ratione directa alterius, quando duplo, triplo.., unius ſemper reſpondet duplum, triplum... alterius: dicitur

(1) Gal. Due Scienz. Dial. 4.
(2) Gra. Inſtit. meccan. cap. 1.
(3) Mem. de Trev. an. 1701. Jan. p. 148.

citur vero in ratione inverſa, quando duplo, triplo..., unius ſemper reſpondet dimidium, ſubtriplum... alterius: Atqui celeritati duplæ, triplæ... impreſſæ mobili ſemper reſpondet pro eodem tempore ſpatium duplum, triplum..., & pro eodem ſpatio tempus ſubduplum, ſubtriplum... Nam non ſolum duplo velociorem dicimus, qui eodem tempore duplum altero ſpatium uniformiter percurrat, ſed etiam qui idem ſpatium conficiat dimidio temporis, quod alter inſumat: ergo $C = S : T$. Quæ formula non eſt accipienda tamquam enuncians comparationem, aut æqualitatem inter celeritatem, quæ eſt extenſio ſucceſſiva, & ſpatium, extenſionem permanentem, applicatum ad tempus, cum non poſſit inter quantitates heterogeneas cadere comparatio: ſed accipienda eſt, ut ſignificans celeritatem uniformem tantum creſcere vel decreſcere, quantum creſcat vel decreſcat hujuſmodi ſpatium. Ex eadem formula naſcuntur diverſæ aliæ ſatis uſitatæ loquutiones, quibus hæc eadem propoſitionis pars enunciatur. Dicitur enim celeritatem uniformem eſſe in ratione ſpatii percurſi ad tempus quo percurritur, ſeu eſſe ut ſpatium diviſum per tempus, ſeu ut ſpatium applicatum ad tempus.

392. Coroll. I. Si tempora ſunt æqualia in motu uniformi duorum corporum, ſequitur ſpatia percurſa eſſe ut celeritates. Quare ſi etiam celeritates intra idem tempus ſint æquales, ſpatia pariter erunt æqualia; nam cum ſit $C : c = \frac{S}{T} : \frac{s}{t}$, ſublato utrinque tempore æquali eſt $C : c = S : s$, & ſi prima hæc ratio ſit æqualitatis, erit etiam ſecunda. Hoc corollarium operoſe Wolſius demonſtrat (1) ſub nomine theorematis, ſicuti & alia quædam, quæ deinceps inferam.

393. II. Si celeritates in motu uniformi duorum corporum ſunt æquales, tempora ſunt ut ſpatia, & contra; nam ſi ſit $C = c$, erit etiam $\frac{S}{T} = \frac{s}{t}$, hoc eſt $S : T = s : t$, & permutando $T : t = S : s$.

394. III. Data celeritate uniformi determinari ſemper poterit vel tempus requiſitum ad datum ſpatium percurrendum, vel ſpatium, quod intra datum tempus confici poterit; nam dari hanc celeritatem, idem eſt ac dari hanc rationem $S : T$: quærere autem aliud tempus dato alio ſpatio, vel aliud ſpatium dato alio tempore, idem eſt ac quærere quartum terminum tribus jam datis proportionalem. Itaque data ea triremis celeritate, quæ per pulſus remorum 50, repetitos quater & vigeſies intra unum minutum percurrat, juxta Acad. Scient. Pariſ. an. 1702, hexap. 72, nullo negotio invenitur, quo tempore indigeat ad

(1) Wolf. Elem. Mech. num. 33.

Digitized by Google

ad conficienda data milliaria, vel quot ex his dato tempore conficiat, ſi fiat ut unum minutum ad hexapedas 72 : ita datum tempus ad quartum, vel ita tempus quæſitum ad quartum datum.

395. IV. Actio vis moventis uniformiter eſt proportionalis quantitati motus productæ; nam hæc eſt effectus neceſſarius hujus actionis. Quare ſi ea dicatur A, eſt $= MC$.

Articulus II.

Demonſtratio & corollaria ſecundæ propoſitionis partis.

396. Secunda pars eſt $S = CT$. Brevi ſic oſtenditur. Ex dictis eſt $C = \frac{S}{T}$: ergo utrinque multiplicando per T, erit $S = CT$. Hoc theorema aliter enunciatur dicendo ſpatium eſſe, ut rectangulum ex celeritate uniformi & tempore.

397. Corollarium I. Spatia percurſa eodem motu uniformi ſunt in ratione temporum; nam ſi ſpatia ab eodem corpore ſic deſcripta dicantur S & s, & tempora T & t, erit $S : s = CT : Ct$, & conſequenter cum celeritas ſit pro motu uniformi conſtans, erit $S : s = T : t$. Nihil clarius etiam ſine ullo calculo. Quis enim non videt, quod ſi unum milliare intra ſemihoram quis conficiat, & duo intra horam, eſſe unum milliare ad duo, ut ſemihora ad horam. Nihilominus Maclaurinus in hoc conſtituit primum theorema ſui *Tractatus fluxionum*, ex more ſcilicet mathematicorum, qui ipſa axiomata demonſtrant, niſi ſint ex maxime vulgaribus.

II. Factum ex celeritate in tempus diviſum per ſpatium eſt par unitati; nam eſt $CT = S$: ergo eſt $\frac{CT}{S} = 1$. Quare ſi ſint duo corpora motu uniformi ſe moventia erit utique $\frac{CT}{S} = \frac{ct}{s}$, quia ut ait Eulerus (1), habetur utrinque idem quotus.

III. Si ſpatia a duobus corporibus motu uniformi percurſa ſint æqualia, tempora ſunt in ratione inverſa celeritatum, & contra. Nam eſt $C : c = \frac{S}{T} : \frac{s}{t}$: ergo ablatis utrinque ſpatiis æqualibus erit $C : c = \frac{1}{T} : \frac{1}{t} = t : T$.

398. IV. Dato ſpatio motu uniformi percurſo intra determinatum tempus, per auream regulam invenitur ſpatium, quod quovis alio tempore percurret. Ita ſiquis intra 8 minuta conficiat paſſus 64, intra 1 conficiet 8; nam $8 : 64 :: 1 : 8$.

Ar-

(1) Eul. Mecha. tom. 1. num. 26.

Digitized by Google

Articulus III.

Demonſtratio & corollarium tertiæ propoſitionis partis.

399. Tertia pars eſt $T = \frac{S}{C}$. Brevi ſic demonſtratur. Ex dictis eſt $S = CT$: ergo utrinque dividendo per C, erit $T = \frac{S}{C}$.

Hinc infertur, quod ſi tempora, quibus corpora motu uniformi moventur, ſint æqualia, ſpatia percurſa ſunt ut celeritates, & contra. Nam quoniam eſt $C : c = \frac{S}{T} : \frac{s}{t}$, erit ſublatis utrinque temporibus æqualibus $C : c = S : s$. Adeſt machina, quæ oculis ſubjicit hoc theorema. Illa eſt tabula perpendiculariter collocanda ſupra horizontem, cujus altitudo ſit aliquot pollicum ut 9. Huic tabulæ adhæreant duo canales in figuram cycloidalem per totam altitudinem excavati, & continuati deinde in planum parallelum horizonti. Machinam ex Graveſande deſcribit, & delineat Jo. M. de Turre (1). Jam vero notum eſt proprietatem cycloidis eſſe, quod corpus eodem tempore per ipſius arcus inæquales vi gravitatis prolabitur, idemque videri poteſt demonſtratum a Wolfio (2), & extra controverſiam poſitum experimentis relatis a Graveſande (3), & citato Turre (4). Conſtitutis igitur duobus globis altero ad principium totius altitudinis cycloidis, quæ ſit ut 9, altero ad altitudinem ut 4, indeque uno eodemque inſtanti ſibi relictis, pervenient ambo eodem tempore ad finem arcus cycloidalis. Hoc poſito ex reliquo horizontali ſpatio eorumdem canalium accipiatur in uno ſpatium ut 3, quod relinquatur liberum ad decurſum globi in canali, cujus tota altitudo dimetienda eſt a globo delabente, in altero vero accipiatur ſpatium ut 2, quod ſit pariter liberum alteri globo ex minori altitudine corruenti. Tunc ut prius globo altero ab altitudine ut 9, & altero ab illa ut 4, uno eodemque inſtanti relictis, non ſolum eodem tempore pervenient ad finem arcuum cycloidalium, ſed proſequentes motum ſuum eodem etiam tempore occurrent repagulis poſitis in fine ſpatiorum ut 3, & ut 2. Igitur in hoc caſu tempus eſt idem, quo decurruntur ſpatia horizontalia ut 3, & ut 2. Et cum celeritates utpote naſcentes a motu uniformiter accelerato ſint in ratione ſubduplicata altitudinum, quod hic ſupponitur inferius demonſtrandum, ſcilicet ut radices numerorum 9, & 4, ſive ut 3,

(1) Tur. Phyſ. gener. num. 494.
(2) Wolf. Elem. Mecha. num. 311.
(3) Grav. Phyſ. Elem. a n.409. edit. 3.
(4) Tur. Scien. della Natur. par. 1. n. 544.

Digitized by Google

ut 3, & 2, jam patet ſpatia percurſa eſſe ut celeritates in duobus illis globis motu jam uniformi ſe moventibus per ſpatium horizontale.

400. Ex hoc theoremate non ſolum ſcimus globum, qui circa proprium axim rotetur, habere in diverſis ſuis partibus diverſam celeritatem, maximam in iis, quæ in medio globi ſunt, ſeu ut ajunt in ejus æquatore, & continuo minorem in iis, quæ propiores ſunt polis, ſed etiam ſingularum celeritatem eſſe in ratione circuli, quem deſcribunt, quandoquidem hi ſunt ſpatia eodem tempore ab omnibus percurſa. Alia quæ in eadem ſuppoſitione temporis æqualis inferuntur ſupra (§. 178. 182. & 184.) propoſui.



Digitized by Google

PARS XII.

De motu uniformiter accelerato vel retardato univerſim conſiderato.

PROPOSITIO PRIMA.

Si ſpatium motu uniformiter accelerato deſcriptum dicatur S, celeritas finalis in eodem motu, & conſtans in motu æquabili dicatur C, ac tempus utriuſque T, erit $S = \frac{CT}{2}$: ſive ſpatium in hoc motu eſt in ratione dimidii producti celeritatis finalis in tempus.

401. QUÆ in hoc motu contingant, obſervatu digna ſunt, quia ex dictis (§. 23.) locum habent in corporibus, quæ vulgus dicit vi ſui ponderis decidere, cum revera ab ignota cauſſa ipſis extrinſeca, & perpetuo agente ſcilicet gravitate, certa efficacia impellantur, quæ quoniam ſingulis quibuſvis momentis renovatur, auget ſucceſſive eorum celeritatem, donec experiatur eam ab interpoſito aere, vel alio medio reſiſtentiam, quæ illi æqualis ulteriorem accelerationem impediat; quemadmodum ocius accidit in corporibus maſſæ minus denſæ, & amplioris voluminis, & accideret in ceteris etiam denſioribus, ſi ex ea altitudine poſſemus gravitatis actioni permittere, ex qua limites ſuæ accelerationis acquirerent: in quibus propterea ſolis valet illud, motus in fine velocior. Ceterum obſervante De Lanis apud Maximum Mangold (1) ſenſibilis non eſt reſiſtentia aeris in deſcenſu corporis, cujus denſitas ſit ad illam aeris ut 1000 ad 1, niſi a prænimia altitudine decidat.

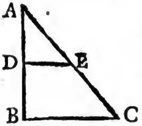
AR-

(1) Mang. Phyſ. gener. num. 232.

Articulus Primus.

Demonſtratio.

402. Paſſim Mechanici de hac propoſitione, tamquam de theoremate, meminerunt, ut Muſſchenbroekius (1), Wolfius (2), Grandius (3), Eulerus (4). Ea ſic demonſtratur. Spatium motu æquabili deſcriptum eſt (§. 396.) ut rectangulum ex dato tempore, & data celeritate, ſive eſt $S = CT$: Atqui in motu uniformiter accelerato, celeritas finalis, quæ ſcilicet habetur in fine dati temporis, non eſt eadem, quæ in ejus principio, ac decurſu habetur, cum gradatim augeatur æqualibus incrementis pro æqualibus temporibus (§. 16.): ergo ſpatium motu uniformiter accelerato deſcriptum minus eſt rectangulo ex dato tempore, & celeritate finali, ſed eſt ut factum ex dato tempore, & finali celeritate gradatim intra datum tempus acquiſita. Atqui hoc factum bene exprimitur per aream tranguli, cujus unum latus ſit datum tempus, aliud vero celeritas finalis, adeoque per aream, quæ eſt dimidium rectanguli ex dato tempore in celeritatem finalem: ergo in motu uniformiter accelerato eſt $S = \frac{CT}{2}$. Aſſumptio cum Galilæo & Carteſio (5) ſic oſtenditur. In oppoſita figura AB exprimat datum tempus, & BC illi ad angulum applicata celeritatem finalem. Jam ſic. Celeritates in hujuſmodi motu ſunt in ratione temporum: ergo ſicuti ſe habet BC celeritas finalis ad ejus dimidium, vel quamcunque ipſius partem DE, ita ſe habet tempus AB ad dimidium temporis, vel quamcunque ipſius proportionalem partem AD: Atqui hæc proportio BC : DE :: AB : AD eſt juxta Euclidem (6) proprietas areæ trianguli rectilinei, quæ ſecta ſit per lineas baſi parallelas: ergo ſpatium in hoc motu bene exprimitur per aream trianguli, cujus latera modo jam dicto determinantur.



403. Hinc manifeſtum eſt jure ac merito hujuſmodi triangulum vocari planum celeritatis uniformiter variabilis; nam linea exprimens celeritatem uniformiter variantem concipitur per ſuum fluxum deſcribere tale triangulum, quod in hujuſmodi motu accelerato incipiens a vertice trianguli deſcendit ad baſim: contra vero in motu

(1) Muſs. Elem. Phyſ. §. 240.
(2) Wolf. Elem. Mech. §. 92. & 97.
(3) Gran. Mecca. prop. 26. art. 2. & prop. 34. coroll. 2.
(4) Eul. Mecha. tom. 1. num. 230.
(5) Cart. Epiſ. part. 1. epiſt. 115.
(6) Eucl. Elem. 6. prop. 2.

Digitized by Google

motu ſimiliter retardato deſinit in verticem trianguli aſcendens a baſi. Atque ita congruunt inter ſe hi motus in hypotheſi, quod eadem intercedat vis in utroque motu, ut in iiſdem a vertice diſtantiis celeritates ſint æquales.

404. Hoc nomen planum celeritatis commune jam eſt apud Auctores, & habet diverſam ſignificationem ab alio uſitato pariter nomine ſcala celeritatis. Planum enim celeritatis ſignificat figuram, quæ naſcitur ex celeritate applicata tempori, ſive figuram, in qua lineæ rectæ repræſentanti tempus continue applicantur celeritates pro ratione, quam ſervant cum tempore. Quare hujuſmodi nomen genericum eſt, ejuſque differentia ſpecifica dependet a ratione, quam celeritas ſervet cum tempore. Sicuti enim in hypotheſi celeritatis, quæ ſit continue ut tempus, ipſius planum terminatur a linea recta, ita in hypotheſi celeritatis. quæ eſſet continue ut quadratum temporis, terminaretur a parabola. Scala autem celeritatis vocatur figura, quæ naſcitur ex celeritate applicata ſpatio, hoc eſt figura, in qua lineæ rectæ repræſentanti ſpatium continue applicantur lineæ, quæ repræſentant celeritates pro ratione, quam habent cum ſpatio. Hoc pariter nomen eſt genericum, & a particulari ratione celeritatis ad ſpatium conſtituitu in determinata aliqua ſpecie. Ita ſcala celeritatis in motu gravium uniformiter accelerato vel retardato a gravitate conſtanti in medio non reſiſtente eſt Parabola; nam cum ex dictis in hoc motu ſpatium ſit ut quadratum celeritatis, eſt in ratione abſciſſæ in parabola ad quadratum ordinatæ ſibi reſpondentis. Explicatio horum nominum facit, ut intelligamus alia ſimilia nomina paſſim a Mechanicis uſitata, ut planum virium, & ſcala virium; planum enim virium ſignificat figuram, in qua abſciſſæ repræſentant tempora, & ordinatæ vires motrices: Scala autem virium figuram, in qua abſciſſæ repræſentant ſpatia, & ordinatæ vires motrices. Ita planum & ſcala virium in hypotheſi gravitatis conſtantis eſt rectangulum: at ſcala virium in hypotheſi gravitatis, quæ ſequatur rationem inverſam quadratæ diſtantiæ a centro, eſt figura terminata a cubica hyperbola, ut demonſtrat Nicolaus de Martino (1). Similiter intelligimus planum ſpatii eſſe figuram, in qua abſciſſæ deſignant tempora, & ordinatæ ſpatia: ſcalam vero temporis eſſe figuram, in qua abſciſſæ repræſentant ſpatia, & ordinatæ tempora. Atque ſicuti in ordine ad ſpatia non habet locum ſcala ſpatii, quia hoc nequit ſimul aſſumi pro abſciſſa & ordinata: ita in ordine ad tempus non datur planum temporis ex ſimili ratione. Ubi Guido Grandi eaſdem horum nominum notiones exponit (2) dicit Al-

 phon-

(1) Mart. Elem. Static. ſec. 3. cap. 1. pag. 262.

(2) Gra. Note al Galileo del moto accelerato nùm. 7.

phonſum Borellium primum fuiſſe, qui de his planis, & Cavalierium qui de his ſcalis cogitaverit.

Articulus II.

Corollaria generalia.

405. I. Grave motu æquabili decurrens cum celeritate finali deſcriberet eodem tempore duplum ſpatium; nam deſcriberet ex dictis parallelogrammum, adeoque duo triangula. Brevius ſic conficitur: Ex formula $S = \frac{CT}{2}$, ſequitur $2S = CT$, quæ eſt formula ſpatii pro motu æquabili.

406. II. Grave ſpatium, quod percurrit dato tempore, percurreret motu æquabili celeritate finali intra medietatem dati temporis, & etiam dimidia celeritate finali intra datum tempus; nam $S = \frac{CT}{2} = C \times \frac{T}{2} = T \times \frac{C}{2}$. Hæc ultima formula continet theorema, quod Galilæus ſcientiam de hoc motu excudens (1) primum poſuit.

407. III. Celeritas finalis gravium eſt in ratione compoſita vis acceleratricis ac temporis, adeoque eſt $C = AT$; nam ſi aſſumantur tempora æqualia, celeritates erunt ut vires, & poſitis viribus æqualibus erunt ut tempora: ergo ſunt in utriuſque ratione conjunctim. Idem concluditur etiam ex eo quod celeritas finalis gravium ſit, qualis convenit motui uniformiter accelerato, ſcilicet in ratione temporis (§. 22.): eademque neceſſe eſt major ſit pro majori vis acceleratricis intenſione.

408. IV. Spatium a gravi decurſum eſt in ratione compoſita ex ſimplici vis acceleratricis & duplicata temporis; nam ſi in formula $\frac{CT}{2} = S$ pro C ponatur AT, erit $\frac{ATT}{2} = S$, & omiſſo numero 2, qui utpote quantitas conſtans nihil afficit rationem inter hujuſmodi formulas, erit $S = ATT$.

409. V. Idem ſpatium eſt etiam in ratione compoſita ex duplicata celeritatis finalis, & reciproca vis acceleratricis. Nam cum ex modo dictis ſit $S = ATT$, erit $AS = AATT$, & poſito C pro AT erit $AS = CC$, adeoque $S = \frac{CC}{A}$. Quare ſi vis fuerit conſtans erit ſpatium, ut quadratum tum temporis tum celeritatis.

410. VI. Celeritas finalis gravium eſt etiam in ratione compoſita ex ſubduplicata vis acceleratricis & ſpatii: nam ex nuper dictis eſt

(1) Gal. Nuove Scienz. Dial. 3.

Digitized by Google

eſt $S = \frac{CC}{A}$, adeoque $CC = AS$: ergo $C = \sqrt{AS}$. Et ſi vis fuerit conſtans, erit hæc celeritas, ut radix quadrata ſpatii. Hinc cum talis ſit gravitas, quæ deorſum accelerat corpora ſibi relicta in diverſis diſtantiis a ſuperficie terræ, quas eligere commode poſſumus ad capienda experimenta, fit ut celeritates ab illis acquiſitæ ſint ut radices quadratæ altitudinum, ex quibus deſcendunt; hæ enim ſunt ſpatia decurſa. Corrigendus igitur eſt inquit Whiſtonus (1), error Hugenii ſeu editorum ejus libri de Vi centrifuga, qui celeritatem finalem ſupponunt eſſe ut ſpatium. Effectus, qui neceſſario proportionales ſunt hujuſmodi cauſſis, theoriam confirmant. Hos ſubjiciunt experimenta, quibus compertum eſt a Franciſco de Lanis (2), & aliis deinde, corpus quod cadens ex certa altitudine ſupra exactæ bilancis lancem elevat determinatum pondus, idem cadens ex quadrupla duplum, & ex noncupla triplum elevare.

ARTICULUS III.

Corollaria quæ ſunt theoremata circa deſcenſum corporum.

411. I. Corpus vi gravitatis deſcendens percurrit duplo tempore ſpatium quadruplum, triplo noncuplum, & generaliter ſpatium ab ipſo percurſum eſt in ratione quadrati temporis; nam per gravitatem, quæ per obſervationes reperitur conſtans in ſingulis locis circa terram, ex quibus licet experimenta inſtituere, quæ non ſunt niſi ex apice alicujus turris, aut tholi, corpora ex materia paulo denſiori, qualis neceſſe eſt ſumatur, ut reſiſtentia medii aerei ſit inſenſibilis, deſcendunt motu uniformiter accelerato, ut iiſdem experimentis conſtat. Sed in hujuſmodi motu ſpatia ſunt, ut quadrata temporum (§. 408.): ergo corpus vi gravitatis deſcendens percurrit duplo tempore ſpatium quadruplum, & ſic deinceps. Quare ſi tempora fuerint in proportione arithmetica 1.2.3.... ſpatia a gravi percurſa erunt 1.4.9... Atque cum uno minuto ſecundo temporis compertum ſit grave percurrere pedes circiter 15, duobus ſecundis percurret 15 × 4, tribus ſecundis 15 × 9, & ita porro. Theoriam confirmant experimenta, quæ Galilæus quidem (3) inſtituit ſupra planum inclinatum, quod conſtabat ex lignea tabula longa duos circiter cubitos, in qua excavaverat canalem latum uno pollice, & veſtitum lævi membrana ipſi agglutinata, ut globulus æneus perpolitus libere per ipſum deſcenderet, inve-

 nitque

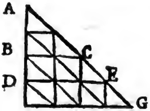
(1) Whi. Præl. Phyſ. Math. 29. n. 63.

(2) Lan. Magiſt. tom. 1. tract. 3. lib. 1. cap 2.

(3) Galil. Nuova Scienza del moto Dial. 3.

nitque conſtanter, quod ſi globus ſibi relictus ab altitudine ut unum, impenderet unum temporis ſcrupulum, idem delabens a quadrupla duobus tantum indigeret. Ricciolius vero (1) magis directe experimenta hæc perfecit Bononiæ, menſurando tempus deſcenſus globi cretacei unciarum 8 ex diverſis altitudinibus. De utriſque mentio diſtincta fit jam paſſim a phyſices Scriptoribus. Quod experimenta gravium fiant in iiſdem terræ locis, non vero in uno poſito ad unam latitudinem, & alio ad aliam ſatis remotam: & quod fiant per corpora denſa ad impediendam nimis ſenſibilem reſiſtentiam medii, ſunt duæ hypotheſes, ſub quibus affirmantur ea etiam, quæ ſequuntur.

412. II. Spatia ſingulis ſucceſſive temporibus æqualibus, ut ſingulis minutis ſecundis percurſa a corpore motu uniformiter accelerato vel retardato, ſunt ut numeri impares 1 . 3 . 5 . . . qui in motu quidem accelerato, ſumi debent in ſerie creſcente, in retardato vero in ſerie decreſcente. Nam ſi ex ſpatio ut 4, repræſentato a quatuor triangulis æqualibus, quæ conflant triangulum ABC, motu uniformiter accelerato percurſum intra duo prima tempora, detrahatur ſpatium ut unum percurſum intra primum tempus, remanet ſpatium ut 3. Et ſimiliter a ſpatio ut 9 repræſentato a novem triangulis æqualibus, quæ ſunt triangulum ADE, detrahendo ſpatium ut 4 decurſum duobus primis temporibus, remanet ſpatium ut 5, & ſic de reliquis. Viceverſa in motu uniformiter retardato ſi ex ſpatio ut 12 decurſo duobus primis temporibus, & repræſentato a 12 triangulis æqualibus contentis in trapezio BG ſubtrahatur ſpatium ut ſeptem decurſum primo tempore, remanet ſpatium ut 5: & a ſpatio ut 15 decurſo tribus primis temporibus ſubtrahendo ſpatium ut 12 pertinens ad duo prima, remanet ſpatium ut 3.



413. Theoriam oculis ſubjiciunt experimenta. Ex illis Ricciolii conſtat globum cretaceum unciarum octo ſibi relictum ab altitudine pedum 280 Turris Bononienſis confeciſſe pedes 10 primo tempore per oſcillationem penduli certæ longitudinis determinato, ſecundo 30, tertio 50, quarto 70, & quinto 90. Ex aliis habitis Pariſiis apud Purchotium (2) habemus lapſum corporis intra minutum ſecundum pedes 15. poll. 1. lin. 2, triplum fuiſſe intra duo, & quintuplum intra minuta tria. Aberrationes, quas ab hac proportione invenit De Chales (3) in ſuis experimentis, nihil huic concluſioni officiunt, cum tenues ſint, adeoque in reſiſtentiam medii, vel alias cauſas refundendæ.

414. Obji-

(1) Ricc. Almag. tom. 1. lib. 2. cap. 21. prop. 4.

(2) Purch. tom. 2. ſec. 4.

(3) De Chal. Stat. lib. 2. prop. 1.

Digitized by Google

414. Objicitur. Ut ſpatia decurſa ſucceſſive a gravibus ſint ſicuti numeri impares, opus eſt ut initio deſcenſu velocitas exprimatur per apicem trianguli, quemadmodum ſupponit Galilæus: Atqui non poteſt ſic exprimi; nam vis gravitatis dat velocitatem determinatam in ipſo deſcenſus initio: ergo hæc debet exprimi per lineam determinatæ extenſionis: ergo nulla eſt facta demonſtratio.

Reſp. conc. maj. & nego min. Ad probationem *conc. ant, & nego conſeqm*. Velocitas enim determinata, quam imprimit gravitas corpori in ipſo ſui deſcenſus initio, non eſt aliud, quam aptitudo ad decurrendum determinatum ſpatium determinato tempore. Sicuti igitur determinatum ſpatium ac tempus non habent pro ſui initio extenſionem ullam determinatam a nobis aſſignabilem, ſed habent tantummodo extenſionem quamdam, quæ eſt in ratione infiniteſimi ad quamvis determinatam extenſionem a nobis aſſignabilem, & quæ hujus principium dicitur; ita etiam determinata velocitas non habet in ſui initio niſi extenſionem, quæ eſt illius principium, quod bene exprimitur per apicem trianguli. Hanc objectionem fecit De Chales in Statica, eamdemque promovit Franciſcus de Lanis, quos citat & confutat Jo. de Turre (1). Quod hic adverto de celeritate, quæ ipſo ſui initio vel evaneſcentia non habet determinatam extenſionem aſſignabilem, opus eſt habere præ oculis in iis, quæ deinceps ſequuntur.

415. III. Admirari & laudare debemus ſapientiam Creatoris in ſtabilienda acceleratione in lapſu gravium. Si enim motu æquabili deſcenderent, qualem habent ſub initium, is inſenſibilis eſſet, adeoque non ſolum incapax exhibendi nobis tot commoda, quæ ab accelerato ad uſus vitæ haurimus, ſed nullius plane uſus. Quod De Chales (2) apud Hauſerum (3), & Mangoldum (4) ſic demonſtrat. Etſi minutum ſecundum dividi poſſit in minuta tertia quarta & alia in infinitum, attamen non procedamus ultra diviſionem in minuta decima. Horum numerus pro uno ſecundo eſt 167 961 600 000 000: hujus vero numeri quadratum eſt 382 110 990 745 600 000 000 000 000 000. Igitur quoniam ſpatia in motu accelerato ſunt ut quadrata temporum, ſpatium a gravi percurſum primo minuto decimo eſt ad pedes circiter 15, quos nunc percurrit intra unum minutum ſecundum, ut eſt unitas ad prædictum decimorum quadratum. Concipiamus nunc pedes 15 diviſos in totidem ſpatiola, quot ſunt tempuſcula expreſſa ab eo quadrato, & fingamus grave deſcendere motu uniformi, jam neceſſe erit, ut pro quolibet tempuſculo unicum reſpondens ſpatiolum percurrat. Igitur omnia hujuſmodi exigua ſpatia, quæ conflant pedes 15 non percurret, niſi

(1) Tur. Phyſ. gener. n. 496. & ſeq.
(2) De Cha. Stat. lib. 2, prop. 22.
(3) Hau. Phyſ. gen. num. 884.
(4) Man. Phyſ. gen. num. 234.

Digitized by Google

niſi exactis omnibus minutis decimis expreſſis in illo quadrato, eſt annis circiter 5 322 381.

Articulus IV.

Corollaria quæ ſunt problemata circa deſcenſum corporum.

416. I. Dato tempore invenire altitudinem ſeu ſpatium, quod in medio aere ſola vi gravitatis corpus percurret, & contra dato ſpatio invenire tempus,

Prima problematis pars ſic ſolvitur. Invenire quantum ſpatii percurrat grave ſola vi gravitatis intra datum tempus, idem eſt ac in ſummam redigere ſeriem arithmeticam numerorum imparium, quæ incipit ab uno minuto ſecundo, intra quod experientia docet corpus in medio aere percurrere 15 circiter pedes Pariſienſes, & deſinit in datum numerum minutorum: Atqui ſeries numerorum imparium redigitur in ſummam faciendo quadratum dati numeri terminorum: ergo faciendo quadratum dati numeri minutorum invenitur ſpatium a corpore percurſum intra data minuta, quod multiplicari debet per 15, ut redigatur in pedes, ad quos refertur ſpatium primo minuto decurſum. Minor ſic cum Tacqueto (1) probatur. Series terminorum in progreſſione Arithmetica redigitur in ſummam multiplicando dimidium ſummæ extremorum per datum numerum terminorum: atqui dimidium ſummæ extremorum ſeriei, quæ eſt in progreſſione arithmetica numerorum imparium, quæ ab unitate incipit, eſt par dato numero terminorum; pergit enim ab unitate per continuam differentiam binarii ipſi ſuperadditam: ergo ſeries numerorum imparium redigitur in ſummam multiplicando datum numerum terminorum per ſe ipſum, quod idem eſt ac faciendo quadratum dati numeri terminorum. Aliam pro eadem minori argumentationem præter hanc omnium optimam dabit Whiſtonus (2). Itaque ſit tempus datum minuta 4, quadratum ipſius eſt 16. Hic numerus multiplicetur per 15 pedes, & numerus pedum 240 eſt quæſitus numerus ſpatii omiſſis fractionibus, quod corpus percurret motu uniformiter accelerato intra quatuor minuta.

417. Secunda problematis pars, nimirum dato ſpatio ſola vi gravitatis percurſo invenire tempus, ſolvitur utendo eadem ratione, ſed inverſo modo. Spatium datum dividatur per numerum pedum, qui deſcribuntur uno temporis ſecundo: a quoto extrahatur radix quadrata: hæc erit numerus minutorum quæſitus. Itaque ſit turris alta pedes 240, ex qua grave deſcendat: hi pedes diviſi per 15, qui aſſumi

(1) Tacq. Arith. (2) Whi. Præl. Phyſico-math. 9. Lemm. pag. 91

Digitized by Google

aſſumi poſſunt pro illis primo minuto ſecundo decurſis, dant pro quoto numerum 16. Ab hoc extracta radice quadrata habetur 4, qui eſt numerus quæſitus neglectis fractionibus.

418. Aliter hoc problema, quod pertinet ad primam partem ſic ſolvitur. Si ſpatium, quod intra notum tempus novimus grave deſcribere, dicatur S, ipſum autem tempus T, habetur (§.408) hæc ratio $S : T^2$. Aſſumatur jam tempus aliud quodlibet, quod dicatur t, intra quod dicatur s ſpatium deſcribendum, habebitur pariter ratio $s : t^2$. Quare erit $S : T^2 :: s : t^2$. Et factis conſuetis operationibus erit $s = \frac{St^2}{T^2}$; & $t^2 = \frac{sT^2}{S}$, & $t = \sqrt{\frac{sT^2}{S}}$. Itaque cum notum ſit corpus ex denſioribus hic prope terram in libero aere percurrere ex quiete intra unum minutum ſecundum pedes circiter 15, ſive accurate juxta obſervationes Mairani pedes Pariſienſes 15, pollices 1, lineas $2\frac{128}{1000}$: ſeu diviſo pede in partes 1000, pedes $15\frac{098}{1000}$, definitur ſpatium ex quiete decurſum intra quatuor ſecunda eſſe pedes $240\frac{568}{1000}$; nam ſubſtitutis in formula $s = \frac{St^2}{T^2}$ notis valoribus erit $s = \frac{15,098 \times 16}{1} = 240,568$. Et quod pertinet ad ſecundam partem ſub iiſdem datis, & ſuppoſitionibus, ſi quæratur, quo tempore percurrat grave ſpatium 240, 568 definitur hujuſmodi tempus eſſe quatuor minuta ſecunda. Subſtituto enim noto valore in formula $t = \sqrt{\frac{sT^2}{S}}$, erit $t = \sqrt{\frac{240,560 \times 1}{15,098}} = \sqrt{16} = 4$.

419. Brevi concluditur inveniri ſpatium, quod dato tempore corpus vi gravitatis percurrit, ſi fiat $T^2 : t^2 :: S$: ad quartum, hoc eſt ut quadratum temporis, intra quod notum eſt, quantum ſpatii grave percurrat, ad quadratum alterius temporis, cujus quæritur ſpatium: ita ſpatium reſpondens primo tempori ad quartum terminum, qui erit ſpatium quæſitum. In hanc enim proportionem reſovitur æquatio $s = \frac{St^2}{T^2}$. Et ſimiliter, quia æquatio altera $t = \sqrt{\frac{sT^2}{S}}$ naſcitur ex hac alia proportione $\sqrt{S} : \sqrt{s} :: T$: ad quartum, invenitur tempus præteritum in deſcenſu corporis per datum ſpatium, ſi fiat ut radix quadrata ſpatii decurſi intra notum tempus ad radicem quadratam ſpatii decurſi intra ignotum tempus, ita notum tempus ad quartum terminum, qui erit tempus quæſitum.

420. II. Ignotam altitudinem turris, quæ tota oculis ſit ſubjecta per deſcenſum gravis determinare. Obſerva minutum, quo aliquis

quis ſupra turrim poſitus relinquit gravem globum, ne ſcilicet reſiſtentia ſit relate ad illum ſenſibilis. Obſerva præterea minutum, quo tandem ſolum attingit, jamque habetur tempus, quo vi gravitatis globus altitudinem illam percurrit: ergo ſi juxta dicta fiat, ut 1 min. ſec. ad pedes 15, ita quadratum comperti temporis ad quartum, hic erit altitudo quæſita. Deficiente horologio, quod minuta ſecunda deſignet, poterit aliquo modo per pulſus arteriæ tempus colligi, quando notum aliunde ſit, quoties tibi non defatigato pulſet arteria intra datum tempus. Quando tota altitudo non ſit conſpicua, qua adhuc ratione poſſit dignoſci ope fragoris, quem excitat grave. cum ſolum percutit, operioſioris eſt indaginis, ut notat Jo. de Turre (1).

421. III. Data projecti celeritate, ſpatio ſcilicet intra certum tempus uniformi motu percurſo, invenire altitudinem, e qua cadendo eamdem celeritatem acquireret. Exemplo oſtenditur modus, quo quæſtioni ſatisfiat. Ea ſit projecti altitudo, qua uno ſecundo minuto decurrat pedes 135, quæritur, qua altitudine opus ſit, ut grave ex ea delabens habeat hanc celeritatem. Habemus grave percurrere pedes 15 primo minuto ſecundo, & ſpatia ſucceſſiva pro æqualibus minutis eſſe ſecundum numeros impares. Pro minuto igitur, quod primum ſequitur, habebitur ſpatium pedum $15 \times 3 = 45$: pro tertio $15 \times 5 = 75$: pro quarto $15 \times 7 = 105$: pro quinto $15 \times 9 = 135$, quæ eſt quantitas pedum par datæ celeritati. Opus igitur eſt ad hanc acquirendam altitudine pedum 375; hujus enim excurſus requirit quinque ſecunda, ut ſtatim exhibet ſola proportio $T^2 : t^2 :: S : s$, quæ hic valet $1 : 25 :: 15 : 375$. Ita qui adverterit tempus jactus horizontalis globi per tormentum exploſi, jam poteſt cognoſcere altitudinem, e qua opus eſſet ipſum demittere, ut parem haberet celeritatem, dum ſolum contingeret.

(1) Tur. Phyſ. gen. num. 386.

PRO-

Digitized by Google

PROPOSITIO II.

In motu uniformiter accelerato vis acceleratrix eſt in ratione directa ſpatii, & reciproca duplicata temporis, & etiam in ratione duplicata celeritatis directa, & reciproca ſpatii, & etiam in ratione directa celeritatis finalis, & reciproca temporis, ſive eſt $A = \frac{S}{T^2} = \frac{CC}{S} = \frac{C}{T}$.

Articulus Primus.

Demonſtratio.

422. IN hoc motu eſt (§. 407.) $C = AT$, & etiam (§. 410) $C = \sqrt{SA}$: ergo eſt $AT = \sqrt{SA}$, adeoque $A^2T^2 = SA$: ergo $AT^2 = S$: adeoque $A = \frac{S}{T^2}$. Quod erat primum.

Deinde in hoc motu eſt (§. 409) $S = \frac{CC}{A}$: ergo $AS = CC$, adeoque $A = \frac{CC}{S}$. Quod erat ſecundum.

Tandem in hoc motu eſt (§. 407.) $C = AT$: ergo eſt $A = \frac{C}{T}$. Quod erat tertium.

423. Exemplum vis acceleratricis diverſæ habemus in deſcenſu corporum ſupra plana diverſæ ad horizontem inclinationis; deſcendunt enim ex vi gravitatis relativæ, quę major eſt in plano minus recedente a perpendiculo, quam in plano ab eo magis remoto. Aliud exemplum exhibet corpus deſcendens in fluidis diverſæ denſitatis; cum enim deſcendat per ſolum exceſſum ſui ponderis ſupra illud, quod eſt in fluido paris cum ipſo voluminis, hic diverſus eſt pro diverſa denſitate fluidi, & proinde diverſa eſt vis acceleratrix, quæ ab eo exceſſu dependet. Tandem cum conſtet ſpatium eodem tempore percurſum a gravibus prope terram majus ſemper eſſe, quo major ſit latitudo, in qua ſibi relinquantur, neceſſe eſt gravitatem, quæ eſt vis acceleratrix, eſſe ab æquatore ad polos ſucceſſive majorem.

Digitized by Google

Articulus II.

Corollaria.

424. I. Vires acceleratrices in mobilibus, quæ eamdem tandem celeritatem habeant, ſunt in ratione inverſa temporum; nam ſi eſt $A : a :: \frac{C}{T} : \frac{c}{t}$, ſublatis utrinque æqualibus celeritatibus eſt $A : a :: t ; T$.

425. II. Eædem vires in mobilibus, quæ ſpatium æquale decurrant diverſis temporibus ſunt in ratione inverſa duplicata temporum; nam ſi eſt $A : a :: \frac{S}{T^2} : \frac{s}{t^2}$ ſublatis utrinque ſpatiis æqualibus eſt $A : a :: t^2 : T^2$. Ita quia compertum eſt gravia hic prope terram percurrere ſibi relicta pedes circiter 15, Lunam vero terræ accedere per idem ſpatium intra minuta ſecunda 360, qui eſt numerus quadratus ſecundorum 60, concluditur vim gravitatis, quæ urget corpora in terram eſſe ad illam, quæ urget Lunam in ipſam terram: ut 360 ad 1, quæ eſt ratio inverſa duplicata hujus rationis 1 : 60.

426. III. Eædem vires in mobilibus ęquale ſpatium eodem tempore decurrentibus ſunt in ratione æqualitatis; nam cum ſit $A : a :: \frac{S}{T^2} : \frac{s}{t^2}$, ſi ratio ſecunda eſt ratio æqualitatis, erit etiam prima. Itaque quoniam experimentis conſtat corpora diverſiſſimi ponderis, ut aureum & plumam eodem puncto temporis ſibi relicta in vacuo ab aere excipulo eodem pariter puncto temporis pervenire ad illius fundum, concluditur unam eamdemque eſſe vim gravitatis, qua corpora deſcendunt. De hoc celebri experimento meminit Neutonus (1), quod Deſagulierius coram Rege Angliæ eodem ſucceſſu renovavit, ut referunt Tranſactiones Philoſophicæ n. 354, & paſſim jam exhibetur in Muſeis Phyſicis, quæ inſtructa ſint machina ad hoc munus opportuna, quam multi poſt Graveſandem & Nolletum deſcribunt. Idem ex parte confirmat ſtrepitus, quem ad inſtar lapidis edit malleus, ut ajunt aquaticus, hoc eſt parum aquæ incluſæ in tubo ab aere, ope caloris quantum fieri poteſt liberato, dum perpendiculariter ſuccuſſa in fundum recidit.

427. IV. Spatia a mobilibus percurſa eodem tempore per vires acceleratrices inæquales ſunt ut vires; nam cum ſit $A : a :: \frac{S}{T^2} : \frac{s}{t^2}$, ſublatis utrinque temporibus æqualibus erit $S : s :: A . a$. Itaque quo-

(1) Neu. Princ. Philoſ. lib. 3. Schol. gen.

quoniam Neutonus oſtendit idem corpus in ſuperficiebus Solis, Jovis, Saturni, Terræ, & Lunæ ſollicitari in ſingulorum centrum viribus acceleratricibus, quæ eodem ordine ſunt ut 10000. 835. 525. 410. 136 $\frac{2}{3}$, ſequitur ſpatia, quæ ab eo corpore in ſingulorum centrum delabente intra idem tempus decurrerentur, fore in ratione numerorum prædictorum. Atque quia vis accelerat... corporum in terram ſtatuitur eſſe ut 360 prope ipſam, ad diſtantiam vero in qua eſt Luna ut 1, ſequitur quo tempore Luna per illam vim deſcendit in terram uno pede, grave hic apud nos percurrere pedes 360: & quia grave prope terram uno ſecundo accedit terræ percurrendo pedes circiter 15, Luna eodem ſecundo accedit terræ una tantum vigeſima quarta parte unius pedis, hoc eſt ſemipollice; nam ut $360 : 1 :: 15 : \frac{1}{24}$.

428. V. Spatia a mobilibus percurſa per æquales vires acceleratrices ſunt in ratione temporum duplicata. Quod ſupra (§. 411.) demonſtratum eſt loquendo de ſpatiis percurſis per gravitatem, quæ eſt vis acceleratrix eadem pro omnibus corporibus ad eamdem terræ latitudinem poſitis, ſic etiam concluditur. Habemus (§. 422) eſſe $A : a :: \frac{S}{T^2} : \frac{s}{t^2}$: Sed ex hypotheſi eſt $A = a$: ergo eſt etiam $\frac{S}{T^2} = \frac{s}{t^2}$, adeoque $S : s :: T^2 : t^2$. Quare quærendo quantum ſpatii dato tempore percurreret pluma deſcendens vi gravitatis in vacuo, non eſt dubitandum æquale futurum ei, quo pari tempore deſcendit lapis molaris; nam quoniam tunc $T^2 : t^2$ eſſet ratio æqualitatis, talis eſſet etiam ratio $S : s$.

Digitized by Google

fuit nullum corpus etiam ſphæricum poſitum ſupra planum inclinatum debere aliter deſcendere, quam delabendo, & quoties contingat, quod deſcendat revolvendo ſe ipſum, id repetendum eſſe a ſcabritie ipſorum corporum & plani, quæ actionem gravitatis relativæ in partes corporis plano contiguas retundit, dum interea eadem perſeverat in partes ſuperiores. Jo. M. de Turre hoc referens addit, (1) *id cum eodem Martino pluribus experimentis captis comprobavi, demittendo per planum cryſtallinum probe politum, pyramidem altitudine unius palmi, priſma triangulare, icoſaedrum, & duos globos eburneum & cryſtallinum: Atque omnia hæc corpora excurrebant. Si tamen manu inquinabantur planum aut corpora, initio caſus ſtatim devolvebantur.*

ARTICULUS II.

Corollaria circa gravitatem corporum abſolutam & relativam.

431. I. Gravitas abſoluta corporis ſupra planum inclinatum poſiti eſt ad ejuſdem gravitatem relativam, ut longitudo plani eſt ad ejus altitudinem, ſive juxta terminos Trigonometriæ, ut ſinus totus eſt ad ſinum anguli inclinationis plani cum horizonte. Nam in proxima figura duo triangula CEF, & ABD ſunt ſimilia, utpote quæ habent ſingula unum angulum rectum, & angulos BAD & EFC inter ſe æquales, quia alterni ſunt inter parallelas AB & CF: ergo eſt CF : FE :: DA : AB: Atqui CF : FE eſt ratio gravitatis abſolutæ ad gravitatem relativam: ergo ratio gravitatis abſolutæ ad relativam eſt ut DA : AB, ſeu ut longitudo plani ad ejuſdem altitudinem, ſeu ut ſinus totus ad ſinum anguli inclinationis. Demonſtratio fit ſenſibilis ab experimentis, quibus conſtat corporis lapſum per planum inclinatum cohiberi oppoſito pondere libere gravitante, cum quo eam habeat rationem, quam habet longitudo plani ad altitudinem, ut diſtinctius jam dico.

432. II. Potentia, quæ ſit ad totum pondus corporis ſupra planum inclinatum poſiti, ut eſt altitudo plani ad ejuſdem longitudinem par erit impediendo corporis delapſum. Nam ut eſt longitudo plani ad ejus altitudinem, ſic eſt ex modo dictis totum pondus corporis, ſive ejus gravitas abſoluta ad ejuſdem gravitatem relativam, per quam unice delabitur: ergo potentia, quæ huic gravitati relativæ opponatur ipſi æqualis, impediet corporis delapſum. Ad hanc igitur oppoſitam potentiam totum pondus corporis eamdem rationem habebit, ac longitudo plani habet ad ejus altitudinem.

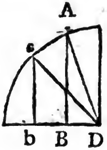
(1) Tur. Phyſ. gener. an. 670.

Digitized by Google

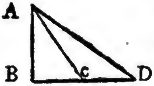
nem . Conſideramus hic tantummodo potentiam requiſitam ad æquilibrium cum gravitate corporis, quaſi hoc liberum ſit ab omni impedimento, quod provenit ab attritu . Quando autem hujus etiam ratio habeatur, quis non videt non ſolum ſufficere multo minorem potentiam ad impediendum lapſum, ſed poſſe eſſe prorſus ſuperfluam, quandoquidem novimus requiri aliquando ad movendum deorſum grave per planum inclinatum potentiam tota ejuſdem gravitate abſoluta majorem.

433. III. Data longitudine & altitudine plani una cum pondere corporis ſupra illud collocandi, quartus terminus his proportionalis erit pondus, quod ex altera parte illius deſcenſum impediet. Et ſi dentur pondus corporis collocandi ſupra planum inclinatum, & pondus, quod ex altera parte illius deſcenſui volumus opponere, & longitudo aſſumpti plani, invenietur in quarto termino dictis proportionali, qualis debeat eſſe altitudo, ut reipſa delapſus impediatur. Utraque pars hujus corollarii deſcendit ex antecedenti, & in eadem hypotheſi procedit, quod nullum ſit ex attritu impedimentum ad motum.

434. IV. Gravitates relativæ ejuſdem corporis ſupra plana diverſæ inclinationis, ſed ejuſdem longitudinis ſunt in ratione directa altitudinis plani, ſive ſub aliis terminis ſunt ut ſinus anguli inclinationis. Quod ſic oſtenditur. In quadrante circuli lineæ AD & aD æqualis longitudinis ex natura circuli repræſentent plana diverſæ inclinationis, horum altitudines erunt AB & ab, quæ pariter ſunt ſinus anguli reſpectivæ inclinationis. Gravitas abſoluta ejuſdem corporis dicatur G, & relativa cum corpus eſt in plano AD, dicatur x, cum vero eſt in plano aD dicatur z. Jam erit pro corpore ſupra planum AD hæc proportio AD : AB :: G : x, adeoque AD $\times$ x = AB $\times$ G. Cum vero eſt ſupra planum aD, erit aD : ab :: G : z, adeoque aD $\times$ z = ab $\times$ G: ergo erit AD $\times$ x : aD $\times$ z :: AB $\times$ G : ab $\times$ G, & propter AD, & aD æquales, erit x : z :: AB : ab. Q. E. P.



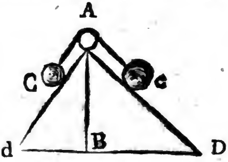
435. V. Gravitates relativæ ejuſdem corporis ſupra plana diverſæ inclinationis, ſed ejuſdem altitudinis ſunt in ratione inverſa longitudinum. In facta hypotheſi conſtantis altitudinis debere eſſe ejuſdem corporis gravitatem relativam majorem, quo minor ſit longitudo plani, adeoque in ratione inverſa longitudinis videri poteſt evidens; quis enim non videat planum inclinatum magis accedere ad perpendiculum, quo magis altitudine non mutata minuitur ejuſdem longitudo. Nihilominus accurate ſic demonſtratur.



tur. Iiſdem poſitis denominationibus ac in ſuperiori corollario, cum corpus eſt ſupra AD habetur $AD : AB :: G : x$: ergo eſt $AD \times x = AB \times G$. Et eodem corpore ſupra AC collocato, habetur $AC : AB :: G : z$: ergo eſt $AC \times z = AB \times G$. Quare eſt $AD \times x = AC \times z$, & proinde $x : z :: AC : AD$, ſive gravitates relativæ &c.

436. VI. Sicuti potentia, quæ opponatur gravitati corporis relativæ, quando huic æqualis eſt, impedit ipſius delapſum per planum inclinatum: ita potentia, quæ major ſit ipſa gravitate relativa, cogit corpus per ipſum planum aſcendere. Quoniam vero gravitas relativa eſt ut altitudo plani (§. 431.), fieri poteſt, ut creſcente hac altitudine, jam ea potentia fiat vel æqualis, vel minor gravitate relativa. Hinc intelligitur, quare currus, qui per declive vix trahebatur certis viribus, creſcente paulum declivitate non poſſit amplius ab iiſdem promoveri.

437. VII. Corpora, quæ ſimul conjuncta ſe teneant in æquilibrio ſupra duo plana inclinata communis altitudinis, habent eamdem gravitatem relativam: gravitatem vero abſolutam habent in ratione inverſa planorum longitudinis, ſive quod idem eſt, in ratione directa ſinuum angulorum inclinationis.



Probatur prima pars. Corpora ſupra planum inclinatum poſita deſcendunt vi ſolius gravitatis relativæ: ergo ſi corpora C & c ſunt in æquilibrio per mutuam interſe actionem ſupra plana AD & ad, communis altitudinis AB, gravitas relativa unius æqualis eſt illi alterius. Nam aliter quæ major eſſet altera, hanc vinceret.

438. Probatur ſecunda pars. Dicatur G pondus ſive gravitas abſoluta corporis C, & illa corporis c dicatur Γ: gravitas autem relativa ſingulorum utpote æqualis ex modo dictis dicatur g. Jam ex coroll. 1 (§. 431.) erit $G : g :: AD : AB$, & $\Gamma : g :: Ad : AB$, adeoque erit $G \times AB = g \times AD$, & $\Gamma \times AB = g \times Ad$: ergo erit $G \times AB : \Gamma \times AB :: g \times AD : g \times Ad$, adeoque $G : \Gamma :: AD : Ad$. Quod erat probandum. Aliam hujus theorematis demonſtrationem dedit Simon Stevinus laudatam a Wolfio (1), & Jo. de Turre (2).

439. Probatur tertia pars. Ex trigonometria conſtat in omni triangulo ADd latera eſſe, ut ſinus oppoſitorum angulorum: ergo ſicuti dici debet pondera ſuper duo plana inclinata communis altitu-

(1) Wolf. Elem. Mecca. num. 282. (2) Tur. Phyſ. gener. num. 755.

Digitized by Google

titudinis ſe librantia eſſe in ratione inverſa longitudinis planorum; ita dici poteſt & ſolet, eſſe in ratione directa ſinuum angulorum inclinationis.

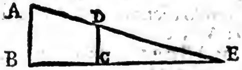
PROPOSITIO II.

Corpus grave per planum inclinatum ad horizontem deſcendit motu uniformiter accelerato: ſed celeritas acquiſita per altitudinem plani ad acquiſitam eodem tempore per aliquam longitudinis partem ſe habet in ratione totius longitudinis plani ad ejuſdem altitudinem, ſive in ratione ſinus totius ad ſinum anguli inclinationis: ad acquiſitam vero per totam longitudinem plani ſe habet in ratione æqualitatis.

Articulus Primus.

Demonſtratio.

440. Prima pars, corpus per planum inclinatum deſcendere motu accelerato, ſic probatur. Gravitas abſoluta corporis eſt ad ejuſdem gravitatem relativam, ut eſt longitudo plani ad ejuſdem altitudinem (§. 431.). Atqui longitudo plani inclinati ad ejus altitudinem eſt in conſtanti ratione; nam propter



triangula ABE, & DCE, & quævis alia, quæ naſcantur ex parallelis altitudini AB a quovis puncto D longitudinis plani, eſt AE : AB : : DE : DC : ergo etiam gravitas abſoluta ad relativam eſt in conſtanti ratione; atqui gravitas abſoluta uniformiter accelerat deſcenſum corporis: ergo etiam gravitas relativa. Eſt præterea argumentum ex experimentis, quo uſum fuiſſe Galilæum ſupra (§. 411.) jam dixi. Hinc omnia, quæ de motu uniformiter accelerato demonſtrata ſunt, habent locum in motu corporum per planum inclinatum.

441. Secunda pars, quod celeritas acquiſita per altitudinem plani

plani ſit ad illam eodem tempore acquiſitam per longitudinem, ut eſt tota longitudo ad altitudinem, ſive quod idem eſt in ratione inverſa altitudinis plani ad ejus longitudinem, ſic probatur. Celeritas quam corpus acquirit deſcendens per altitudinem plani eſt ad illam, quam eodem tempore acquirit deſcendens per ejuſdem longitudinem, ut eſt vis, quæ corpus ſollicitat deorſum per altitudinem plani, & brevi dicitur gravitas abſoluta corporis, ad vim, quæ illud ſollicitat deorſum per longitudinem ejuſdem plani inclinati, ſeu ad gravitatem relativam; nam hæ celeritates ſunt effectus virium, & effectus debent eſſe proportionales ſuis cauſis: Sed gravitas corporis abſoluta eſt ad ejuſdem gravitatem relativam, ut eſt longitudo plani inclinati ad ejuſdem altitudinem ex nuper dictis: ergo etiam celeritas, quam corpus acquirit deſcendens per altitudinem plani eſt ad illam, quam eodem tempore acquirit per ejuſdem longitudinem, ut eſt longitudo plani ad ejuſdem altitudinem.

Tertia pars, quod celeritas acquiſita per altitudinem ſit ad illam eodem tempore acquiſitam per longitudinem, ut ſinus totus ad ſinum anguli inclinationis, probatur, quia ex modo dictis eæ ſunt inter ſe, ut longitudo plani ad altitudinem: ſed longitudo plani ad ejus altitudinem eſt, ut ſinus totus ad ſinum anguli inclinationis: ergo.

443. Quarta pars, quod corpus æqualem celeritatem habeat in fine plani inclinati, ac ſi deſcendiſſet per illius altitudinem, probatur. Corpus vi gravitatis deſcendens acquirit celeritatem, in quantum deſcendit; neque enim, ut obſervat Tſchirnhauſen (1) hanc acquirit per motum circa ſuum axim, quem deſcendendo habeat, neque per motum, quem eodem tempore habet horizontalem ex natura plani inclinati, quod ipſum continue removet a perpendiculari. Atqui æqualiter deſcendit, ſive totam longitudinem plani inclinati ad horizontem deſcendendo deſcribat, ſive totam ejuſdem altitudinem perpendiculariter percurrat: ergo æqualem acquirit celeritatem, ſive totam longitudinem, ſive totam ejuſdem altitudinem perpendiculariter percurrat.

Aliter & brevius ſic. Sit in eadem figura $AE = S$, $AB = s$, celeritates in E, & B ſint C, & c, & tandem gravitas reſpectiva $= A$, abſoluta $= a$. Juxta formulam (§. 409) $S = \frac{CC}{A}$, fit $S : s :: \frac{CC}{A} = \frac{cc}{a}$, & quia ex dictis (§. 431.) eſt $A : a :: s : S$, facta ſubſtitutione erit $S : s :: \frac{CC}{s} : \frac{cc}{S}$; quare multiplicatis extremis ac mediis fiet $CC = cc$, ideſt $C = c$. Aliam operoſiorem demonſtrationem dabit Wolfius (2).

(1) Tſch. Medit. ment. par. 2. ſec 1. p. 136. (2) Wolf. Elem. Mech. num. 303.

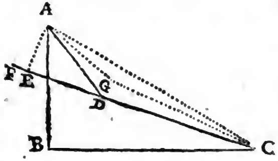
Articulus II.

Corollaria.

444. I. Corpora, quæ vi gravitatis deſcendunt per plana diverſæ inclinationis, ſed ejuſdem altitudinis parem in fine deſcenſus celeritatem habent, dummodo longitudo plani inclinati non ſit interrupta, ſive conſtans ex pluribus planis ad angulum ſibi invicem poſitis.

Prima pars ſequitur ex eo, quod celeritas acquiſita per totam longitudinem plani inclinati ſit æqualis celeritati acquiſitæ per ejuſdem altitudinem (§. 443.): ergo ſi altitudo ſit eadem in pluribus planis diverſæ inclinationis erunt celeritates per ſingulas illorum longitudines acquiſitæ æquales eidem altitudini: ergo erunt etiam æquales inter ſe. Quod hic demonſtravimus, Galilæus aſſumpſit tamquam (1) poſtulatum, credens ſatis eſſe ad hanc ipſi quaſi dignitatem tuendam obſervare, quod pendulum ſibi relictum ab aliqua altitudine acquirit eam celeritatem, per quam aſcendit ad eamdem fere altitudinem ex oppoſita parte, ſive hoc faciat per arcum ſimilem, ſive per diſſimilem, uti accidit, ſi forte filum propter impedimentum, quod in ipſo aſcenſu offendat, non poſſit ex oppoſita parte totum extendi: ergo grave acquirit parem celeritatem per quemcunque paris altitudinis arcum deſcendat. Sicut enim non poteſt dubitari celeritates finales, quarum vi pendulum aſcendit per arcus diſſimiles ad eamdem altitudinem, eſſe inter ſe æquales utpote acquiſitas per deſcenſum ab eodem arcu, ita dubitari non poteſt celeritates ex novo deſcenſu in fine ejuſdem altitudinis acquiſitas per arcus diſſimiles eſſe æquales. Male igitur Carteſius hoc poſtulatum legens in Galilæo negavit (2) *exacte verum eſſe*, addens, *quia ſequentia omnia ex hac hypotheſi dependent, dici poteſt illum in aere ædificaſſe*.

445. Secunda pars, ut facilius demonſtretur, ſint AD & DC plana ad angulum in D poſita.



Horum ſimul ſumptorum altitudo eſt AB, dico grave per illa deſcendens habere non poſſe in puncto C eamdem celeritatem, ac acquireret deſcendens per altitudinem AB, vel per longitudinem AC. Nam in ingreſſu alterius plani inclinati amittit grave ali-

(1) Gal. Nuov. Scienz, Dialog. 3. ſub initium.

(2) Cart. Epiſt. part. 2. epiſt. 91. ad Merſennum.

aliquid celeritatis. Quantum autem amittit ſic determinatur. Producatur DC indefinite, & ab ea abſcindatur DF æqualis DA. Ex puncto A demiſſa perpendiculari AE erit EF pars celeritatis amiſſæ ab incurſu obliquo corporis in alterum planum; nam reſolvendo celeritatem acquiſitam in deſcenſu per AD in duas alias laterales AE, & ED, manifeſtum eſt celeritatem per AE utpote perpendicularem plano EC nihil conferre ad motum ulteriorem gravis per planum. Igitur reſtat celeritas per ED, quæ quantitate EF minor eſt quam FD = AD: ergo EF eſt celeritas amiſſa. Atque ſi rationem celeritatis in deſcenſu per primum planum acquiſitæ ad eam, cum qua grave ingreditur planum alterum definire volumus, dicemus eſſe, ut ſinum totum AD, ad ſinum complementi anguli a planis conſtituti AE. Petro Varignonio, ut advertit Nicolaus de Martino (1), debemus hanc noſtri corollarii partem luculenter ab eo demonſtratam in Actis Acad. Pariſ. an. 1693, & 1704. contra Galilæum & alios, qui deinceps communiter ſuppoſuerunt grave deſcendens per plura plana inclinata acquirere eamdem celeritatem, ac ſi per unicum planum ejuſdem altitudinis deſcenderet. Whiſtonum (2), Wolfium (3), & Fortunatum a Brixia (4), qui Galilæi ſententiam amplexi ſunt, opus eſt intelligamus loquutos in hypotheſi, quod flexus ex pluribus planis *non impediat motum gravis cadentis*, quam ſuppoſitionem expreſſe poſuit Jo. Keill (5), qui ſcribebat an. 1700, adeoque vulgata jam Varignonii animadverſione, eamdemque adjunxit Muſſchenbrokius in ſua Introductione (6), quam in Elementis Phyſicæ (7) omiſerat.

446. Dices. In eadem figura ſit curva AGC deſcendens ab eadem altitudine A ad C, corpus per ipſam deſcendens habet in puncto C eamdem celeritatem, ac haberet deſcendens per altitudinem AB: ergo a pari corpus deſcendens per plura plana inclinata debet habere eamdem celeritatem, ac deſcendens per illorum altitudinem. Conſequentia probatur, quia curva nihil aliud eſt, quam polygonum infinitorum laterum, quorum ſingula ſunt rectæ lineæ infiniteſimæ.

Reſp cum citato Martino (8) & Auctore notarum ad citatum Muſſchenbroekium, *conc. ans*, *& nego conſeqm*. Diſparitas eſt ex ipſa ratione curvæ, quæ quando etiam conſideretur ut congeries laterum numero infinitorum, concipi etiam debent illa eſſe inter ſe ad angulum primo naſcentem, ex quo fit ut AE, ſinus anguli

 com-

(1) Mar. Elem. Stat. ſec. 3. c. 2. p. 282.
(2) Woi. Præl. Phyſ. 10. coroll. 4.
(3) Wolf. Mecha. §. 307.
(4) Brix. Phyſ. gen. Diſs. 6. prop. 3. coroll. 2. & 3. edit. 1.
(5) Kei. Introd. ad Phyſ. theor. 38.
(6) Muſs. Introd. num. 631.
(7) Id. Elem. num. 379.
(8) Mart. ubi ſupra pag. 199.

Digitized by Google

complementi duorum laterum ſibi proximorum, ſit infinite exigua quantitas, adeoque EF menſura diminutæ celeritatis in tranſitu ex uno hujuſmodi plano in aliud ſimiliter infinite parvum, opus eſt ſit infiniteſima ſecundi ordinis, quarum proinde infinitus numerus cum conflet ſolum infiniteſimam primi ordinis, concluditur eam non eſſe ſenſibilem.

447. II. Ex corporibus, quæ vi gravitatis deſcendunt per plana ejuſdem inclinationis, ſed diverſæ altitudinis, illud majorem celeritatem acquirit, quod per majorem altitudinem deſcendit; nam celeritas acquiſita per longitudinem plani inclinati eſt æqualis celeritati acquiſitæ per ejuſdem altitudinem (§. 443.): ergo major eſt celeritas, ubi altitudo eſt major. Ex hoc corollario deduxit Wolfius (1) *celeritatem aquæ libere fluentis majorem eſſe in fundo, quam in ſuperficie*, quia concipiens rectam perpendicularem a ſuperficie aquæ fluentis uſque ad fundum ſtatuit totam hujus altitudinem pertinere ad aquam fluentem in fundo, partem vero ad aquam fluentem procul a fundo, proportionalem ipſius diſtantiæ a ſuperficie, quaſi vero aqua, quæ eſt in fundo fluat ex tota altitudine. Quod cum ſit evidenter falſum, illius ratiocinium nullum eſt. Nunquid ſaltem celeritas aquæ in fundo poteſt eſſe major ac in ſuperficie ex preſſione, quam ſuperior aqua exercet in inferiorem? Hoc profecto videtur dicendum; cum enim ea preſſio exerceatur per lineam horizonti perpendicularem, eadem relate ad aquam fluentem per planum inclinatum eſt aliquis continuus impulſus ad ejuſdem deſcenſum: Quod confirmant experimenta & obſervationes, quibus Bellogradus affirmat, (2) *conſtare aquæ fluminum velocitatem, eo majorem eſſe, quo magis a ſuperficie diſtat*.

448. III. Spatium, quod corpus deſcendens per altitudinem decurrit, eſt ad illud, quod eodem tempore decurrit deſcendens per ejus longitudinem in ratione celeritatis acquiſitæ per altitudinem plani ad acquiſitam eodem tempore per ejuſdem longitudinem: & etiam in ratione longitudinis plani ad ejuſdem altitudinem, ſive in ratione ſinus totius ad ſinum anguli inclinationis.

Prima pars probatur primo ſic. Spatia eodem tempore decurſa, alterum per altitudinem, alterum per longitudinem plani inclinati, ſunt relate ad celeritates eiſdem reſpondentes, harum effectus: ergo ſunt ut ipſæ celeritates. Secundo cum Wolſio (3) ſic. Spatia percurſa a corpore motu accelerato per datam altitudinem ac longitudinem plani ſunt ſubdupla illorum, quæ motu uniformi ipſum percurreret cum iis ab initio hujus motus celeritatibus, quas habet

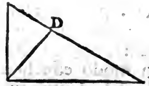
(1) Wolf. Elem. Hydrau. §. 206.
(2) Bell. Analyſ. vulgar. uſus Probl. 6.
(3) Wolf. Elem. Mecha. num. 293.

Digitized by Google

habet in fine datæ altitudinis ac longitudinis : Sed ſpatia hæc ſubdupla motu uniformi percurſa ſunt ut celeritates : ergo etiam illa motu accelerato percurſa ſunt ut celeritates.

449. Secunda pars ſic probatur. Spatium per altitudinem plani ad ſpatium eodem tempore decurſum per longitudinem eſt ex modo dictis, ut celeritas per altitudinem plani ad celeritatem eodem tempore acquiſitam per ejuſdem longitudinem : Sed celeritas una eſt ad alteram (§. 440.) in ratione longitudinis plani ad ejuſdem altitudinem, ſive in ratione inverſa altitudinis plani ad longitudinem, ſive in ratione ſinus totius ad ſinum anguli inclinationis plani : ergo eodem modo eſt etiam ſpatium decurſum per altitudinem plani inclinati ad ſpatium eodem tempore decurſum per ejuſdem longitudinem.

PROPOSITIO III.



Deſcenſus gravium per altitudinem plani inclinati, ut per AB eſt æque diuturnus deſcenſui per eam longitudinem ejuſdem plani, ut AD, quam determinat perpendicularis BD ducta ab ultimo altitudinis extremo in ipſum planum.

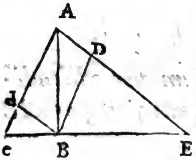
450. Probatur. Quando ſpatium decurſum a gravi per altitudinem plani inclinati eſt ad ſpatium decurſum per aliquam ipſius longitudinis partem, ut eſt tota longitudo plani ad ejus altitudinem, hoc eſt ut AE : AB, tunc (§. 449.) utrumque ſpatium eſt æque diuturnum. Sed ut eſt AE : AB, ita eſt AB : AD, hoc eſt altitudo plani ad eam ejuſdem longitudinem, quam determinat perpendicularis ducta a fine altitudinis in ipſum planum : ergo ſpatium percurſum a gravi per altitudinem plani inclinati eſt æque diuturnum cum ſpatio percurſo per eam plani longitudinem modo dicto determinatam. Minor probatur, quia ſimilia ſunt triangula BAE, & BAD, cum ſingula habeant præter unum latus commune unum etiam communem angulum & alium rectum : ergo eſt AE : AB : : AB : AD. Aliam per analyſim demonſtrationem dabit Bellogradus (1).

451. Co-

(1) Bell. Analyſ. vulg. uſus, Probl. 73.

451. Corollaria hujus propoſitionis ſunt. I. Celeritas acquiſita per altitudinem plani eſt ad celeritatem eodem tempore acquiſitam per ejus longitudinem, ut eſt tota altitudo plani ad eam longitudinis partem AD, quam determinat perpendicularis BD ducta ab extrema altitudine in ipſum planum. Nam eæ celeritates ſunt ut ſpatia (§. 448.), quæ eodem tempore percurruntur. Sed eodem tempore percurritur tota altitudo plani, ac ea longitudinis pars, quæ modo dicto determinatur; ergo.

452. II. Spatia a gravibus percurſa eodem tempore per plana diverſæ inclinationis, ſed ejuſdem altitudinis, ſunt in ratione inverſa longitudinum planorum: Sunt etiam in ratione directa ſinuum angulorum inclinationis. Item in ratione directa celeritatum, quæ eodem tempore acquirantur.



Prima pars ſic probatur. Sint plana ADE, Ade, quorum eadem eſt altitudo AB. Ductis a puncto B perpendicularibus BD & Bd, ſpatium AD a gravi percurri æquali tempore, ac percurreretur AB, planum eſt, quia eſt (§. 450.) AE : AB : : AB : AD. Et ſpatium Ad ſimiliter percurri æquali tempore ac ſpatium AB eodem modo concluditur, quia eſt Ae : AB : : AB : Ad. Cum igitur ex prima proportione habeamus $AB^2 = AE \times AD$, & ex ſecunda $AB^2 = Ae \times Ad$, habebimus $AE \times AD = Ae \times Ad$, quæ æquatio reſolvitur in hanc proportionem AD : Ad : : Ae : AE : Sed ratio AD : Ad eſt ratio ſpatiorum æquali tempore percurſorum ſupra diverſæ inclinationis plana, & ratio Ae : AE eſt ratio longitudinum planorum inverſo modo ſumptarum: ergo ſpatia illa ſunt in ratione inverſa illarum longitudinum. Aliam hujus theorematis demonſtrationem, ſed operoſam dabit Fortunatus a Brixia (1).

453. Probatur ſecunda pars. Ex dictis eſt AD : Ad : : Ae : AE : Atqui Ae in triangulo AeE eſt ut ſinus anguli AEe, hoc eſt anguli inclinationis plani ADE, & AE eſt ut ſinus anguli AeE, hoc eſt ut ſinus anguli inclinationis plani Ade: ergo ſpatia AD & Ad ſunt etiam in ratione directa ſinuum angulorum.

454. Tertia tandem pars probatur ut ſupra (§. 448.). Spatia eodem tempore decurſa comparantur ad celeritates tamquam effectus ad cauſſas: ergo illa ſunt ut celeritates. Alia magis implexa demonſtratione idem concludit Wolfius (2).

455. IV. De celeritatibus eodem tempore acquiſitis a gravibus de-

(1) Bri Phyſ. gener. Diſſ. 6. propoſ. 1. coroll. 5. edit. 1.

(2) Wolf. Elem. Mech. num. 301.

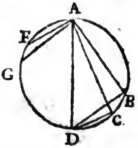
Digitized by Google

deſcendentibus per plana diverſæ inclinationis, ſed ejuſdem altitudinis eædem rationes enunciari poſſunt, ac de ſpatiis in antecedenti corollario; nam ex modo dictis hujuſmodi celeritates ſunt ut ſpatia, quæ ipſis reſpondent.

PROPOSITIO IV.

Deſcenſus gravium per diametrum circuli horizonti perpendicularem eſt æque diuturnus cum deſcenſu per quamcumque ejuſdem circuli chordam, quæ ab ipſa diametro incipiat, vel in ipſam deſinat.

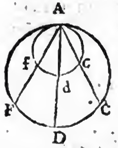
456. GRave celerius ſe movens per lineam horizonti perpendicularem, vel minus ab hac recedentem majus ſpatium perficere eo tempore, quo alterum tardius ſe movens per viam magis a perpendiculari diſtantem ſuum conficit, eſt quid ex terminis evidens: Sed definire, quemadmodum enunciat propoſitio, ſpatia, quæ grave per plana diverſæ inclinationis eodem tempore percurreret, ac ſpatium ipſum perpendiculare, indiget demonſtratione, quæ ſic inſtituitur. Quæcunque circuli chorda eſt pars longitudinis plani inclinati, determinata a perpendiculari in ipſum planum ducta ab uno diametri extremo perpendiculariter horizonti incumbentis. Sed æque diuturni ſunt deſcenſus per altitudinem plani ac per ejus longitudinem modo dicto determinatam (§. 450): ergo. Demonſtratio cum Nicolao de Martino (1) ſic magis declaratur. Sit circulus ABDF: chorda AB perpendicularis eſt chordæ DB, & chorda DC eſt perpendicularis chordæ AC, propterea quod angulus in ſemicirculo ſemper eſt rectus (2): ergo ſi chorda AB, aut AC, aut alia quævis ducta ab extremo A diametri perpendicularis ad horizontem repræſentet partem longitudinis plani inclinati, corpus deſcendet æquali tempore per quamcumque ex illis chordis, ac per totam diametrum. Simili argumento demonſtratur æque diuturnum fore deſcenſum per diametrum eamdem, ac per chordas AF, aut AG, adeoque etiam per chordas ipſi parallelas & æquales DC, aut DB.



457. I. Co-

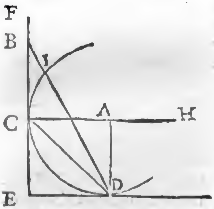
(1) Mart. Static. ſec. 3. cap. 2. pag. 282. (2) Eucl. Elem. 3. prop. 31.

457. I. Corollarium. Si intra circulum AFDC ducatur alius circulus minor, qui tangat majorem in puncto A, a quo deſcendant chordæ AfF, & AcC, grave deſcendet æquali tempore per AF, & AD, & AC ex modo dictis: Sed ex eadem ratione æquali tempore, etſi breviori deſcendit per Af, Ad, & Ac, utpote hæ pariter lineæ ſunt chordæ alterius circuli: ergo ſublatis chordis iſtis iſochronis minoris circuli, erunt & illarum reſiduæ fF, dD, & cC pariter iſochronæ.



Occaſione hujus corollarii obſervat Galilæus (1), quod ſicuti ſi plura ex uno puncto ſpatii eodem momento temporis moverentur eodem motu æquabili per totidem lineas, quæ ex eo puncto circumquaque protendantur, ea diſpoſita ſemper eſſent in ſphæras ſucceſſive majores, quibus idem eſt centrum, cujus effectus ſpecimen habemus in aquarum circulis, qui naſcuntur ex lapillo in ſtagnum projecto, ita ſi ex uno puncto ſpatii eodem inſtanti plura moverentur eodem motu uniformiter accelerato, ea diſpoſita ſemper eſſent in ſphæras ſucceſſive majores, quæ haberent communem in eodem puncto contactum.

458. II. Si parieti verticali FE inclinentur diverſa plana ad idem punctum D pavimenti, planum inclinatum ad angulum ſemirectum eſt illud, per quod grave a pariete ad punctum D citius deveniet. Demonſtratur cum Guid. Grandi (2) poſt Galilæum (3). Ducatur a puncto C linea CH perpendicularis parieti, quæ ſecet in puncto A lineam AD parallelam parieti, erit ACD triangulum rectangulum in A, & iſoſceles propter angulum ad C ex conſtructione ſemirectum, & conſequenter alium etiam ADC ſemirectum. Quare centro A, radio AC ductus circulus tranſibit per C, & per D, quæ ſunt duo extrema plani per ſemirectum inclinati ad ED, & quodvis aliud planum BD, quod a pariete ducatur ad punctum D, ſecabit neceſſario circulum in I: ergo tardius a gravi percurretur tale planum; nam DB eſt majus ſpatium, quam ID, quod grave eodem tempore juxta propoſitionem percurret cum CD.



459. III. Celeritates acquiſitæ a gravi deſcendente per diverſas chordas ejuſdem circuli ſunt inter ſe ut eædem chordæ. Hoc theorema habet uſum in examinandis phænomenis ex conflictu corporum

(1) Gal. Nuov. Scienz. Dial. 3. theor. 6. coroll. 3.

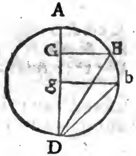
(2) Gra. Inſtit. Mecc. prop 30. corol. 5.

(3) Gal. Nuov. Scienz. Dial. 3. theo. 19.

Digitized by Google

rum naſcentibus, ut ex duobus pendulis ejuſdem ponderis & longitudinis, quæ volumus mutuo ſibi occurrant diverſis celeritatibus, ita ut harum rationem cognoſcamus, quod ſiet permittendo illorum deſcenſum a diverſis convenienter altitudinibus. Imprimis ſic oſtenditur. Ex dictis (§. 454.) celeritates eodem tempore acquiſitæ a gravi deſcendente per plana diverſæ inclinationis, ſed ejuſdem altitudinis, ſunt ut ſpatia per hæc plana eodem tempore ab illo percurſa: Sed diverſæ chordæ ejuſdem circuli a gravi percurſæ ſunt ipſa ſpatia eodem tempore ab illo percurſa per plana diverſæ inclinationis, & ejuſdem altitudinis; nam ſunt ſpatia percurſa eodem tempore (§. 454.), ac percurreretur a gravi diameter circuli, cui connexæ ſint hæ chordæ: ergo celeritates acquiſitæ a gravi deſcendente per diverſas chordas ejusdem circuli ſunt ut eædem chordæ. Deinde ſic etiam probatur. Celeritas in motu uniformiter accelerato eſt (§. 391.) $\frac{2S}{T}$, in qua formula numerator 2S repræſentat ſpatium: Dicatur igitur celeritas acquiſita per unam chordam $\frac{2S}{T}$, & acquiſita per aliam $\frac{2s}{t}$, erit prima celeritas ad ſecundam ut $\frac{2S}{T}$ ad $\frac{2s}{t}$, hoc eſt diſſimulato tempore utpote ex hypotheſi utrinque æquali, ut 2S ad 2s. Igitur ut chorda ad chordam.

Aliam Muſſchenbroekius (1), & Jacquierius (2) demonſtrationem adhibent, quæ eſt hujuſmodi. In circulo ABD ductis chordis DB, & Db, & perpendicularibus GB & gb, eſt celeritas a gravi motu uniformiter accelerato acquiſita per BD æqualis celeritati acquiſitæ per GD (§. 443.): ergo hæc celeritas eſt ut $\sqrt{GD}$ (§. 410.): Atqui ex Euclide eſt GD : DB :: DB : DA: ergo eſt $GD \times DA = DB^2$. Et ſimili ratiocinio concluditur ſore $gD \times DA = Db^2$: ergo eſt $GD \times DA : gD \times DA :: DB^2 . Db^2$, hoc eſt $GD : gD :: DB^2 : Bb^2$: ergo eſt $\sqrt{GD} : \sqrt{gD} :: DB : Db$, hoc eſt celeritates acquiſitæ a gravi per chordas diverſas ejuſdem circuli ſunt ut eædem chordæ.

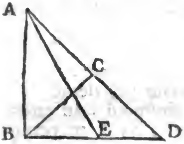


(1) Muſſ. Elem. Phyſ. §.378. (2) Jacq. Phyſ. part.1. ſec. 2. cap.1. art. 3. num. 4.

PROPOSITIO V.

Tempus, quo corpus vi gravitatis deſcendit per totam longitudinem plani inclinati eſt ad tempus, quo deſcendit per totam ejuſdem altitudinem, ut eſt longitudo plani ad ejuſdem altitudinem: & tempora deſcenſuum per plana diverſæ inclinationis, ſed ejuſdem altitudinis ſunt inter ſe, ut eorumdem planorum longitudines.

460. Opus eſſe majori tempore ad percurrendam longitudinem plani inclinati, quam ejuſdem altitudinem evidens eſt: eſſe autem hæc tempora in prædicta ratione ſic oſtendo. In plano inclinato ABD, ad quod ducta ſit perpendicularis BC eſt (§. 452) AD : AB :: AB : AC: ergo ex quinto Euclidis eſt $AD^2 : AB^2$ :: AD : AC; ſed etiam quadratum temporis, quo grave motu uniformiter accelerato percurrit AD, quod dicatur T^2, eſt ad quadratum temporis, quo ſimili motu percurrit AC, hoc eſt AB, quoniam (§. 450.) æque diuturni ſunt deſcenſus per AB, & per AC, quod dicatur t^2, eſt inquam ut AD : AC: ergo eſt $T^2 : t^2 :: AD^2 : AB^2$; adeoque T : t :: AD : AB.



461. Quod pertinet ad ſecundam partem, ea deſcendit ex prima: nam ducta in eadem figura linea AE ab eadem altitudine, probatur tempus deſcenſus per AE, quod dicatur Θ eſſe ad tempus deſcenſus per AB, ut AE : AB eodem modo ac probatum eſt tempus deſcenſus per AD eſſe ad tempus deſcenſus per AB, ut AD : AB: ergo cum habeamus T : t :: AD : AB, & Θ : t :: AE : AB habemus conſequenter T : Θ :: AD : AE. Aliam ejuſdem bipartiti theorematis demonſtrationem dabit Wolfius (1).

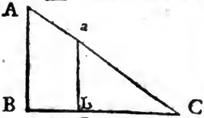
PRO-

(1) Wolf. Elem. Mecha. § 309.

PROPOSITIO VI.

Tempora, quibus duo corpora ſibi relicta deſcendunt vi gravitatis per duo plana ſimiliter inclinata, ſed inæqualis altitudinis, adeoque & longitudinis, ſunt in ſubduplicata ratione ipſarum altitudinum.

462. Probatur. Sint duo plana ſimiliter inclinata ABC, & abC, hæc conſtituunt duo triangula ſimilia, in quibus proinde eſt AC : aC : : AB : ab. Et $\sqrt{AC}$: $\sqrt{aC}$: : $\sqrt{AB}$: $\sqrt{ab}$: ergo cum tempus, quo grave percurrit longitudinem AC, ſit ad tempus, quo aliud grave percurrit aC, ut $\sqrt{AC}$: $\sqrt{aC}$ (§.408) ſive in ratione ſubduplicata longitudinum, erit etiam ut $\sqrt{AB}$: $\sqrt{ab}$, ſive in ratione ſubduplicata altitudinum.



463. Coroll. I Si longitudines inæquales in duobus planis ſimiliter inclinatis ſint compoſitæ ex pluribus planis, quorum ratio & inclinatio utrobique ſit eadem, erunt tempora deſcenſus per omnia hæc plana ſimul ſumpta in ratione ſubduplicata omnium hujuſmodi longitudinum, & etiam in ratione ſubduplicata totarum altitudinum. Nam ſicuti pro ſingulis temporibus, quibus percurruntur ſingula plana ſimiliter inclinata, concluditur illa ratio ſubduplicata, ita concluditur de ſumma omnium temporum relate ad ſummam omnium longitudinum, & omnium altitudinum. Similis eſt demonſtratio Wolfii (1).

464. II. Tempora deſcenſus corporum per ſuperficies curvas ſimiles & ſimiliter poſitas ſunt in ratione ſubduplicata longitudinum hujuſmodi ſuperficierum. Nam ſuperficies curvæ ſimiles, ſunt determinatæ longitudines ſimiles, quæ componuntur ex infinitis numero planis infinite parvis ſimiliter inter ſe inclinatis: ergo ſicuti tempora deſcenſus per longitudines ſimiliter inclinatas ex pluribus finitis planis compoſitas ſunt in ratione ſubduplicata omnium partialium longitudinum, ita etiam tempora deſcenſus per longitudines ſimiliter inclinatas ex infinitis numero planis infinite parvis compoſitas ſunt in ratione ſubduplicata omnium hujuſmodi longitudinum.

(1) Wolf. Elem. Mecha. num. 314. & ſeq.

Digitized by Google

465. III. Tempora deſcenſus corporum ab aliqua altitudine ad idem ſubjecti plani punctum breviora ſunt per ſuperficiem curvam, quam per rectam. Nam etſi longior ſit via ab uno puncto ad aliud per curvam, quam per rectam, nihilominus gravia ocius conficiunt longiorem, quia per curvam, utpote magis accedentem altitudini perpendiculari, celerius moventur: In particulari demonſtravit Hugenius (1), quod tempus deſcenſus per arcum circuli ſit ad tempus deſcenſus per ſubtenſam, ut eſt peripheriæ quadrans ad diametrum.

466. Cum non ſolum quæſitum ſit, in qua ratione ſit tempus deſcenſus gravium per aliquam rectam ad tempus deſcenſus per curvas diverſi generis applicatas eidem rectæ, ſed etiam quænam debeat eſſe curva, per quam deſcenſus gravium fiant in aſſumpta pro libito temporis ratione; juvat meminiſſe de aliquibus in hac re determinatis curvis, quæ magis celebrantur.

Prima ſit curva Iſochrona, hoc eſt per quam grave cogitur accedere ad horizontem per æquales altitudines perpendiculares pro æqualibus temporibus, unde Iſochrona audit. Cum hanc Leibnitius ann. 1687 propoſuerit (2) inveniendam, anno deinde 1689 protulit (3) ejus inventionem, ſimul cum demonſtratione per ſyntheſim: anno vero inſequenti Jacobus Bernoullius eidem quæſito ſatisfecit (4) per analyſim infinitorum, & poſt illum alii, qui non ſolum hanc curvam inquiſierunt pro motu uniformiter accelerato, ſive in hypotheſi ut ajunt accelerationis Galilæana, ſed pro alia quacumque.

467. Secunda ſit curva Iſochrona paracentrica, hoc eſt per quam grave deſcendens recedit a dato in axe curvæ puncto, vel ad illud accedit æqualiter æqualibus temporibus. Hanc pariter Leibnitius an. 1689 propoſuit (5) inveniendam. Sed Jacobus Bernoullius primus fuit, qui an. 1694 problema hoc ſolvit (6), & poſt illum Varignonius eidem generalius ſatisfecit in Comment. Acad. Pariſ. ad an. 1699.

468. Tertia ſit curva Tautochrona, hoc eſt per quam grave eodem tempore pervenit ad horizontem a quacunque ab eo diſtantia ſupra illam curvam ſibi relinquatur. Hæc curva in motu gravium uniformiter accelerato eſt Cyclois ſupra (§. 399.) commemorata, cujus deſcriptionem etſi quotidie exhibeant clavi in rotis curruum progredientium, qui eam deſignant in aere, dum eodem tempore, quo moventur motu rectilineo cum toto curru, circa axem rotæ revolvuntur, nihilominus antiquorum geometrarum conſideratio-

(1) Hug. de Horol. oſcilat. theor. 9.
(2) Leibnit. Nouvel. de la Repùb. des Lettr. Sept. 1687.
(3) Id. in Act. Lipſ. an. 1689. p. 196.
(4) Bern. in Act. Lipſ. an. 1690. p. 217.
(5) Leib. in Act. Lipſ. an. 1689. p. 198.
(6) Bern. in Act. Lipſ. an. 1694 p. 277.

Digitized by Google

rationem effugit. Prima enim ipſius mentio juxta Boſcovichium (1) habetur apud Cardinalem Cuſanum, & pertinet ad annum circiter 1450: Secunda autem in operibus Mathematicis Bovillii primum editis an. 1501. At circa medium elapſi ſæculi celebris evaſit propter inſignem contentionem Robervallium inter & Torricellium de primo qui de hac curva cogitaverit, & primo qui ejuſdem areæ dimenſionem protulerit. Prima quæſitio habuit locum ignoratis Cuſani & Bovillii operibus: atque Robervallius quidem inventorem propugnabat Merſennum ab an. 1615: Torricellius vero Galilæum ab an. 1599. Sic refert citatus Boſcovichius: quod alii viderint, quomodo componatur cum his, quæ Carcavius ad Carteſium ſcribebat, (2) *Reſtat penes me authographum epiſtolæ Torricelli an. 1646; in qua fatetur hanc lineam cycloidis ſuam non eſſe, quodque ad obitum uſque Galilæi, qui accidit an. 1642, ea in Italia ignorata fuerit.* Quod autem pertinet ad alteram graviorem quæſtionem de primo areæ cycloidalis menſore, cum uterque ſibi hanc laudem contra alterum vindicaret, illud certum eſt eam a Torricellio typis vulgatam anno 1644, diverſa methodo ab ea, quam ſequutus fuit Robervallius, qui ab an. 1634 eam ſe deprehendiſſe teſtatur. Hinc quia privatis monumentis adhæſit Carcavius, pro Robervallio ſtabat contra Carteſium, qui fortaſſe publicis dumtaxat innitens eidem ſcripſerat (3) *Aream lineæ deſcriptæ per rotulam, de qua Robervallius ſe admodum jactavit, Torricellius eſt, qui eam invenit.* Qui autem vellet noſſe, quænam foret curva tautochrona in alia accelerationis hypotheſi, adeat Geometras, qui de his ſubtiliſſime quæſierunt.

469. Quarta ſit curva Brachyſtochrona, hoc eſt per quam grave a dato puncto ad aliud datum deſcendit celerius, quam per aliam curvam quamcunque. Hoc problema propoſitum fuit an. 1696. a Jo. Bernoullio (4), & in hypotheſi gravitatis conſtantis, ac ſepoſita medii reſiſtentia reſolutum unanimiter tum ab ipſo, tum ab ejus fratre Jacobo, & Leibnitio, & Hoſpitalio, ut citata acta Lipſiæ docent, & Keillius etiam deinde demonſtravit (5), pro arcu cycloidis, quæ punctum ſui verticis habeat in infimo horizontali puncto, & per datum ſublime punctum tranſeat. Hinc ſemicycloïs vocatur etiam curva brachyſtochrona, & etiam oligochrona, hoc eſt deſcenſus celerrimi. Intelligentia non ſolum hujus rei, ſed nominum etiam, quæ in ea exponenda occurrunt, ut quid ſit vertex cycloidis, plura poſtularet, quæ non ſunt hujus loci, ſed inveniri poſſunt brevi, & nitide propoſita ab Hauſero (6).

PARS XIV.

(1) Boſc. de Cycloide ſub initium.
(2) Cart. Epiſ. part. 3. epiſt. 70. inter Carteſianas.
(3) Cart. Epiſ. par. 3. epiſt. 69.
(4) Bern. in Act. Lipſ. an. 1697. p. 207.
(5) Kei. Introd. ad Phyſ. lec. 15. ſub fin.
(6) Hau. Phyſ. gen. num. 933. & ſeq.

Digitized by Google

PARS XIV.

De motu uniformiter accelerato, & retardato in pendulorum oſcillatione.

PROPOSITIO PRIMA.

Diſtantia a puncto ſuſpenſionis, quam habeat centrum oſcillationis penduli compoſiti ex pluribus ponderibus, invenitur multiplicando unumquodque pondus, quod concipitur congregatum in centro ſuæ gravitatis per quadratum diſtantiæ ſuæ a puncto ſuſpenſionis, & ſummam horum productorum dividendo per ſummam quantitatis motus, quæ eſt in ſingulis ſeorſim ſumptis: Diſtanſtantia autem a puncto ſuſpenſionis, quam habeat centrum oſcillationis penduli compoſiti ſolum ex haſta quadam ejuſdem ubique denſitatis & voluminis, invenietur poſt duas partes totius longitudinis in tres æquales diviſæ.

ARTICULUS PRIMUS.

De iis quæ pertinent ad notionem penduli.

470. ANTEQUAM de ipſa propoſitione loquar, ejus terminos declaro. Oſcillatio penduli, quæ etiam vibratio dicitur, eſt quidam corporis motus, quantum ad uſum, quem de illo facimus, uniformiter acceleratus, quatenus deſcendit ab aliquo puncto, a quo ſibi relinquatur: & uniformiter retardatus, quatenus aſcendit in partem oppoſitam. Ne in rigore hic motus dici poſſit uniformiter acceleratus, & retardatus obſtat

Digitized by Google

obſtat fieri in arcu circuli, ad quam per filum quo ſuſpenditur grave, determinatur. Arcus enim non eſt planum inclinatum, ſed ex innumeris conſtat hujuſmodi planis, quorum ſingula habent diverſam inclinationem & altitudinem, decreſcentes in deſcenſu, & in aſcenſu creſcentes.

471. In continuatione oſcillationum conſiſtit motus dictus oſcillatorius. Quoniam menſura temporis omnium accuratiſſima ſita eſt in hujuſmodi oſcillatione, ideo etſi quæ de eadem dici, & ſtatui poſſunt ſint corollaria eorum, quæ in antecedentibus dicta ſunt, nihilominus propter tantum ejuſdem uſum diſtinctius proponi ſolent, & obſervari.

472. Interea dum pendulum dicitur, diſtingui ſtatim debet ſimplex a compoſito. Simplex appellatur grave ab aliquo puncto fixo ſuſpenſum filo, conſiderato tamquam nec flexibili nec gravi, quod ſimul cum hoc filo ſit mobile in puncto ſuſpenſionis, ſeu rotationis, quod centrum etiam motus vocatur. Ejus longitudo eſt ipſa longitudo fili deſumpta a puncto ſuſpenſionis uſque ad centrum oſcillationis.

473. Centrum oſcillationis vocatur punctum penduli, in quo ſi congregaretur totius penduli ſive ſimplicis ſive compoſiti pondus, oſcillationes ſingulæ eodem tempore conficerentur, ac antea. Apud nos, qui gravitatem experimur conſtantem, centrum oſcillationis idem eſt cum centro percuſſionis: hoc eſt puncto, in quo momenta omnia omnium penduli particularum quodammodo concurrunt, ita ut per illud fiat percuſſio omnium maxima. Quod in alia gravitatis hypotheſi non habere locum advertit Nicolaus de Martino (1) cum Hermanno contra illos, qui unum nunquam differre ab altero viſi ſunt exiſtimare.

474. Author eſt Delalande (2), pendulum ſimplex formatum ex tenui filo, a quo pendeat globus diametri quatuor vel quinque linearum, habere ſenſibiliter centrum oſcillationis in ipſo centro globi, & illud, cui ſit globus unius pollicis, habere centrum oſcillationis infra centrum globi 33 partibus milleſimis unius lineæ.

475. Pendulum compoſitum dicitur complexum plurium ponderum, quæ invicem connexa per virgam inflexibilem pendent ab aliquo puncto fixo, circa quod ſervando ſemper eamdem ab illo, & inter ſe diſtantiam, moveri poſſunt. In hoc diſtinguitur axis, qui dicitur penduli ab illo, qui dicitur oſcillationis. Axis penduli vocatur recta, quæ ex puncto ſuſpenſionis tranſit per centrum gravitatis commune omnibus corporibus: axis vero oſcillationis recta, quæ

(1) Mart. Elem. Static. ſec. 3. cap. 8. pag. 400.
(2) Land. Connoiſſ. des Movem. an. 1762. Art. Longeur du pendule.

Digitized by Google

quæ tranſeat per punctum ſuſpenſionis, & ſimul ſit perpendicularis ad axem penduli.

476. Oſcillatio penduli dividitur in ſimplicem & compoſitam. Prima conſtat non ſolum ex deſcenſu, quem facit pendulum remotum ab infimo ſui puncto, in quo ſe habet perpendiculariter ad ſuperficiem terræ, & dicitur punctum quietis, ſed etiam ex aſcenſu æquali ad contrariam partem. Compoſita vero ex duabus ſimplicibus conſtat, reciprocationem motus diceres, quoniam non ſolum poſtulat itum penduli a ſublimiori aliquo puncto ad aliud æque elevatum ex altera parte, ſed reditum etiam ad idem fere primi deſcenſus punctum; neque enim ad idem exacte punctum redit propter attritum circa punctum rotationis, & reſiſtentiam aeris, quæ duo aliquid ſemper decerpunt ex celeritate, quam gravitas eidem imprimit. Ex quo fit, ut quæ ceteroquin eſſent, & perpetuæ & æquales propter continuam actionem gravitatis, ſint temporariæ, & aſſidue minores: magis tamen ſub illarum initium, quam in earumdem progreſſu, propterea quod iis decreſcentibus, decreſcit etiam attritus, & maſſa aeris perrumpendi.

477. Pendulum ſimplex eſt purum nomen, cui nullum reſpondet reale objectum; nam in re nullum fieri poteſt pendulum ſimplex, quandoquidem grave ipſum & filum aut virga, ex qua illud pendet, ſunt pro ſuis quibuſcunque partibus quædam gravia, quæ quodvis pendulum reddunt compoſitum. Reſtat igitur ſolum, ut pro ſimplici habeatur illud, quod magis ad ejus rationem accedat propter tenuitatem fili, & denſitatem gravis in exiguo volumine. Hujuſmodi haberi poteſt illud, quod appellatur pendulum experientiæ, quod conſtat ex globo plumbeo, cujus diameter non excedit pollicem pariſienſem, & ſuſpenſus pendet ex loco immobili per filum ſericum non contortum, ſeu ut ajunt crudum, vel quod melius eſt, per tenue filum ex iis, quæ ſunt in foliis Aloes, cujus longitudo Romæ pro ſua latitudine ſit pedes 3, lin $8\frac{28}{100}$. Hoc enim modo habetur pendulum, quod juxta Commentatores Neutoni, apud Hauſerum (1) conficit in urbe ſingulas oſcillationes pro ſingulis minutis ſecundis. Hujus deſcriptionem, dat ex Mairano in Comment. Acad. Scien. Pariſ. an. 1735 Jo. M. de Turre (2). Eligitur pendulum ex denſiori materia, non quia celerius moveatur alio minus denſo, cum ejus motus ſit a gravitate, quæ parem celeritatem in quibuſvis corporibus producit, ut non poſſit unum majus vel denſius alteri minori aut graciliori præcurrere, ſed quia denſius diutius conſervat motum contra aeris reſiſtentiam. Teſte enim

(1) Hauſ. Phyſ. gen. num. 1020. (2) Tur. Phyſ. gen. num. 912.

Digitized by Google

enim De Lanis (1) obſervatum eſt oſcillationes penduli ponderoſioris aliquanto majores eſſe, & minoribus decrementis ſubjectas, utique propter majorem potentiam contra reſiſtentiam medii.

478. Qui vult ut pendulum compoſitum ſit iſochronum pendulo ſimplici, vult ut ſingulæ oſcillationes æquali tempore in utroque perficiantur, adeoque vult ut conſtanter æquales ſint anguli, quos utrunque demiſſum a ſitu horizontali vel ad horizontem ſimiliter inclinato ſimul oſcillando conficiat. Quamobrem centrum oſcillationis penduli compoſiti, quod iſochronum ſit pendulo experientiæ, neceſſe eſt habeat diſtantiam a puncto ſuſpenſionis æqualem hujus longitudini. Quoniam igitur longitudo penduli compoſiti dependet a diſtantia, in qua ſit centrum oſcillationis a puncto ſuſpenſionis, neceſſarium eſt hanc accurate cognoſcere, quod quomodo obtineatur, declarat enunciata propoſitio. Mathematici quidem occaſione quærendi centrum oſcillationis in pendulis, quæ applicantur horologiis, dilatarunt ſuas ſpeculationes ad hypotheſim penduli, quod ſit vel triangulum vel parallelogrammum, vel ſegmentum parabolæ, vel conus, vel cylindrus, vel ſphæra, vel hemiſphærium, vel aliud alterius figuræ ſolidum geometriæ ſubjectum, illudque determinant pro diverſis ſuſpenſionis modis, cujuſmodi ſunt vel ex uno angulo, vel ex medio unius lateris, vel ex medio figuræ. Plura de his videri poſſunt apud Wolfium (2). Mihi hic ſatis eſt edicere, quomodo reperiatur centrum oſcillationis juxta hypotheſes frequentius uſitatas.

ARTICULUS II.

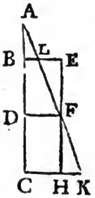
Demonſtratio propoſitionis.

479. VEnio ad primam propoſitionis partem de pendulo compoſito ex pluribus ponderibus invicem a ſe diſtantibus, quæ continet ſolutionem problematis, quod referente Nicolao de Martino (3) Merſennus primo multis propoſuit, quin ab ullo completam ſolutionem obtinuerit. In his fuit Hugenius, qui tunc rem imparem ſuis viribus cenſuit: Sed cum deinde matura magis ætate per occaſionem perficiendi ſuum horologium oſcillatorium ad ejuſdem inveſtigationem rediiſſet, invenit tandem ejuſdem ſolutionem, quam contra Abbatem Catelanum defendit. Alii deinde diverſis viis in eamdem inciderunt, ut Jacobus Bernoullius in Actis Acad. Scient. Pariſ. an. 1703, ejuſque frater in illis an. 1714, & Hermannus in Phoronomia, & Chriſtianus Wolſius (4), & Jacobus Bello-

(1) Lan. Magiſt. nat. to 3. lib. 5. cap. 1.
(2) Wolf. Elem. Mech. §. 435. & ſeq.
(3) Mart. Stat. ſec. 3. cap. 9. p. 366.
(4) Wolf Mech. §. 429.

Digitized by Google

gradus (1). Ea itaque ſic demonſtratur. Sit pendulum AC compoſitum ex duobus ponderibus B & C poſitis in diverſis diſtantiis a puncto ſuſpenſionis A virgæ per hypotheſim non gravis, cui adhærent. Removeatur a perpendiculari AC in AK, & ſibi relinquatur, deſcendit vi gratatis, quæ etſi æqualiter agat in utrumque pondus, nihilominus propter mutuam eorum inter ſe conjunctionem in inflexibili virga, quæ eſt vectis quidam, cujus fulcrum eſt in A, æqualem in utroque celeritatem non producit. Nam manifeſtum eſt, quo tempore pondus C deſcribit KC, pondus B deſcribere minus ſpatium LB. Quare ſicuti motus imminuitur in B a conjuncto pondere C, ita rurſus augetur in C a pondere B. Ea enim quantitas vis gravitatis, quæ caret effectu promovendi B per æquale ſpatium, ac promovet C intra idem tempus, impenditur partim in preſſione ipſius fulcri A, partim in preſſione corporis C. Hoc augmentum & decrementum intelligi poteſt, quantum ſit, ſi obſervetur ſpatium, quod pondus C liberum a conſortio alterius intra certum tempus vi gravitatis percurreret. Hoc ſpatium ſit HC. A puncto H ducatur HE parallela BC, jamque intelligitur pondus B, quod liberum ab alio pondere par ſpatium EB eodem tempore abſolveret, utpote ab eadem omnino gravitate impulſum, amittere motum indicatum a ſpatio EL, & rurſus pondus C acquirere motum indicatum a ſpatio KH. Præterea intelligitur, quod ſi duo pondera B & C convenirent in punctum D, qua ratione pendulum ex compoſito transformaretur in ſimplex, hoc percurreret ſpatium FD = HC = EB eodem tempore, ac pondera B & C penduli compoſiti conficiunt ſpatia KC & LB. Nihil opportunius hac conſideratione, in qua EH, ſive BC eſt vectis quidam, in quo fulcrum habetur in puncto F, circa quod æquilibrantur quantitates motus pendulorum B & C, quaſi ſuſpenſa ſint a punctis E & H. Opus igitur eſt has quantitates motus cognoſcere, & punctum D invenire. Quod pertinet ad primum, quantitas motus ponderis B conflatur ex ipſo pondere B, multiplicato per diſtantiam AB, & celeritatem in directionem EL contrariam illi, quam habet a gravitate; nam prout corpus B pendet a vecte AB mobili circa A, quantitas motus ipſius æſtimanda eſt ab ipſomet pondere B, & diſtantia AB: prout vero eadem jam applicatur alteri vecti EH mobili circa punctum F æſtimanda eſt non ſolum ex ipſo pondere B, & diſtantia AB, ſed etiam ex celeritate EL. Atque eadem ratione quantitas motus ponderis C habetur multiplicato pondere C per diſtantiam AC, & per celeritatem HK, & in hypotheſi æquilibrii habe-



(1) Bellog. de Analyſeos uſu tom. 1. probl. 28. & tom. 2. probl. 95.

habetur $B \times AB \times EL = C \times AC \times KH$. Quod vero pertinet ad ſecundum, ut inveniatur punctum D, ſit $AB = b$, $AC = a$, & $AD = x$, erit $BC = a - b$, $BD = EF = x - b$, & $DC = a - x$. Quoniam autem triangula EFL, HFK ſimilia ſunt, erit EL : HK : : EF ſeu BD : FH, ſeu DC. Quare in æquatione inventa ſubſtituo ipſis EL & KH proportionales BD & DC, & habeo $B \times AB \times BD = C \times AC \times DC$, ſeu analytice $Bbx - Bb^2 = Ca^2 - Cax$. Unde eruitur $x = \frac{Ca^2 + Bb^2}{Bb + Ca}$, hoc eſt diſtantia a puncto ſuſpenſionis &c.

480. Simili ratione ſi plura eſſent pondera, quam duo, inveniretur conveniens diſtantia centri oſcillationis. Itaque ſit pendulum compoſitum ex tribus globis, quorum pondera ſint 4 . 10 . 20, & ſingulorum diſtantiæ a puncto ſuſpenſionis ſint 3. 8. 10, erunt quantitates productæ ex ponderibus ductis in quadratum diſtantiæ ſingulorum 36 . 640 . 2000., & omnium ſumma 2676. Quantitas autem motus in ſingulis erit 12. 80. 200, earumque ſumma 292, per quam diviſo 2676, quotiens $9\frac{12}{73}$ dat quæſitam diſtantiam centri oſcillationis a puncto ſuſpenſionis.

481. Secunda propoſitionis pars, quæ eſt de pendulo compoſito ex ſola haſta aliqua gravi, quod dicitur habere centrum oſcillationis ſuæ ad duas tertias partes totius penduli, computatas a puncto ſuſpenſionis, videri poteſt per calculum infiniteſimalem demonſtrata a Wolfio (1), & Jo. de Turre (2). Eadem abunde ſuadetur duplici experimento. Alterum eſt, quod docet baculum uniformis craſſitiei & denſitatis, qui tamquam pendulum oſcillet habere reapſe poſt duas tertias ſui partes centrum percuſſionis, quod ex dictis (§. 473.) incidit in centrum oſcillationis. Alterum eſt, quod grave, cujus pondus ſit par ponderi totius baculi, & pendeat ex tenui filo, cujus longitudo ſit duas tertias partes baculi, experimur facere oſcillationes iſochronas cum illis, quas facit baculus.

(1) Wolf. Elem. Mech. §. 433. (2) Tur. Scien. d. natur. par. 1. num. 959

PROPOSITIO II.

Oſcillationes ejuſdem penduli per arcus, qui ſint exigua circuli pars, omnes ſunt iſochronæ.

Articulus Primus.

De primis hujus propoſitionis authoribus.

482. HAnc propoſitionem de Aſtronomia optime meritam debemus Galilæo, qui primus referentibus Vincentio Viviano in ejus vita, & Academia experimentali Florentina (1) obſervavit an. 1583 oſcillationes penduli eſſe ſenſibiliter æque diuturnas. Hoc ut fertur homo ſagaciſſimus comperit obſervando oſcillationes lampadis in Eccleſia, ubi moras ducebat, etiamſi ſenſim minores evaderent, nihilominus ſingulas reſpondere ſingulis arteriæ pulſibus. Atque cum iterum iterumque deinde in ſecundo ex dialogis circa Mundi ſyſtemata editis an. 1632, & primo ac quarto (2) de duabus novis diſciplinis Lugduni Batavorum an, 1638 primum impreſſis, theoriam pendulorum pertractans de hac ipſorum proprietate meminerit, Aſtronomis viam monſtravit, qua æqualia temporis momenta colligerent longe exactius, quam alio quovis modo. Ipſum audierunt communiter Aſtronomi, in quibus Ricciolius, qui tamen profitetur (3) ſe nondum viſo Galilæo comperiiſſe experimentis iſochroniam oſcillationum ejuſdem penduli, fuſeque deſcribit methodum, qua uti illis quis poſſit. Hanc brevi declarat Hugenius dicens, (4) *Ex tenui catenula pondus appenſum manu impellebant. Hac methodo obſervationes eclipſium ſcrupuloſius, quam antea peregere, Soliſque item diametrum, & Stellarum diſtantias dimenſi ſunt non infeliciter.*

483. Poſtquam Galilæus adhuc adoleſcens tam mature obſervavit in penduli motu iſochroniam, & de ejus applicatione, quod obvium erat, dicitur cogitaſſe, mirum eſt ſenem obiiſſe, quin ipſum unquam fuerit exequutus, quod juxta Florentinam Academiam primum perfecit ipſius filius Vincentius an. 1649, quæ proinde non concederet, quod Muſſchenbroekius dicit (5) *horologia accurata pendulis eſſe inſtruenda primus invenit Hugenius*. Nam ſuum ipſe

(1) Acad. del Cimen. pag. 20.

(2) Gal. Nuov. Scien. Dial. 4. circa finem 1. theor.

(3) Ricc. Almag. lib. 2. cap. 2.

(4) Hug. Deſcript. horolog. a principio operum variorum.

(5) Muſs. Introduct. §. 673.

Digitized by Google

ipſe de Horologio oſcillatorio librum edidit an. 1656: qua ratione alii etiam rejiciuntur, quorum opinionem fortaſſe ſequutus fuit Muſſchenbroekius, neſciens ipſos jam olim impugnatos fuiſſe a Freindio (1), & a Beckero, quem citat Chamberſius (2). Teſtimonio Academiæ ſuffragatur Joſephus Campani, qui an. 1660, ſex ſcilicet annis ante editionem tentaminum illius Academiæ, ſcripſit in libello Italico *de Mutis horologiis*, Magnum Etruriæ ducem ſibi oſtendiſſe vetus horologium ſub Galilæi directione conſtructum, cui pendulum applicatum erat, magna ex parte diverſum ab eo, quod apparebat in typo ſimilis horologii ſibi pariter demonſtrato ab eodem Principe, quod Chriſtianus Hugenius invenit, & citato libro explicavit. Campanius quidem nominans Galilæum, ut auctorem horologii a ſe viſi nullum apponit prænomen, & cum paulo ante mentionem fecerit de iſochronia in oſcillationibus pendulorum, quam dicit obſervatam primo fuiſſe a Galilæo Galilæo, crediderim, cum deinde nominat abſolute Galilæum, ſignificare voluiſſe eumdem fuiſſe auctorem viſi a ſe horologii, non vero Vincentium, ut dicit citata Academia, cui tamen ſtandum mihi videtur eſſe, utpote quæ perſcripta fuit a Comite Laurentio Magalotto a Secretis Academiæ, qui aulicus etiam erat.

484. Nuper Ephemerides Literatorum Piſanæ ad an. 1771 art. 8 tomi ſecundi dicunt compertum jam eſſe, Galilæo Galilæo convenire non ſolum inventionem, ſed etiam exequutionem applicationis penduli ad horologium, exhibentes delineationem horologii cum pendulo, quod adhuc Piſis ſine dubio extat redemptum ab hæredibus Galilæi, & conſtructum an. 1649 a Marco Treſſler, qui fuit ab horologiis Ferdinandi M. D. Etruriæ. Sed imprimis cum Galilæus Galilæi obierit an 1641, non poteſt ſerio dici aut credi *ejus juſſu* factam eſſe hanc conſtructionem anni 1649. Deinde cum ibidem dicatur pendulum hujus horologii eſſe inter duas cycloides, quæ agnoſcuntur appoſitæ eidem eſſe poſteriori tempore, dubitari poteſt ne ſimiliter totum pendulum ipſi poſtea fuerit adnexum, cum quotidie videamus peragi ab artificibus hujuſmodi transformationes. Hoc igitur horologium ad ſummum illud eſſe poteſt, quod hoc eodem anno curante Galilæi filio fabricatum dixit Academia Florentina.

485. Poſt applicatum horologio pendulum liberati fuerunt Aſtronomi a duplici incommodo, altero renovandi identidem motum in ipſo pendulo, altero numerandi itus reditusque ſingulos. Felicius tamen hanc applicationem fecit deinde Hugenius edito ſuo horologio oſcillatorio, cujus conſtructionem brevi docet Wolfius. Poſt

(1) Freind. Præl. Chym. in Vindiciis pag. 156.

(2) Cha. Dizi. art. Orologio a ſuono.

Digitized by Google

Poſt Hugenium autem in ejuſdem inventi perfectionem multi alii incubuerunt, in quibus Eſchinardus, ut ipſemet docebit (1), & Matthæus Campanius in opuſculo, cujus compendium habetur in Diario Literatorum Pariſ. ad Januar. 1678 (2), & quod ab ipſo citatur Diarium Romanum Nazarii, & Delahirius in Hiſtoria Academiæ Scient. Pariſ. (3), qui obſervavit inventionem Hugenii faciendi, ut pendulum ſuſpenſum filo inter duas ſemicycloides faciat oſcillationes ſuas filo ipſo ſupra arcus cycloidales complicato ad habendam novæ cycloidis deſcriptionem in arcu ipſius oſcillationis, inutilem eſſe in re, tum quia arcus cycloidalis confunditur cum tenui arcu circulari, quem deſcribat pendulum ab his cycloidibus liberum: tum quia Iſochroniſmus in lapſu corporis per arcus cycloidales diverſæ longitudinis in rigore affirmari ſolum poteſt de corporibus in medio non reſiſtente per ſolam vim gravitatis deſcendentibus, non vero de illis, quæ in medio reſiſtente, & etiam alia vi, eaque inconſtanti urgentur, ſicuti accidit in oſcillationibus penduli, quæ pendent etiam ab impulſu, qui immediatè a dentibus rotarum pendulo communicatur: tum tandem quia filorum longitudo in horas mutabilis eſt a ſtatu atmoſphæræ modo magis, modo minus humidæ. Eſſent hic potiori jure commemorandi, qui noſtra hac ætate de maxima penduli perfectione cogitarunt, immutabilitate ſcilicet ſuæ longitudinis contra viciſſitudines, quibus ſubjicitur ex frigore & calore. Sed de his opportunius infra meminero.

486. Comperta iſchronia oſcillationum penduli celebris Sanctorius cogitavit de ejus applicatione ad medicum uſum cognoſcendi varietatem in pulſibus arteriarum pro diverſo ſtatu hominis. Huic muneri aptavit inſtrumentum, quod cum aliis deſcribit etiam Schottus (4), & libram Sphygmicam appellat, quo facile ſubjicerentur oculis longitudines penduli requiſitæ ad iſochroniam cum pulſu ſano aut infirmo, pro diverſa hominum ætate ſexu & conditione, & diverſo morbi genere.

Articulus II.

Demonſtratio propoſitionis.

487. I. SIC probatur. Oſcillationes penduli per exiguos arcus circuli habent curvitates, quæ confunduntur cum curvitate arcus cycloidis, qui ducerentur ab uno oſcillationis extremo ad alterum: Sed arcus cycloidis etſi inæquales percurruntur a gravibus

(1) Eſch. Curſ. Phyſico-math. de Aſtronom. cap. 4 ſec. 3. num. 119.
(2) Jour. des Scavans pag. 49.
(3) Acad. an. 1700 pag. 140.
(4) Sch. Mag. Univ. par. 3, lib. 4. prag. 9.

vibus libere per illos delabentibus tempore æquali (§. 468.): ergo etiam oſcillationes penduli per exiguos arcus circuli etſi inæquales fient æquali tempore.

488. II. Probatur ex obſervationibus, quibus conſtat referentibus De Lanis & De Chales, in duobus pendulis ejuſdem longitudinis, oſcillantibus per arcus breves vix inveniri differentiam aliquam temporis poſt centum etiam oſcillationes. Immo Mairanus in Comment. Acad. Scient. Pariſ. an. 1734 ſuadet ex ſua obſervatione duo pendula ejuſdem longitudinis, quorum unum oſcillet per arcum minimum, alterum vero per arcum trium ſdumtaxat graduum, habere differentiam unius oſcillationis poſt oſcillationes 11382. Quod ſi per arcum non trium, ſed duorum graduum alterum moveatur, differentia unius oſcillationis non habebitur niſi poſt 29000 oſcillationes.

489. Keillius (1), & Parentius apud Jo. de Turre (2), & Fortunatus a Brixia (3) ſic etiam arguunt. Deſcenſus gravium per chordas inæquales ejuſdem circuli ſunt æque diuturni: Atqui chordæ arcuum circuli, ſi ſint parvæ ſenſibiliter, non differunt a ſuis arcubus: ergo etiam deſcenſus gravium per arcus circuli inæquales ſi ſint exigui, erunt æque diuturni: Dimidiæ igitur oſcillationes penduli per exiguos arcus, quæ in deſcenſu conſiſtunt, ſunt æque diuturnæ: quibus cum paris durationis ſit altera ipſarum medietas per aſcenſum conſtituta, ut naturam motus uniformiter retardati conſideranti patebit, erunt integræ penduli oſcillationes per exiguos arcus æque diuturnæ. Sed reſpondetur, *diſt. min.* Chordæ circuli ſenſibiliter non differunt ab arcubus exiguis in longitudine, *conc.* in inclinatione, *nego min. & conſeqm*: Quare propter inclinationem in quovis arcu ſenſibiliter majorem, quam in ſubtenſa, non nihil major neceſſe eſt ſit velocitas gravis per arcum, quam per ſubtenſam. Qui in hoc vitioſo argumento acquieſcebant tamquam in demonſtratione, dicuntur moniti primo fuiſſe de errore a Joanne Bernoullio in Actis Lipſiæ an. 1714, & ab aliis poſt ipſum in eiſdem actis an. 1724.

490. Quoniam propoſitio poſtulat eas penduli oſcillationes, quæ ſint exigui arcus circuli, dico in horum numero haberi poſſe arcus trium circiter pollicum. Sit enim pendulum trium pedum, quale fere eſt pendulum experientiæ (§. 477.), & videamus quota pars circuli ſit arcus trium pollicum. Diameter circuli, cujus radius eſt pedes tres, importat pedes ſex, hoc eſt pollices 72: ergo poſita ratione Archimedæa diametri ad circulum 7 : 22, invenitur peri-

(1) Kei. Introd. ad veram Phyſ. lec. 13. theor. 41.

(2) Tur. Phyſ. gener. num. 92.

(3) Bri. Phyſ. gen. Diſs. 6. ſec. 5. prop. 2.

Digitized by Google

peripheria pollices 226$\frac{2}{7}$; nam 7 : 22 : : 72 : 226$\frac{2}{7}$. Hac diviſa per pollices tres habetur quotus 75$\frac{3}{7}$. Igitur oſcillatio trium pollicum eſt una circiter pars 75 totius peripheriæ in pendulo trium pedum.

PROPOSITIO III.

Oſcillationes penduli per arcus ſatis exiguos ſunt omnium optima menſura cujuſvis durationis, ſi caveatur variatio in ipſius penduli longitudine, quæ a caloris & frigoris viciſſitudine oritur.

491. Probatur. Ad rationem menſuræ cujuſvis durationis requiritur alicujus motus duratio brevis, quæ facile poſſit haberi, cognoſci, & repeti ſine ullo periculo, vel dubio, quin illa unquam vel brevior vel diuturnior evadat: Sed ſolum pendulum immutabilis longitudinis, quod determinetur ad oſcillationes per arcus circuli ſatis exiguos, exhibet in ſingulis ſuis oſcillationibus brevem durationem motus, quæ facile poteſt cognoſci, ut eſt evidens, eademque repeti ſine ullo periculo vel dubio quin unquam brevior vel diuturnior evadat: ergo. Major eſt extra controverſiam. Venio ad minorem. Ac imprimis quod ſolius penduli oſcillationes habeant perfectam rationem menſuræ ſuadetur, quia horologia vel ſciaterica, vel aquea, vel arenaria, de quibus qui tractaverint citantur a Ricciolio (1), non ſunt tales menſuræ, quibus quaſvis minimas partes durationis alicujus metiri poſſimus. Sciaterica enim inutilia prorſus ſunt nocte, & cælo nubilo, atque ob incertos appulſus umbræ ad lineas horarias, ne exhibent quidem accuratos horarum terminos etiam ſplendente Sole: alia vero horologia vix quadrantes, aut ſemihoras craſſe oſtendunt, eædemque aliquando tardiores, aliquando breviores inveniuntur ex contracto per uſum aliquo vitio: Sed nihil horum dici poteſt de oſcillationibus penduli immutabilis longitudinis conſtitutis pro menſura duratinnis, etiamſi minus amplæ evadant in decurſu, ac erant ſub initium: ergo.

492. Reſtat declaranda cautela enunciata in propoſitione circa longitudinem penduli, quæ conſervanda eſt immutata toto anni tempore, aliter ipſius oſcillationes non eſſent conſtanter iſochronæ. Nam ſicuti evidens eſt pendula diverſæ longitudinis facere oſcil-

(1) Ricc. Almag. lib. 2. cap. 20. prop. 15.

Digitized by Google

oſcillationes diverſæ diuturnitatis, ita certum eſt longitudinem penduli per hyemem fieri breviorem, & per æſtatem longiorem. Conſtat enim per frigus contrahi omne corpus, per calorem vero produci. Experimenta, quæ hoc evincunt, ex Muſſchenbroekio dabit Joannes de Turre (1), & alia poſt ipſum Joannes Ellicott (2), & poſt hunc Smeaton (3). Illud tamen obſervari debet, quod cum ferrum, & chalybs tenuiſſimam patiantur a calore aeris dilatationem, pendulum, cujus virga ſit ex ferro, & rectius ex chalybe erit talis menſura temporis, qua uti tuto poteſt quivis extra obſervationes Aſtronomicas. Muſſchenbroekius opinatus eſt (4) ex ebeno antiquo, ſandaracha oblito ad humiditatem arcendam, fieri poſſe pendulum cæteris præferendum, quia a calore, & frigore vix commutatur. Addit Nolletus tomo quarto ſuarum Lectionum agens de igne apud Trevoltianos (5) fuiſſe, qui horologiis applicarunt pendula conſtructa ex ligno prius calefacto, & deinde frigefacto, poſtquam ab experimentis edocti fuere lignum hac ratione comparatum minores reliquis corporibus pati deinde viciſſitudines. Sed quoniam aliquas patitur, jam propoſito non ſatisfacit. Propter quam cauſam, aliaque incommoda, iiſdem Trevoltianis (6) referentibus, vix eſt qui de hujuſmodi ligneis pendulis loquatur. Recentiſſime author eſt Delalande pendulum obſervationibus aſtronomicis ſatis opportunum eſſe, quod (7) *habeat lentem prægravem, & per exiguos arcus circuli moveatur, & virga conſtet craſſiori, & auro circumveſtita*. Equidem credam tanti Aſtronomi conſilium amplectendum eſſe, quandoquidem ex diverſis modis excogitatis pro conſervanda eadem in pendulis longitudine, nullus eſt, qui non laboret vel falſa ſuppoſitione, vel prænimia illud exequendi difficultate, ut ex his, quos jam refero, patebit.

493. Grahamus celebris inſtrumentorum fabricator Anglus anno juxta Trevoltianos 1726 (8) loco virgæ adhibuit tubum magna ex parte mercurio plenum, credens compenſandam productionem tubi ex calore natam, a mercurii elevatione ab eodem calore proveniente, quod accurate non contingit, quia ut refert Boſcovichius in ſupplementis ad librum tertium Philoſophiæ Benedicti Stay, non habetur ratio æqualitatis inter illa in oppoſitas partes incrementa. Circa idem tempus Joannes Harriſon ad eumdem finem pendulum horologii compoſuit ex novem virgis metallicis, quinque ex chalybe, & quatuor ex aurichalco alternatim poſitis,

 & eo

(1) Tur. Scien. della nat. par. 2. n 474.
(2) Elli. in Tranſ. Phil. an. 2752. n. 81.
(3) Sme. ibid. num 79 pag. 598.
(5) Muſs. Introd. num. 677.
(5) Mem. de Trev. a. 1749. ar. 23. p. 243.
(6) Ibid. an. 1756. art. 9. pag. 213.
(7) Lan. Connoiſs. des Mouvem. an. 1762 art. Quantite d' un pendule.
(8) Mem. de Trev. ann. 1756 art 9. pag. 213.

& eo inter ſe modo conjunctis, ut quantum deprimeretur centrum oſcillationis propter aliquarum incrementum infimam partem verſus, tantumdem erigeretur ex contraria aliarum ſuperiorem partem verſus rareſactione. Schema hujus penduli dat Muſſchenbroekius (1), qui tamen illud eidem Grahamo tribuit. Aliud ipſe idem deſcribit inventum in Gallia a Julio Romain. Alia refert Jacobus Short (2), qui etiam meminit de illa, quam Joannes Ellicott exequutus fuit an 1738 per virgam in pendulo ferream, cui aptavit laminam aurichalci, quæ per vim caloris producta elevat lentem, dum deprimit duos vecies ex altera eorumdem parte, ſupra quos lens ipſa collocatur, uti ipſemet in Tranſactionibus Philoſophicis (3) declarat. Alias rationes retinendi pendulum in eadem conſtanter longitudine ex aliis auctoribus præſertim Lepautio artifice Pariſienſi, a quo habemus tractatum de Horologiis ſummopere a Trevoltianis (4) laudatum, commemorat Jacquierius (5).

PROPOSITIO IV.

Tempus, quo pendulum facit unam oſcillationem eſt in ratione ſubduplicata arcus per illam deſcripti: & in ratione inverſa numeri oſcillationum, quas facit intra datum tempus.

Articulus Primus.

Demonſtratio.

494. Tempus, quo pendulum vi gravitatis facit dimidiam oſcillationem deſcendendo, eſt æquale tempori, quo alteram dimidiam facit aſcendendo, quia in qua ratione ipſius motus in deſcenſu acceleratur, in eadem retardatur in aſcenſu: ſed tempus, quo facit dimidiam oſcillationem deſcendendo, eſt in ratione ſubduplicata arcus deſcripti; nam tempus, quo corpus deſcendit per ſuperficiem curvam ubique ſibi ſimilem eſt in ratione ſubduplicata longitudinis ipſius ſuperficiei (§. 464.): ergo etiam tempus, quo pendulum alteram dimidiam oſcillationem facit eſt in ratione ſubduplicata arcus deſcripti: ergo totum tempus integræ oſcil-

(1) Muſſ. Introd. num. 673.
(2) Sho. in Tranſact. Phil. ann. 1752. num. 88.
(3) Elli. ibid. num. 81 pag. 479.
(4) Mem. de Trev, an. 1756. art. 9.
(5) Jacq. Phyſ, par. 1. ſec. 2. c. 3. n. 3.

Digitized by Google

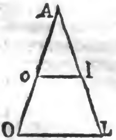
oſcillationis eſt in ratione ſubduplicata arcus per illam deſcripti. Quod erat primum.

495. Secunda pars, ſcilicet tempus unius oſcillationis eſt in ratione inverſa numeri oſcillationum, quas facit pendulum intra datum tempus cum Wolfio ſic oſtenditur. Sint duo pendula, quorum primum intra tempus T faciat oſcillationes numero N, ſecundum vero intra idem tempus faciat oſcillationes numero mN; tempus, quo primum pendulum facit unam oſcillationem erit $\frac{T}{N}$; nam ſicuti eſt numerus oſcillationum N ad tempus T, ſive N : T, ita eſt $1 : \frac{T}{N}$, hoc eſt una oſcillatio ad tempus proportionale. Eadem ratione tempus, quo ſecundum pendulum facit unam oſcillationem erit $\frac{T}{mN}$: ergo tempus, quo fit a primo pendulo una oſcillatio ad tempus, quo vna fit a ſecundo eſt ut $\frac{T}{N} : \frac{T}{mN} = \frac{1}{N} : \frac{1}{mN}$ quæ eſt ratio inverſa numeri oſcillationum. Itaque qui quærat tempus unius oſcillationis penduli, quod tres conficiat quovis ſecundo, habet ex formula hoc eſſe $\frac{1}{3}$ unius ſecundi, ſive 20 tertia. Exemplum facit ut advertamus ſecundæ hujus partis veritatem ſponte ſe offerre adhibita regula aurea, per quam quæritur tempus unius oſcillationis, poſito quod noverimus quot fiant intra datum tempus.

ARTICULUS II.

Corollaria primæ partis propoſitionis.

496. I. Tempora, quibus fiant oſcillationes pendulorum per arcus ſimiles ſunt in ratione ſubduplicata longitudinum ipſorum pendulorum. Ut hoc apertum fiat, ſit AL longitudo majoris penduli, & LO arcus unius oſcillationis: al vero ſit longitudo minoris penduli, & ol arcus oſcillationis ſimilis primæ, quæ ſcilicet æqualem numerum graduum circuli contineat, habemus jam duos ſectores ſimiles AOL, & aol: ergo, ut apud Pappum Alexandrinum (1) demonſtratur, eſt Ol : ol : : AL : al, adeoque eſt etiam $\sqrt{OL} : \sqrt{ol} :: \sqrt{AL} : \sqrt{al}$: Sed tempora, quibus fiunt oſcillationes OL, ol, ſunt ut $\sqrt{OL} : \sqrt{ol}$; nam ex propoſitione ſunt ut radices arcuum ipſis reſpondentium: ergo eadem ſunt etiam ut $\sqrt{AL} : \sqrt{al}$, ſcilicet in ratione ſubduplicata longitudinum pendulorum. Similem demonſtra-



(1) Pap. Collect. lib. 8. prop. 22.

Digitized by Google

ſtrationem adhibent Guido Grandi (1), Wolfius (2), & Nicolaus de Martino (3)]. Ad ulteriora corollaria deducenda tempus oſcillationum per arcum majorem dicatur T, illud vero per arcum ſimilem minorem dicatur t, & longitudo majoris dicatur L, minoris vero l, erit $T : t :: \sqrt{L} : \sqrt{l}$.

497. II. Cognita longitudine duorum pendulorum, cognoſcitur etiam in qua ratione ſint durationes oſcillationum, ad quas determinentur demiſſa a ſimilibus arcubus. Itaque ſit unius longitudo quadrupla alterius, erit oſcillatio longioris duplo diuturnior oſcillatione alterius; nam habetur $T : t :: \sqrt{L} : \sqrt{l} :: 2 : 1$. Id confirmant experimenta, quæ exhibent unam oſcillationem in pendulo longo ut quatuor, dum alterum ut unum duas complet.

498. III. Longitudines pendulorum, quæ oſcillationes ſuas efficiant vi ejuſdem gravitatis, ſunt ut quadrata temporum oſcillationum; nam quoniam eſt $T : t :: \sqrt{L} : \sqrt{l}$, erit quadrando omnes terminos $T^2 : t^2 :: L : l$. Jo. Baptiſta Baliani coævus Galilæi dicit (4) caſu incidiſſe in expoſitum theorema, quod ipſe ſic exprimit: Si globi ſuſpendantur ex funiculis inæqualibus, & in motu oſcillationis ponantur, ita inæquali motu feruntur, ut longitudines funiculorum durationibus motuum in duplicata ratione reſpondeant.

499. IV. Si tempora oſcillationum in pendulis vi ejuſdem gravitatis oſcillantibus ſint æqualia, etiam illorum longitudines ſunt æquales & contra; nam ſi in formula $T : t :: \sqrt{L} ; \sqrt{l}$, alterutra ratio ſit ratio æqualitatis, etiam altera neceſſe eſt ſit ratio æqualitatis.

500. Dices. Poſſunt æquali tempore duo pendula peragere ſuas oſcillationes, etiamſi longitudines ſint inæquales, quoties pendulum longius ſit etiam majoris maſſæ altero; nam propter hanc majorem maſſam acquiret majorem celeritatem, quæ compenſet tarditatem illam, quæ ex longitudine proveniret.

Reſp. nego aſſumptum, quando ſermo eſt de oſcillatione penduli per eamdem gravitatem. Eadem enim eſt gravitas in locis poſitis ad eamdem diſtantiam a polis terræ. Non ita vero, ſi loca ſint in alia hypotheſi; tunc enim fieri utique poteſt, ut pendulum unius longitudinis in uno loco faciat oſcillationes æque diuturnas cum illis, quas facit pendulum diverſæ longitudinis in alio loco, non tamen ex alia cauſſa, quam ex majori vi gravitatis in uno, quam in alio loco, ut inferius dicam. In hypotheſi igitur ejuſdem gravitatis pendulum quodcunque, etſi diſparis ſit maſſæ, movebitur æquali celeritate; nam cum gravitas ſit vis quædam determinatæ efficaciæ, quæ agit ſemper quantum poteſt, imprimit eamdem cuivis corpori ſive magnæ ſive parvæ maſſæ celeritatem. Illud ſolum ex

(1) Gra. Inſtit. Mecca prop. 51.
(2) Wolf. Elem. Mech. num. 392.
(3) Mart. Static. ſect. 3. cap. 4. p. 308.
(4) Bal. de Motu gravium lib 1. pag 6.

Digitized by Google

ex majori maſſa, quæ ſit in uno pendulo ſupra aliud æqualis longitudinis, continget, quod aliquanto tardius quieſcet propter majorem non jam celeritatem, ſed quantitatem motus, quam habet; & cujus proinde pars aliqua adhuc remanebit, quando jam in altero a reſiſtentia medii tota fuerit conſumpta.

501. V. Longitudo penduli, quod citius quam vellemus oſcillationes ſuas abſolvat, augenda eſt, ut eas tardius conficiat, & contra longitudo penduli tardius oſcillantis minuenda eſt, ut eas velocius abſolvat. Nam cum ſit T, ut $\sqrt{L}$: aucta L augetur etiam T, & rurſus diminuta L, minuitur etiam T.

ARTICULUS III.

Corollaria ſecundæ propoſitionis partis.

502, I. NUmerus oſcillationum, quas intra datum tempus facit pendulum, eſt in ratione inverſa radicis quadratæ longitudinis ejuſdem penduli; nam numerus oſcillationum inverſe intra datum tempus (§. 495.) eſt, ut tempus unius oſcillationis: Atqui tempus unius oſcillationis eſt etiam, ut radix quadrata longitudinis penduli (§. 496): ergo numerus oſcillationum inverſe intra datum tempus eſt, ut radix quadrata longitudinis penduli. Idem adhibitis formulis expeditius ſic oſtenditur. Eſt ex dictis $T : \frac{1}{N}$; atqui eſt etiam $T : \sqrt{L}$: ergo eſt $T : \frac{1}{N} :: T : \sqrt{L}$, & permutando $T : T :: \frac{1}{N} : \sqrt{L}$: adeoque eſt $N : \frac{1}{\sqrt{L}}$.

503. II. Longitudines diverſæ pendulorum vi ejuſdem gravitatis oſcillantium ſunt in ratione inverſa quadrati numeri oſcillationum, quæ intra idem tempus factæ ſint. Nam cum ſit $\sqrt{L} : \frac{1}{N} :: \sqrt{l} : \frac{1}{n}$, erit $\sqrt{L} : \sqrt{l} :: \frac{1}{N} : \frac{1}{n}$; & quadrando omnes terminos erit $L : l :: n^2 : N^2$.

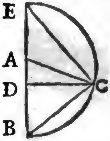
504. III. Data longitudine duorum pendulorum, & numero oſcillationum, quas alterum peragit dato tempore, invenitur numerus oſcillationum, quas intra idem tempus vi ejuſdem gravitatis alterum peraget. Nam eſt ex modo dictis $\sqrt{L} : \sqrt{l} :: \frac{1}{N} : \frac{1}{n}$: ergo cum in hac proportione dentur ex hypotheſi tres termini, datur & quartus. Itaque ſit pendulum longum pollices ſexdecim, quod faciat intra datum tempus oſcillationes viginti & unam, & quæratur de altero longo pollices novem, quot facturum ſit oſcillationes intra

ſam eſſe pro diverſa locorum latitudine geographica, evanuit hujuſmodi cogitatio, quippe inde jam conſtat idem in hujuſmodi pede contingere, ac in aliis vulgo uſitatis, ut ejuſdem quantitatis non reperiatur in omnibus terræ locis. Bertholdus Hauſer definiens pedem horarium non per tertiam partem, ſed per ipſam longitudinem dicti penduli, (1) *Pes*, inquit, *horarius eſt longitudo penduli ſimplicis, quod ſingulas oſcillationes conficit ſingulis ſecundis*, videtur Wolfium deſcripſiſſe, apud quem (2) eadem concepta verba leguntur, ſed mendoſe: nam ipſe idem in decurſu ſermonis ſupponit pedem horarium definitum a ſe per tertiam partem longitudinis penduli pro ſecundis.

PROPOSITIO V.

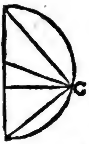
Celeritas penduli in puncto infimo eſt ad celeritatem, quam acquireret cadendo per duplam ipſius longitudinem, ut chorda arcus deſcripti ad duplam penduli longitudinem, ſeu diametrum circuli, ad quem pertinet arcus deſcriptus: & celeritates ejuſdem penduli in puncto infimo a diverſa altitudine cadentis ſunt ut chordæ arcuum, quos deſcribit.

507. UT utraque pars aperta fiat, Sit AB longitudo penduli, quod a puncto C cadat in infimum punctum B, erit arcus deſcriptus BC, & hujus chorda erit cognominis. Producatur AB in E, ita ut AE ſit æqualis AB, erit EB dupla penduli longitudo, ſupra quam deſcribatur ſemicirculus ECB, & a puncto C ducatur CD perpendicularis diametro.



Prima jam pars ſic probatur. Celeritas acquiſita a pendulo ex C cadente in B æqualis eſt celeritati, quam acquireret cadendo per DB (§. 443.): ergo celeritas per CB acquiſita ſe habet ad celeritatem, quam acquireret cadendo per EB, ut $\surd DB : \surd EB$ (§. 410.): Sed eſt $\surd DB : \surd EB = BC : EB$: ergo celeritas per CB acquiſita ſe habet

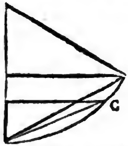
(1) Hau. Phyſ. gen. num. 991. (2) Wolf. Math. num. 425. edit. Genev.



bet ad celeritatem, quam acquireret cadendo per EB, ut BC : EB, hoc eſt ut chorda arcus deſcripti, ad diametrum circuli. Minor probatur. Ex Geometria (1) eſt DB : BC = BC : EB propter ſimilia triangula BEC, & BCD : ergo juxta doctrinam proportionum eſt DB : EB = $BC^2 : EB^2$, ſive ut ajunt in duplicata ratione BC : EB, & conſequenter $\sqrt{DB} : \sqrt{EB} = BC : EB$.

508. Secunda pars de celeritatibus ejuſdem penduli in ratione chordarum ſic demonſtratur. In figura ſuperiori concipiatur alia chorda Bc major vel minor chorda BC, jam ſicuti pro celeritate per chordam CB relate ad celeritatem per diametrum EB inventa eſt hęc ratio $\frac{\sqrt{DB}}{\sqrt{EB}} = \frac{BC}{EB}$, ita pro celeritate per chordam Bc relate ad celeritatem per eamdem diametrum, invenietur eodem jure hæc ſimilis ratio $\frac{\sqrt{dB}}{\sqrt{EB}} = \frac{Bc}{EB}$: ergo erit $\frac{\sqrt{DB}}{\sqrt{EB}} : \frac{\sqrt{dB}}{\sqrt{EB}} = \frac{BC}{EB} : \frac{Bc}{EB}$, & conſequenter $\sqrt{DB} : \sqrt{dB} = BC : Bc$.

509. Aliter pendulum AC cadens ex altitudine C, & deinde ex altitudine c, acquirit in B eam celeritatem, quam acquireret cadens ex altitudine DB, aut dB (§. 443.): ergo cum celeritas in motu uniformiter accelerato ſit ut radix quadrata altitudinis deſcenſus (§. 410.), erit celeritas acquiſita per CB, ad celeritatem per cB, ut $\sqrt{DB}$: $\sqrt{dB}$; atqui ex Geometria, ut videre eſt apud Whiſtonum in notis ad Elementa Euclidea Taequeti (2) eſt DB : dB : : $CB^2 : cB^2$:



ergo eſt $\sqrt{DB} : \sqrt{dB}$: : CB : cB : ergo etiam celeritas acquiſita per CB eſt ad celeritatem per cB, ut chorda CB ad chordam cB.

510. Coroll. Si pendulum extollatur ad C, ita ut chorda CB ſit dupla, vel tripla chordæ cB, tribuetur illi etiam dupla vel tripla celeritas. Hinc nova quædam ratio habetur, quæ palam facit, cur pendulum poſitum in motu, etiamſi oſcillationes minoris ſemper amplitudinis efficiat, adhuc illæ ſint iſochronæ (§. 457.) cum primis majoribus, quia ſcilicet dum minuitur ſpatium deſcriptum, minuitur etiam celeritas ipſius penduli : & nihil mirum eſt eodem tempore percurri ingens ſpatium cum ingenti celeritate, ac modicum ſpatium cum modica. Uſus hujus corollarii eſt, quem ſupra (§. 459.) adverti.

PRO-

(1) Tacq. ad lib. 6. Eucl. prop. 8. coroll. 2. (2) Whi. ad prop. 17. Elem. 6. Schol. 3.

Digitized by Google

PROPOSITIO VI.

Datur Iſochronia in pendulis diverſæ longitudinis pro diverſis terræ locis, eaque provenit a viribus gravitatis diverſis, quæ ſunt inter ſe in ratione arcuum iſochronorum, & etiam in ratione longitudinis pendulorum.

Articulus Primus.

Demonſtratio.

511. PRima pars probatur. Richerius primus comperit an.1672, cum eſſet in inſula Cayennæ, quæ ab Æquatore 5 fere gradibus diſtat, quo ab Acad. Scient. Pariſien. miſſus fuerat ad habendas Aſtronomicas obſervationes, opus eſſe pendulo breviori prope Æquatorem ad obtinendas oſcillationes æquales illis, quas habebat Pariſiis. Cum enim ſecum detuliſſet horologium oſcillatorium, cujus pendulum longum pedes 3, lin. 8$\frac{3}{5}$ ſingulas oſcillationes pro ſingulis minutis ſecundis Pariſiis abſolvebat, obſervavit ibi lentius factum, ut linea una & amplius ad eumdem effectum debuerit decurtare, quemadmodum redux Pariſios certo cognovit, poſtquam longitudinem in Cayenna requiſitam, quam probe notaverat, & æri etiam inciderat, comparavit cum ea, qua opus erat Pariſiis. Novitas phænomeni perculit primo Literariam Rempublicam univerſam, aliis de more dubitantibus de rectitudine obſervationum, aliis rei cauſſam refundentibus in pendulum vi caloris auctum, vel in aerem minus ibi defæcatum, vel in vim centrifugam ibidem majorem, de qua ultima opinione Picardus (1) *in Menſura Telluris* edita an. 1671, jam monuerat referente Delalande (2) *actum fuiſſe in Acad. Scient. Pariſ.* Sed proceſſu temporis extiterunt Hallejus an. 1676, Varenus, Hayes, & Glos an. 1682, Coupletus an. 1697, & alii apud Io. de Turre (3), qui diminutione penduli pro iſochronia opus eſſe a polis æquatorem verſus confirmarunt.

(1) Picard. art. 4.
(2) Lan. Connoiſſ. des mouvem. an. 1762. art. Hiſt. des Travaux.

(3) Tur. Phyſ. gen. num. 534. Id. Scienz. d. nat. num. 581.

Tandem extra controverſiam res facta fuit, poſtquam Academici Pariſienſes ad Polos, & ad Æquatorem miſſi tales ſinguli pendulorum menſuras pro habendis minutis ſecundis reportarunt, ut in eo omnes conſentiant, quod pendulo omnium breviſſimo opus ſit ſub Æquatore, illudque certa lege augendum ſit polos verſus procedendo. Tranſactiones philoſophicæ ad an. 1734 obſervationes uſque ad illud tempus habitas proferunt ordine chronologico diſpoſitas. Neutonus deinde in libro tertio Principiorum tertiæ editionis protulit tabulam variationum, quas debere eſſe in longitudine penduli pro diverſa latitudine terræ concluſit ex figura terræ determinato modo compreſſæ ad polos, & elevatæ ad æquatorem. Aliam ſimili fundamento innixam dedit Maupertuiſius in ſua Telluris figura Pariſiis edita an.1739, quæ inter ſe non admodum diſcrepant. Qui tamen juxta hujuſmodi tabulas componeret penduli longitudinem in ſingulis locis, ſi non ſemper eam reperiret opportunam, mirum non eſſet, quippe cum deductæ ſint ex hypotheſi, quod terra ſit ubique ejuſdem denſitatis, ſi minus in re ita ſit, jam neceſſe eſſet aliam requiri longitudinem penduli ab ea, quam tabulæ indicabant. Quare credam, quod Maximus Mangold affirmat (1) *obſervatum eſſe pendulum quandoque fuiſſe non nihil prolungandum etiam in minore diſtantia ab æquatore: quandoque etiam idem pendulum, etſi inæqualiter ab æquatore diſtans, æquales dediſſe oſcillationes.* Sed hoc omiſſo, quod unice hic curo eſt, conſtare affirmatam iſochroniam in pendulis diverſæ longitudinis pro diverſis terræ locis.

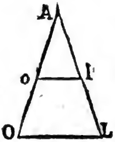
512. Probatur ſecunda pars. Oſcillatio penduli provenit a vi gravitatis determinata celeritate urgentis omnia corpora deorſum: ergo minor eſt vis gravitatis, quæ facit ut grave percurrat minus ſpatium eodem tempore ac aliud: Sed pendulum minus longum, iſochronum alteri longiori, percurrit minus ſpatium, minorem ſcilicet arcum eodem tempore, ac aliud: ergo minor eſt vis gravitatis, quæ facit ut pendulum brevius ſit iſochronum longiori.

513. Probatur tertia pars. Vires acceleratrices diverſæ, cujuſmodi ſunt vires gravitatis, ſunt inter ſe ut ſpatia ſimilia ſimiliterque poſita, quæ a gravibus eodem tempore percurruntur (§.427.): Sed ſpatia, quæ eodem tempore percurruntur a pendulis diverſæ longitudinis, ſunt ipſi arcus iſochroni, ſpatia utique ſimilia, ſimiliterque poſita, ut jamjam patebit: ergo vires gravitatis, quæ oſcillationes iſochronas producunt in pendulis diverſæ longitudinis, ſunt ut ipſi arcus iſochroni.

514. Probatur quarta pars. Arcus iſochroni deſcripti a pendulis diverſæ longitudinis ſunt arcus ſimiles; nam ſi tempore, quo AL pen-

(1) Man. Phyſ. gener. num. 69.

Digitized by Google



pendulum longius complet oſcillationem ſuam OL, alterum brevius Al complet ſuam ol, neceſſe eſt, ut angulus A idem ſit in triangulo OAL, & in oAl: Sed arcus ſimiles circuli ſunt in ratione longitudinum propter ſimilitudinem ſectorum: ergo arcus iſochroni deſcripti a pendulis diverſæ longitudinis ſunt in ratione ipſarum longitudinum, adeoque etiam vires gravitatis.

515. Coroll. Quoniam longitudines in pendulis iſochronis ſunt, ut ſpatia ſeu arcus eodem tempore percurſa, ſi dentur tres ex his quatuor terminis, ſcilicet duabus longitudinibus penduli requiſitis ad habendas oſcillationes iſochronas, & duobus ſpatiis a gravi percurſis intra certum tempus ſemper invenitur quartus. Ita data longitudine penduli pro ſecundis ſub æquatore ped. 3 lin. $7\frac{21}{100}$, qualem invenit Bouguerius (1), ſub latitudine vero Pariſiorum juxta eumdem ped. 3 lin. $8\frac{67}{100}$: & dato prout idem vult deſcenſu gravis ſub æquatore intra unum minutum ſecundum ped. 15 lin. $7\frac{41}{100}$ invenitur deſcenſus Pariſiis ped. 15 poll. 2, & lineæ fere unius. Nam ped. 3 lin. $7\frac{21}{100}$: ped. 3 lin. $8\frac{67}{100}$: : ped. 15 lin. $7\frac{41}{100}$: ped. 15 pol. 2 lin. $\frac{237}{252}$.

ARTICULUS II.

Objectiones contra primas propoſitionis partes.

516. I. OBjicitur. Neceſſitas diminutionis continuæ in longitudine penduli pro majori acceſſu ad æquatorem provenire poteſt ex calore ſucceſſive majori, qui rareſacit aerem, & amplificat corpora, ut adverterunt Derham (2), Delahirius (3), & Hartſoeker (4): ergo neque conſtat diverſa opus eſſe longitudine penduli in diverſis terræ locis pro iſochronia, neque diverſam eſſe circa terram vim gravitatis.

Reſp. nego ant. Comparato enim incremento longitudinis, quod a calore potuiſſet provenire in pendulo, cum ea longitudinis diminutione, qua opus fuit circa æquatorem ad iſochroniam, probavit

(1) Boug. Fig. de la Terre ſec. 7. n. 22.
(2) Der. Phyſico-theol. B. 2. chap. 1. in notis.
(3) Dela. in Acad. Scien. Pariſ. a. 1703.
(4) Har. Cours de Phyſ. Lettre a M. Clerc.

Digitized by Google

vit jam Neutonus (1) eam non poſſe calori tribui, niſi ex minima dumtaxat parte; nam Richerius opus habuit unius lineæ diminutione cum quadrante, vel ut putat Neutonus cum dimidio: Atqui virga ferrea pedum ſex ex obſervationibus Delahirii per plures horas ſub Sole æſtivo, cujus calor major fortaſſe erat illo, qui ſub Æquatore erat tempore, & loco obſervationis Richerii, crevit ſolum $\frac{1}{7}$ unius lineæ, & virga pariter ferrea unius pedis ad ignem vehementiſſimum, teſte Picardo crevit ſolum dimidia linea: Igitur a calore non potuit provenire neceſſitas diminutionis unius lineæ & amplius. Hæc confirmarunt Academici Pariſienſes ad polum miſſi, qui Pelli in Laponia, ultra ſcilicet circulum polarem Arcticum, etiam poſt redactum locum obſervatorii ad gradum caloris zonæ torridæ, adhuc opus ibi eſſe pendulo longiori, quam ſub æquatore, teſtati ſunt ex propria experientia. Idem confirmarunt alii Academici Pariſienſ. apud Voltairem (2), quibus prope Quitum, tempore quo glaciabat, opus fuit pendulum brevius duabus ferme lineis reddere, quam eſſet in Gallia, quod augmentum vix recipit virga ferrea pedum trium candefacta, obſervante Jacquierio (3).

517. II. Objicitur. In hypotheſi rotationis terræ ſupra ſuum axim habetur ſub Æquatore maxima vis centrifuga, quæ ſemper decreſcit uſque ad polos: ergo poteſt eadem eſſe ubique circa terram vis gravitatis, etſi propter vim centrifugam alicubi minor appareat.

Reſp. conc. ant, & nego conſeqm. Nam diminutio gravitatis ex vi centrifuga proveniens nequit eſſe tanta, quanta obſervatur. Bouguerius (4) ex accuratis ratiociniis, & obſervationibus factis ſimul cum aliis experientiſſimis viris concludit tres ad ſummum partes tribui poſſe vi centrifugæ ex quinque, in quas tota diviſa fuerit inventa ſub æquatore diminutio gravitatis infra illam, quæ erat Pariſiis. Quin immo idem narrat diminutionem gravitatis a ſe inventam ſupra quoſdam Americæ montes (5) non ſolum non reſpondere augmento vis centrifugæ, quod convenit montibus, ſed tam longe etiam abeſſe, ut ſi iſtud dumtaxat augmentum attendendum fuerat, non potuiſſet ea diminutio ne eſſe quidem ſenſibilis.

518. III. Objicitur. Variatio in numero oſcillationum penduli ejuſdem longitudinis pro diverſa terræ latitudine poteſt repeti a cauſis alterantibus horologium, cui pendulum ſolet applicari, ut a tenacitate olei, quo axes rotarum illiniuntur, a quantitate pulveris inter rotas ſe immiſcentis, & ab humiditate aut ſiccitate, quæ magis vel minus rigidos reddat funiculos ſuſtentantes pondera, per

quæ

(1) Neu. Princ. Phil. lib. 3. prop. 20.
(2) Volt. Elem. di Filoſ. §. Alcuni anni.
(3) Jacq. Phyſ. par. 1. ſec. 2. cap. 1. ar. 3.
(4) Bou. Fig. de la Terre ſec. 7. n. 28.
(5) Id. ibid. num. 40.

Digitized by Google

quæ pendulum ſemel motum perſeverat in motu: ergo nullum adhuc argumentum ſufficiens pro diverſa circa terram vi gravitatis.

Reſp. diſt. ans. Aliqua tenuiſſima variatio tribui cauſſis illis poteſt, *permitto ans*, tota *nego ans*. Permittitur ex parte antecedens, quod ex integro melius negari poſſet, cum conſtet tam acutos, & accuratos fuiſſe, qui hujuſmodi experimenta inſtituerunt, ut dubitari nequeat, quin locum ullum objectis alterationis cauſſis reliquerint. Sed hoc ſaltem certum eſt iis tribui non poſſe totum variationum effectum. Suadetur id ab experimento quodam a Grahamo inſtituto. Pendulum ille librarum 12 cum unciis 10, quod horologium ut ita dicam animabat, redegit ad libras ſex cum tribus unciis. Comparato autem numero oſcillationum, cum pondus erat majus, cum numero ſub pondere minori, invenit hunc intra horas 24 altero minorem uno ſecundo. Ex quo plane intelligitur celeritatem horologii ita pendere a longitudine penduli, ut hac vel tenuiſſime variata, ea quoque ſenſibiliter mutetur, at per diverſitatem ponderum etiam ſatis magnam vel nullo modo, vel vix aliquo variatur. Quibus poſitis manifeſtum eſſe debet, cauſſas alterationis objectas non poſſe revera producere compertam oſcillationum varietatem, quæ aſcendit ad quamplurima ſecunda ſub latitudine multum diverſa, cum etiam quando omnes prædictæ cauſſæ concurrant, nequeant æquivalere ponderi librarum ſex & amplius.

519. IV. Objicitur. Obſervationes habitæ a diverſis in iiſdem locis circa longitudinem penduli requiſitam ad oſcillationem unius ſecundi, non conveniunt inter ſe. Ita quam Pariſiis Hugenius voluit eſſe ped. 3 lin. $8\frac{1}{2}$, Dorto Mairanus (1) invenit ped. 3 lin. $8\frac{367}{1000}$, Bouguerius ped. 3 lin. $8\frac{67}{100}$, & Delalande (2) ped. 3 lin. $8\frac{57}{100}$: ergo alia debet eſſe hujus diſcriminis cauſſa, quam diverſa vis gravitatis.

Reſp. diſt. ans. Non conveniunt inter ſe, ita tamen ut diſcrimen ſit tenuiſſimum, & omnes conſentiant in longitudine penduli ſemper majori ab æquatore ad polos, *conc. ans*: ſecus *nego ans*, & *conſeqm*; quæ male deducitur. Si enim aliquid diſcriminis, quod obſervatum eſt, gravitati debeatur, legitima conſequentia eſt, ergo vis gravitatis, quæ eſt in uno circa terram loco non eſt immutabilis, quam utique concedam, cum aliunde notum ſit vim gravitatis dependere a quantitate materiæ & diſtantia. Quare jure Wolfius dicebat, (3) *Hactenus nec per experimenta conſtare, nec demonſtratum eſſe, quod eodem in loco intra amplum temporis intervallum, veluti aliquot ſæculorum decurſum, gravitas non mutetur*.

PARS XV.

(1) Mai. Acad. d. Scien. an. 1735.
(2) Lan. Connoiſs. an. 1762. art. Longeur du pendul.
(3) Wolf. Elem. Mecha. num. 471.

Digitized by Google

PARS XV.

De motu compoſito ex motu uniformi, & motu uniformiter accelerato.

PROPOSITIO PRIMA.

Corpora hic ſupra terram projecta per directionem, quæ non ſit perpendicularis horizonti, procedunt per curvam, quæ eſt parabola Apolloniana, non tamen accurate.

520. MOTUS corporum, prout enunciatur in hac propoſitione eſt motus compoſitus a vi projectionis, quæ ſemel impreſſa corpori produceret ejuſdem motum uniformem, & a vi conſtantis gravitatis, quæ motum uniformiter acceleraret, ſi reſiſtentia medii utrinque non obſtaret. Jacobus Riccati (1) dicit Tartaleam Mathematicum Brixianum exiſtimaſſe curvam a projectis deſcriptam eſſe circularem: Sed Galileus illam definivit fore exacte parabolam, niſi obſtaret reſiſtentia medii, cui omnes conſentiunt, qui de motu projectorum poſt illum agunt, inter quos ſunt Hallejus, & Walliſius in Tranſactionibus philoſophicis (2), Guido Grandi (3), & alii paſſim.

ARTICULUS PRIMUS.

Demonſtratio pro primis propoſitionis partibus.

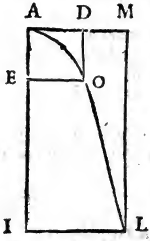
521. PRima pars, quod corpora modo dicto projecta procedant per curvam, ſic probatur. Corpora modo dicto projecta urgentur ad motum per duas directiones non oppoſitas quidem inter ſe, ſed quæ non ſervant eamdem inter ſe rationem; nam altera eſt a vi projectionis, qua ſola corpus moveretur motu uniformi, altera a vi gravitatis, qua ſola moveretur motu uniformiter accelerato, vel retardato ſecundum progreſſionem numerorum imparium

(1) Ricc. Oper. tom. 2. lib. 3. c. 6. §. 3.
(2) Tranſ. abridg'd. vol. 1. chap. 5. §. 8.
(3) Gran. Inſtit. Mecc. cap. 7.

Digitized by Google

rium (§. 412.). Atqui corpora, quæ urgentur ad motum per duas directiones non oppoſitas quidem inter ſe, ſed quæ non ſervant eamdem inter ſe rationem, procedunt per curvam (§. 360.) : ergo.

522. Secunda pars, quod hæc curva ſit parabola Apolloniana remoto ſaltem omni impedimento, probabitur ſtatim ut aliqui termini ad hujus curvæ notionem ſpectantes fuerint declarati. Curva, quæ naſcitur diviſo cono per ſectionem parallelam uni ipſius lateri, Parabola eſt Apolloniana, ſic appellata, tum quia de hac, ſicuti & de aliis Coni ſectionibus extant celebres Apollonii libri, tum quia aliæ dantur parabolarum ſpecies. Apollonianæ exemplum eſt in appoſita figura, quæ ejus dimidium exhibet. In ea punctum A, ex quo AI, & AM ducuntur, vertex parabolæ dicitur, & AI quidem diameter, AM vero tangens vocatur. Tangenti parallelæ EO, IL, dividentes diametrum vocantur, ſemiordinatæ, & partes diametri inter verticem & ſemiordinatas interceptæ, dicuntur abſciſſæ, aut ſagittæ. Diameter, quæ faciat cum ſemiordinatis angulos rectos, dicitur axis.



523. Venio jam ad demonſtrationem. Parabola Apolloniana habet pro attributo ſibi proprio, per quod aliqui ipſam definiunt, quod abſciſſæ ſint inter ſe ut quadrata ſemiordinatarum, cujus elegantem demonſtrationem habet Antonius Lecchi (1), & paſſim qui de his ſectionibus agunt: Atqui in curva deſcripta a projectis ſupra terram per directionem ipſi non perpendicularem remoto omni impedimento, abſciſſæ, quæ reſpondent ſpatiis vi ſolius gravitatis percurſis, ſunt ut quadrata ſemiordinatarum, ſive ſpatiorum, quæ eadem projecta vi ſolius projectionis eodem tempore percurrerent: ergo curva deſcripta a corporibus modo dicto projectis eſt parabola Apolloniana. Minor dum declaratur, ſuadetur. Abſciſſa AE ſit ſpatium ut unum intra primum aſſumptum tempus per ſolam gravitatem percurrendum, & EI ſit ſpatium ut 3 pro ſecundo pari tempore, quoniam hæc ſpatia procedunt in ſerie numerorum imparium, proinde abſciſſa AI erit ſpatium duplo tempore per ſolam gravitatem percurrendum Sit præterea AD ſpatium, quod idem corpus primo aſſumpto tempore vi projectionis decurreret, & DM = AD illud, quod ſecundo tempore eadem vi projectionis conficeret: adeoque Am = IL erit ſpatium ut 2 duplo tempore vi projectionis percurrendum. Manifeſtum jam eſt ſpatium AI, ſeu abſciſſam ut quatuor eſſe ut quadratum ſemiordinatæ IL, ſeu quadratum numeri 2.

524. Ite-

(1) Lec. Sect. Coni. proleg. prop. 5.

Digitized by Google

524. Iterum ambæ partes ſuadentur experimentis, quæ inſtituuntur per machinam, quam Duhamel in Philoſophia Burgundica (1) tribuit Romero, vel Perraultio: ſed eam invenio delineatam etiam a Carteſio (2). Ipſius tamen perfectam deſcriptionem varii dabunt poſt Muſſchenbroekium (3), & Nolletum (4), ut Jo. de Turre (5), & Hauſerus (6), in qua motus projectionis conciliatur fluido erumpenti ex ſalienti in altum converſo cum aliqua ad horizontem inclinatione propter impulſum, quem recipit ab alio ſibi incumbenti. Videre enim licet in hoc apparatu fluidum exiliens ad variam altitudinem pro varia inclinatione lineam deſcribere, quæ ut loquar cum Carteſio (7) *parabolicam curvaturam habet, quemadmodum obſervavit Galilæus*. Aliam machinam, in qua globus deſcendens per canalem excavatum, qui circa finem horizontaliter extenditur, ex eo tandem erumpit directione horizontali ab acquiſita celeritate, & ſimul verticali a gravitate nunquam non premente, & viam tenet parabolicam, alibi (8) ex eodem Nolleto afferunt idem de Turre, & Hauſer (9).

525. Sine ulla machina curvam deſcribi a corpore, quod eodem tempore patiatur vim gravitatis, & impulſum horizontalem, obſervabit, qui ex inmoto litore conſpiciat motum lapidis, quo ſibi relictus a ſummo malo navis plenis velis euntis deſcendat. Dum enim lapis per motum ſibi cum navi communem recta per lineam horizontalem tendit, deſcendit etiam deorſum per gravitatem, & ad mali pedem tandem pervenit per lineam curvam, quæ vectoribus nullo modo viſibilis eſt; nam cum participent eamdem directionem horizontalem cum lapide, neceſſe eſt, ut iis non appareat effectus ipſius, translatio lapidis in directum, ſed ſolus effectus vis gravitatis, deſcenſus lapidis. De hac re eſt epiſtola quædam Gaſſendi ad Petrum Puteanum, quam inſcribit de motu corporis impreſſo a motore translato. Siquis ſimiliter intueri poſſet motum globi verticaliter exploſi a bellico mortario, quod ſupra currum citatis equis trahatur, videret ab eo deſcribi utrunque unius curvæ brachium. Globus enim erumpens habet duplicem directionem alteram horizontalem, quæ eſt ei impreſſa a motu currus, alteram ad angulum rectum cum prima, quæ eidem tribuitur ab accenſo pulvere pyrio, cujus ratio ad primam continuo mutatur propter eam imminutionem, quam perpetuo in illa facit gravitas, uſque dum eam prorſus deſtruat. Propterea primo aſcendit per brachium talis

(1) Duh. Phyſ. gen. tr. 2. cap. 4.
(2) Cart. par. 2. ep. 92. ad Merſennum.
(3) Muſſ. Introd. ad Philoſ. num. 704.
(4) Noll. lez. 6 di Fiſic. ſez. 2. art. 2.
(5) Tur. Scienz. della nat. num. 966.
(6) Hau. Phyſ. gen. num. 1048.
(7) Cart. Epiſt. part. 2. ep. 115.
(8) Tur. Phyſ. gen. num. 489.
(9) Hau. Phyſ. gen. num. 1046.

Digitized by Google

talis curvæ, cujus vertex ibi eſt, ubi omnino deficit propter oppoſitam gravitatem vis illi impreſſa ab accenſo pulvere, atque inde deſcenſum inchoat per alterum brachium pariter curvum, donec perſeverat aliquid vis impreſſæ globo a motu currus, quæ continuo obſtat gravitatis actioni. Hoc pacto fit quemadmodum Academia Florentina ſæpius experta eſt, ut globus ſemper prope currum recidat, qui eadem celeritate moveatur poſt exploſum mortarium, ac antea.

Articulus II.

Demonſtratio ultimæ propoſitionis partis.

526. Ultima propoſitionis pars eſt, curvam a projectis deſcriptam non eſſe exacte parabolam Apollonianam. Hoc comperiet quicunque cum Nicolao Cabeo contra tenues chartas longa ſerie diſpoſitas globos ignea balliſta explodat, in quibus foramina relicta extra hujus curvæ perimetrum inveniuntur. Experimentum reſpondet rationibus, quæ idem præmonſtrabant; Ad deſcriptionem enim hujuſmodi parabolæ requireretur, ut tam vis projectionis, quam vis gravitatis obtinerent effectum ſuum accurate, quod non contingit propter impedimentum, quod utrique provenit ex reſiſtentia aeris, quæ quidem, quando corpora ſibi relicta ſunt ſenſibiliter ponderoſa, parum ſenſibilis eſt, ut patet experimentis corporum ex aliqua altitudine cadentibus, at ſenſibilis oppido eſt, cum ſatis rara ſunt corpora, ut veſica aere inflata, aut cum inſignis eſt velocitas projecti, quoniam fluidorum reſiſtentiam eſſe in ratione quadrati celeritatis corporis in illo moti alibi (1) demonſtratum eſt. Atque hæc eſt ratio cur Academici Florentini apud Hauſerum (2) conſtanter viderint globum ferreum, libere ſibi relictum a turri Liburnenſi alta brachiis 50, ad ſolum paris libræ cum æquore maris pervenire poſt quatuor oſcillationes penduli ad dimidium minuti ſecundi conformati: exploſum vero horizontaliter a tormento bellico eamdem altitudinem non dimetiri, niſi poſt oſcillationes quatuor cum dimidia.

527. Præterea opus eſſet ut directiones gravium cadentium eſſent inter ſe parallelæ, quod in rigore non eſt verum. Nam gravia in quocunque loco tendunt ad centrum terræ, quandoquidem tendunt perpendiculariter ad ſuperficiem terræ, quæ parum diſtat a corpore ſphærico: Sed in ſphæra lineæ tendentes ad ejus centrum non ſunt inter ſe parallelæ: ergo neque directiones gravium ſunt inter ſe parallelæ. Illud tamen addi debet, quod ex defectu hu-

(1) De cau. efficien. num. 567. (2) Hau. Phyſ. gen. num. 1044.

jus parallelıſmi, ſenſibilis non eſt diſceſſus a parabola in motu projectorum; Nam diſtantia centri terræ a loco ſupra ipſam, e quo grave cadat, eſt ſatis ingens; Semidiameter enim terræ juxta Picardum eſt pedum Pariſien. 19 665 782: ergo lineæ directionis gravium cadentium, a nobis obſervabiles, ſunt quaſi infiniteſimæ quædam partes diſtantiæ ipſorum a centro: Sed in ſphæra partes infiniteſimæ linearum tendentium ad centrum ſunt quantum ad ſenſum inter ſe parallelæ: ergo lineæ directionis gravium (1) *pro parallelis*, dicam cum Wolfio, *citra errorem experimento ullo definiendum haberi poſſunt*.

528. Geometræ interea habentes præ oculis hujuſmodi impedimenta ad exactam parabolam in motu projectorum quæſiverunt, quænam alia ſit curva ab ipſis deſcripta. Atque Tſchirnhauſen quidem in ſua *Medicina mentis*, ex editione an. 1695 dixit eſſe curvam gradus ſuperioris (2); Quare dubitaverim an verum ſit, quod Eulerus (3) refert Keillium primum fuiſſe, qui irrito conatu ipſam tentaverit deprehendere; Nam imprimis Keillius circa annum 1704, aut 1705, teſte Deſagulierio in præfatione ſui curſus phyſices, docere cœpit phyſicam in Academia Oxonienſi. Deinde in decima ſexta ex lectionibus phyſicis Keillii affirmate ſtatuitur projecta deſcribere parabolam. Hoc ſine controverſia eſt, quod Joannes Bernoullius ab ipſo Keillio excitatus, cum de hac curva quæſierit, ejus determinationem primus protulit in Actis Lipſiæ an. 1719. Eodem fere tempore, quo Bernoullius, idem problema ſolvit Jacobus Hermannus in ſua Phoronomia, & Wolfius deinde, qui affirmat hujus problematis ſolutionem (4) *dudum dediſſe Neutonum in Principiis Philoſophiæ prop 4. lib. 1.* Sed equidem hanc ibi non invenio. Quoniam Parabola non eſt curva deſcripta a projectis in medio aere reſiſtente poterit cum Walliſio (5) dici curva projectorum.

529 Propoſitæ cauſæ efficaciter demonſtrant curvam deſcriptam a projectis non poſſe eſſe accurate parabolam Apollonianam, non vero illa, qua Caſtellus apud Trevoltianos (6) concludit eſſe ſpiralem quamdam ex hoc principio, quod projecta tendunt in centrum aliquod, quaſi vero Planetæ tendentes in Solem, ſpiralem circa ipſum deſcribant. Multo minus commemorandæ ſunt cauſæ, quas ad eamdem parabolam excludendam commentus fuit Balianus (7) utpote quæ cum nota jam corporis inertia ita pugnant, ut nequeant jam amplius in ullius mentem venire.

530. In

(1) Wolf. Elem. mecha. num. 481.
(2) Tſch. par. 2. ſec. 3. pag. 175.
(3) Eul. Mecha. tom. 1. num. 883.
(4) Wolf. Elem. Mecha. §. 517.
(5) Wall. Tranſac. abridg'd volum. 1. chap. 5. §. 9. num 36.
(6) Mem. de Trev. an. 1727. art. 45. pag. 557.
(7) Bal. de Motu grav. lib. 3. pag. 82.

Digitized by Google

530. In propoſita figura directio vis projectionis eſt ad angulum rectum cum directione gravitatis, adeoque prima directio repæſentatur per tangentem parabolæ in ſuo vertice: Secunda vero per ejuſdem axim. Quod ſi directio vis projectionis eſſet ad angulum non rectum cum illa gravitatis, hanc repræſentaret aliqua ex diametris parabolæ, illam vero conveniens huic diametro tangens exhiberet.

Articulus III.

Objectio & Corollarium.

531. OBjicitur. Experientia docet collineando per balliſtam venatoriam, vel per tormenta bellica in ſcopum non nimis diſſitum, nec nimis verticali lineæ proximum impelli vi pulveris incenſi globum accurate in ipſum ſcopum, illumque attingere: Atqui ſi globus projectus deſcriberet parabolam, non poſſet pertingere ipſum ſcopum; Nam deberet juxta curvitatem parabolæ depreſſius cadere: ergo projecta aliquando ſaltem non deſcribunt parabolam.

Reſp. conc. mai. & nego min. Imprimis enim parabolæ ſunt diverſæ ſpeciei, aliæ minus, aliæ magis amplæ. Quæ deſcribitur a globis per tormenta bellica eſt ampliſſima; quare mirum non eſt ſenſibiliter non differre a linea recta circa ſuum verticem; Nam cum gravitas intra unum minutum ſecundum, hoc eſt minuta tertia 60 transferat corpus per pedes circiter 15, eadem intra unum tertium transferet per unam tantum ducenteſimam quadrageſimam unius pedis partem, quandoquidem cum ſpatia per gravitatem percurſa ſint ut quadrata temporum, eſt quadratum tertiorum 60, ad quadratum unius tertii, ut 15 ad $\frac{1}{240}$, quo tempore jam vis projectionis a pulvere accenſo exorta per multos pedes idem corpus promovit. Deinde ex hoc ipſo, quod globus erumpens e tormento ſcopum percutiat, infertur globum deflexiſſe a via directa. Etenim ut videre eſt apud Marium Bettinum (1) accurate de hac re diſſerentem, linea, quæ cum ſcopo conjungit punctum, ex quo collineamus, interſecat lineam, quæ eſt axis tormenti productus, juxta quam globus eiaculatur: proinde cum hæc tranſcurrat ſupra locum, in quo eſt ſcopus, non poſſet globus huic occurrere, ſi ab axe per continuum ad horizontem acceſſum non recederet. Quod clarius etiam oſtendit neceſſitas elevandi punctum, ex quo ſcopus obſervatur ſolito remotior, quia ſicuti creſcente

 diſtan-

(1) Bett. Ærarium Mathem. tom. 1. axiom. 11. §. 1.

Digitized by Google

diſtantia opus eſt longiori tempore ad illam percurrendam, ita hoc creſcente, major etiam fit globi depreſſio.

532. Corollarium. Demonſtrata propoſitio eſt baſis totius Balliſticæ, quæ docet datum locum attingere per corpus illuc projectum, ut per globum ferreum a tormento bellico exploſum. Quare intelligentia & ſolutio eorum, quæ mutatis conditionibus vel inclinationis ad Horizontem, ſecundum quam quid proiicitur, ſeu ut ajunt anguli projectionis, vel vis, quæ projecto imprimitur, vel diſtantiæ loci dati, naſcuntur diverſa theoremata vel problemata, pendent a proprietatibus parabolæ. Hæc qui de Arte Balliſtica tractant, luculenter exponunt, ut Evangeliſta Torricellius, Neutonus, Rogerius Cotes, Wolfius, Whiſton (1) Michael Mieth, Coehornius, Franciſcus Blondellus, Suriræus a S. Remigio, & Belidorus locis a Jo. de Turre (2) citatis. Omnibus præivit Galilæus, qui in ſua *Nova Scientia* motus, hanc etiam partem pertractans, eas condidit tabulas, de quibus Carteſius, cui nihil Galilæanum ſapiit, ſcribebat ad Merſennum (3), *Nihil dixi de Galilæo circa tormentorum Bellicorum jactum, de quo is tabulas confecit, quia cum rationes improbaſſem, quibus iſta ſuperſtruit, mihi viſum fuiſſet ſupervacaneum de illis agere.*

533. Ex hujuſmodi veritatibus aliquas & ego in ſequentibus exhibeo, quarum cognitio etſi balliſticis plurimum proſit, ſola tamen non ſufficit, propterea quod vis projectionis in tormentis bellicis provenit ex accenſione pulveris pyrii, cujus determinata quantitas accenditur tota citius vel ſerius, prout melior eſt, & aptiori modo diſpoſita vel compreſſâ intra tormentum. Quare opus eſt ad tractandam balliſticam non tam cognitione hujus motus compoſiti ex vi projectionis, & gravitatis ſimul agentium, quam experientia & uſu circa pulveris pyrii qualitatem, quantitatem, & modum illum diſponendi in tormentis.

534. Communiter quantitas pulveris optimæ notæ, quæ pro ejaculandis globis tormentorum majorum requiritur, eſt experientia docente ſemiſſis ponderis globi: ut ſi globus ſit libras 24, onerandum eſt tormentum libris 12 pulveris. Pro diruendis autem propugnaculis requiritur, ut pondus globi ſit ad illud pulveris in ratione ſeſquialtera, ſeu ut 3 : 2, Ita pro globo librarum 24 opus erit libris 16. Celeritas, quæ per hujuſmodi accenſiones imprimitur globis, dicitur par iiſdem deferendis ultra pedes 1200 intra unum minutum ſecundum. Pro ejaculandis tandem globis incendiariis, qui non ictu directe, ſed ſuomet pondere, & violenta ſui diffractione hoſti nocent, onerantur mortaria referente Jo. de Turre

(1) Whiſt. Præl. Phyſico-math. 11. p. 107. (3) Cart. Epiſt. part. 3. epiſt. 94.
(2) Tur. Phyſ. gener. num. 944.

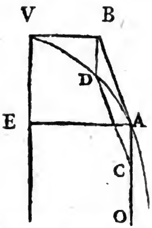
Digitized by Google

re (1) ea pulveris quantitate, quam determinat quotus ponderis globi diviſi per 30. Ita ſi ille ſit libras 90, quantitas pulveris eſt librarum trium.

PROPOSITIO II.

Inveniri poſſunt omnes diverſæ parabolæ, quas idem projectum cum eadem vi ab eodem puncto loci, at cum diverſis ad horizontem inclinationibus deſcribet.

535. Probatur. Data vi projectionis datur determinatum ſpatium in linea recta AB, per quod vis illa certo tempore corpus transfert, quæ linea eſt tangens parabolam in puncto A, a quo projectum aggreditur motum. Datur præterea certum ſpatium AC, per quod vis gravitatis eodem tempore detruderet idem corpus, illudque eſt abſciſſa linea a diametro AO pertinente ad datum parabolæ punctum A, quæ facit angulum cum linea projectionis AB, qui cognitus eſt, quoniam conflatur a dato inclinationis angulo, una cum recto. Habitis determinata abſciſſa AC, & determinata tangente AB ſimul cum ipſarum angulo OAB, habetur etiam punctum D ad parabolam, in quo erit corpus vi projectionis ſimul & gravitatis in fine aſſumpti temporis, varium pro varietate inclinationis ad horizontem, qua projicitur. Hoc enim punctum determinatur a linea, quæ a fine abſciſſæ ducatur parallela tangenti, ipſique æqualis CD, quæ eſt ſemiordinata ad diametrum CO. Jam vero ex Conicis, ut videre eſt apud Wolfium (2), habetur, quod tertia proportionalis poſt abſciſſam & ſemiordinatam ſit parameter ſeu latus rectum parabolæ pertinens ad illam ipſius diametrum, cujus pars eſt aſſumpta abſciſſa; & quod quarta pars parametri ſit diſtantia prædicti puncti parabolæ ab ipſius foco: ergo ex abſciſſa & ſemiordinata, quando ponantur ad diverſos inter



(1) Tur. Phy. gener. num. 957.

(2) Wolf. Elem. Analyſ. par. 1. §. 391. & 417. ubi quod in edit. Genev. an. 1743. dicitur. *Diameter ergo parametri*, dicere debet Parameter ergo diametri.

inter ſe angulos pro diverſis projectionis inclinationibus ad horizontem, inveniuntur omnes foci omnium parabolarum, quas projectum determinata vi projectionis ex dato puncto ſub diverſis inclinationibus deſcribet. Inventis autem focis omnium hujuſmodi parabolarum, & aliunde data ipſorum diſtantia ab aſſumpto puncto parabolæ, in quo eſt principium motus corporis projecti, inveniuntur & deſcribuntur omnes convenientes parabolæ, ut conſtat ex Conicis.

536. Ita cum fluidum ut aqua ex ſalienti ad horizontem perpendiculari erumpens aſcendat ad altitudinem eo majorem, quo major eſt ſuperincumbentis fluidi altitudo, ſi orificium ſalientis inclinatur ad horizontem, linea AB cum eo faciens angulum BAE, producta uſque dum perveniat ad lineam VB, quo aqua aſſurgit, erit tangens parabolam ab aqua deſcriptam, cujus diameter eſt linea CO ab orificio ſalientis perpendiculariter deſcendens ſupra horizontem. In hac diametro ſumatur abſciſſa AC reſpondens effectui gravitatis pro tempore, quo aqua aſcendit ad altitudinem B. & ex ejus extremo C ducatur parallela tangenti, quæ erit ad hanc abſciſſam ordinata; quare huic abſciſſæ & ordinatæ tertia proportionalis erit latus rectum pertinens ad datum punctum, cujus quarta pars erit diſtantia foci a puncto parabolæ, quod eſt in orificio ſalientis. Igitur ex his datis poterit præſignari via, quam datum ſaliens deſcribet.

537. Corollarium. Foci omnium diverſarum parabolarum, quas idem corpus cum eadem vi projectionis ab eodem puncto loci vel horizontaliter projectum, vel cum diverſis ad horizontem inclinationibus deſcribet, ſunt in circulo, cujus centrum eſt ipſum punctum, a quo projicitur. Nam determinantur hi foci per abſciſſam AC repræſentantem effectum gravitatis primo dato tempore, & ſemiordinatam CD exprimentem effectum vis projectionis eodem tempore, & tertiam his proportionalem ex nuper dictis: Atqui in corpore cum quavis ad horizontem inclinatione projecto idem eſt effectus gravitatis primo dato tempore in eodem loco, & idem etiam eſt effectus vis projectionis in hypotheſi, quod hæc ſit eadem: ergo etiam tertia illis proportionalis determinans diſtantiam cujuſvis foci ab illo puncto eſt eadem, ſive horizontaliter, ſive cum alia ad horizontem inclinatione corpus ſit projectum: ergo eſt quicunque focus in circulo, qui ex puncto projectionis per hanc tertiam proportionalem tamquam radium determinatur. Ita ſi detur vis projectionis, quæ corpus propellat per pedes Pariſienſes 1000 intra unum ſecundum, cum gravitas hoc tempore idem transferat per pedes circiter 15, diſtantia foci in omnibus parabolis, quæ ab

Digitized by Google

ab eodem punčto cum diverſis ad horizontem inclinationibus deſcribuntur, erit pedum conſtanter 16666 $\frac{2}{3}$; Nam eſt 15 : 1000 : : 1000 : $\frac{1000000}{15}$: & hujus quarta pars eſt 16666 $\frac{2}{3}$.

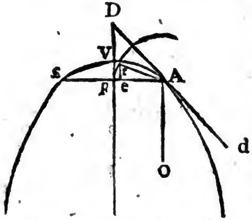
PROPOSITIO III.

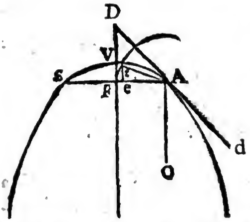
Corpus determinata vi projectum per lineam, quæ faciat angulum ſemirectum cum horizonte pertingit diſtantiam horizontalem omnium maximam.

Articulus Primus.

Demonſtratio.

538. Nulla eſt major diſtantia, ad quam ſupra horizontem corpus determinata vi projectum poſſit per parabolam pervenire, quam illa, in qua linea diſtantiæ foci a puncto projectionis incidit in lineam horizontalem. Nam cum focus cujuſvis parabolæ, quam corpus certa vi projectum per diverſam inclinationem deſcribat, ſit (§. 537.) in circulo deſcripto a puncto projectionis per radium modo quem diximus inventum, jam radio & proinde foco ſupra horizontem aſcendente, naſcitur angulus fAF, cujus ſinus fe determinat diminutionem dimidiæ diſtantiæ FA, adeoque totius amplitudinis horizontalis. Idem ſic etiam facilius concipitur. Sicuti fingendo hujuſmodi focum adeo aſcendere ſupra lineam horizontalem, ut jactus corporis accedat ad verticalem, intelligitur corpus ad tenuem diſtantiam horizontalem recidere, ita donec focus non deſcendat uſque ad lineam horizontalem, intelligi debet corpus non poſſe pertingere ad diſtantiam, quæ ſit omnium maxima. Atqui diſtantia foci a puncto projectionis tunc ſolum incidit in lineam horizontalem, quando dirigitur projectum per lineam ad angulum ſemirectum, ſive graduum 45. Ergo. Minor probatur, quia hujuſmo-





juſmodi diſtantia incidens in lineam horizontalem poſtulat, ut rectus ſit angulus DFA, quem ipſa foci diſtantia facit cum axe parabolæ; quoniam autem proprium eſt parabolæ, ut conſtat ex conicis, angulum FAD comprehenſum ſub diſtantia foci a puncto contactus, & ipſa tangente eſſe æqualem angulo OAd comprehenſo ſub eadem tangente, & diametro AO ad illam terminata in puncto contactus, adeoque propter parallelas DF, & AO, æqualem angulo ADF ab ipſa tangente, & axe parabolæ productis intercepto, neceſſe eſt ut duo anguli FAD, & FDA æquales inter ſe, ſint ſemirecti, quoties in triangulo AFD rectus eſſe debeat angulus AFD. Aliam demonſtrationem videſis apud Wolfium (1).

539. Argumentum confirmatur experientia, qua ut habet Jo. de Turre (2) compertum eſt ſub angulo gradum 45 tormentum maximum projeciſſe globum ad paſſus 6000: tormentum medium ad 5070: tormentum minimum, quod dicunt Falconium ad 3320. Juxta autem directionem horizontalem primi globus pervenit ad horizontem poſt paſſus 500: ſecundi poſt 400: & tertii poſt 280.

Articulus II.

Corollaria.

540. I. Longiſſimus jactus horizontalis, qui etiam vocatur amplitudo projectus, eſt æqualis lateri recto principali parabolæ, & etiam æqualis eſt ſemiſſi illius lateris recti, quod pertineat ad diametrum tranſeuntem per datum punctum projectionis.

Prima pars probatur, quia latus rectum principale parabolæ eſt ex Conicis ordinata tranſiens per ipſius focum; nam focus definitur *punctum axis, in quo ſemiordinata æquatur ſemiparametro*, ut ait Wolfius: Atqui longiſſimus jactus horizontalis eſt talis ordinata (§. 538.): ergo. Pro ſecunda parte ſic dico. In longiſſimo jactu horizontali diſtantia foci a puncto projectionis eſt dimidium hujuſmodi jactus; Nam eſt ſemiordinata tranſiens per focum: Sed hæc ſemiordinata tranſiens per focum eſt pars quarta illius lateris recti, quod pertinet ad parabolam in dato puncto projectionis (§ 535.): ergo totus jactus longiſſimus horizontalis eſt dimidium hujus lateris recti. 541. II. Da-

(1) Wolf. Elem. Mech. num. 494. (2) Tur. Phyſ. gen. num. 963.

Digitized by Google

541. II. Data vi projectionis per ipſius effectum, celeritatem projecti, hoc eſt certum ſpatium percurſum intra aſſumptum tempus ut minutum ſecundum, inveniri poteſt jactus longiſſimus horizontalis: Nam tria hæc, abſciſſa, ſeu ſpatium vi gravitatis perpendiculariter percurſum intra unum ſecundum, ſeu pedes circiter 15: ſpatium intra idem tempus percurſum vi projectionis, & latus rectum pertinens ad eam parabolæ diametrum, cujus pars eſt aſſumpta abſciſſa, ſunt (§. 535.) continue proportionales: ergo datis primis duabus quantitatibus invenitur hujuſmodi latus rectum, cujus duplum eſt ex dictis jactus longiſſimus horizontalis: Proinde quæ poſita ſunt ultra punctum hujus jactus nequeunt attingi horizontaliter a projecto cum data vi. Ita vis projectionis ſit intra unum ſecundum ut pedes 300, erit jactus longiſſimus pedes 12000; Nam eſt $\div$ 15. 300. 6000, cujus tertii termini duplum eſt 12000.

542. III. Dato longiſſimo jactu horizontali inveniri poteſt quantum ſpatii intra unum minutum ſecundum vi projectionis corpus percurrat. Nam inter abſciſſam, ſeu pedes circiter 15, & latus rectum pertinens ad aſſumptam abſciſſam, quod cognitum eſt, quia æquale dimidio dati jactus longiſſimi, media proportionalis eſt quantitas ſpatii vi projectionis percurſa. Igitur cum duo extrema data ſint, per ſolitam regulam Arithmeticæ de invenienda media proportionali inveniri poteſt quæſita quantitas. Ita dato longiſſimo jactu pedum 12000, media proportionalis inter dimidium hujus quantitatis, & pedes 15, eſt $\sqrt{15 \times 5000} = \sqrt{90000} = 300$.

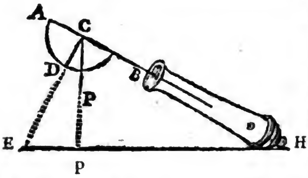
543. IV. Longiſſimus jactus horizontalis cum dupla vi projectionis eſt quadruplus, cum tripla noncuplus, & generaliter in ratione duplicata augmenti, quod habeat vis projectionis. Nam longiſſimus jactus horizontalis eſt æqualis lateri recto principali (§. 540), quod eſt tertius terminus proportionalis poſt abſciſſam, quæ conſtans eſt, utpote exprimens effectum vis gravitatis intra datum tempus, & ordinatam, quæ repræſentat effectum vis projectionis intra idem tempus: ergo ſi hæc ordinata fiat dupla vel tripla, vel in alia quacunque ratione augeatur, hujuſmodi latus rectum quadruplum evadit vel noncuplum vel in alia ratione duplicata auctæ ordinatæ. Quare univerſaliter affirmatur, duo corpora projecta ſub æquali angulo inclinationis ad Horizontem, ſed cum inæquali vi illis impreſſa, deſcribere parabolas, in quibus lineæ omnes, ut diſtantia foci a vertice & jactus horizontalis, creſcunt vel minuuntur in una ſupra illas, quæ ad alteram parabolam pertinent, in ratione duplicata auctæ vel diminutæ vis projectionis in alterutro ex illis corporibus.

Digitized by Google

544. V. Maxima altitudo, ad quam aſcendit corpus projectum cum inclinatione ad Horizontem per angulum ſemirectum, eſt quarta pars jactus longiſſimi horizontalis, quæ erigatur perpendiculariter ſupra dimidium hujus jactus. Nam eſt pars axis parabolæ a projecto deſcriptæ, intercepta inter ipſius verticem & focum, quæ eſt ex Conicis pars quarta lateris recti principalis, quod ex nuper dictis eſt menſura jactus longiſſimi horizontalis.

545. VI. Diſtantiæ horizontales, ad quas corpus eadem vi projectum pervenit ſub diverſis angulis elevationis ſupra horizontem, ſunt inter ſe, ut ſinus recti angulorum, quos comprehendunt perpendiculares AO ductæ a puncto projectionis ad horizontem, & tangentes DAd eidem puncto applicatæ; Nam dimidia diſtantia horizontalis in ſuperiori figura eſt ſinus rectus anguli FDA, æqualis angulo OAd propter parallelas DF, & AO: & ut ſunt dimidiæ diſtantiæ FA, ita ubique ſunt integræ Aa.

546. VII. Tormenta bellica ſtatuuntur ad datum inclinationis angulum cum horizonte per regulam AB, cui adhæret ſemicirculus diviſus in duos quadrantes cum ſuis gradibus, & e cujus centro pendet mobile perpendiculum CP, ponendo hujuſmodi regulam intra illorum lumen BH ſecundum ejuſdem axim, & convertendo tormentum, donec perpendiculum CP faciat cum CD latere communi duobus quadrantibus angulum datum. Ducta enim linea horizontali EH, cui inclinatur tormentum, & productis quantum opus eſt lineis DC & CP, donec cum horizontali concurrant, habetur triangulum ECH rectangulum, a cujus angulo recto cadens perpendicularis Cp, illud ſecat in triangula ſimilia toti juxta Euclidem (1): ergo triangulum ECp ſimile eſt triangulo ECH. Sed angulus E eſt communis utrique triangulo, & angulus p rectus, quemadmodum eſt etiam angulus ECH: ergo reliquus angulus EHC æqualis eſt ECp, ſive DCP, ut oportebat. Sed de his ſatis. Plura dabunt Keill (2), Muſſchenbroekius (3), & alii poſt Galilæum (4).



PARS XVI.

(1) Eucl. lib. 6. prop. 8.
(2) Kei. Introd. ad Phyſ. cap. 14.
(3) Muſſ. Introd. ad Phil. cap. 14.
(4) Gal. Nuove Scienz. Dial. 4.

Digitized by Google

PARS XVI.

De motu corporum ope machinarum.

Articulus Primus.

Machinæ & Mechanicæ notiones, & diviſiones.

547. MACHINA ſignificat inſtrumentum, quo unam vim, quæ conſiderata ſejunctim a celeritate ſibi impreſſa eſt minor reſpectu alterius ſibi oppoſitæ ſecundum ſe pariter conſideratæ, reddimus huic æqualem, aut etiam majorem. Vis ſecundum ſe minor ſolet appellari potentia, & contra alia vis ipſi oppoſita dicitur reſiſtentia. Itaque potentia eſt aqua, aut aer, aut tenſum elaſterium, aut quodvis corpus exigui ponderis, aut vis hominis aut bruti ex minus robuſtis, quæ opponantur corpori ingentis ponderis. De machinis, in quibus potentia eſt ignis, meminerunt Thomas Saveurius (1), Amontonſius (2), Dionyſius Papinus (3), & Stephanus Switzerus (4). At Wolfius obſervat (5) nullius uſus eſſe has potentias, utpote quæ nimium poſtulant diſpendium.

548. Ariſtoteles egit de machinis in libro *Quæſtionum Mechanicarum*, quo juxta Gaſparem Schottum (6), & Silveſtrum Maurum celebrem Ariſtotelicorum operum interpretem nullus eſt in hac re antiquior, & quem tam multi, ut Monaltholius, Guevara, Blancanus doctis commentariis illuſtrarunt. Ex eo hæc citatur definitio, machina eſt inſtrumentum, cujus ope magna pondera moveri poſſunt ab exigua virtute: quæ minus placet, quia reſtringit notionem machinæ ad munus producendi motum, quaſi illa non utamur etiam ad motum coercendum. Idem defectus & alius præterea cujuſdam obſcuritatis officit definitioni Wolfii (7), *Machina vocatur quicquid ad motum producendum conducit, ut vel virium vel temporis compendio efficiatur*. Hoc tamen commune eſt quibuſvis definitionibus, ut dicant ad machinam pertinere, ut potentiam, quæ de ſe vim minorem habet, quam reſiſtentia, reddat huic pa-

(1) Sau. Tranſ. Phil. num. 252.
(2) Amont. Memoi. de l' Acad. des Scien. an. 1699.
(3) Pap. Ars nova elevandi aquam per ignem.
(4) Swi. Introd. to a general ſyſtems of Hydros. chap. 28. & ſeq.
(5) Wolf. Mecha. num. 93.
(6) Sch. Mag. univerſ. par. 3. lib. 1. ſyntag. 7. cap 1.
(7) Wol. Mech. num. 745.

Digitized by Google

parem, & etiam majorem. Quo audito occurrit ſtatim quæſtio de cauſa phyſica talis incrementi in vi potentiæ.

549. Quæſtio eſt tam abſtruſa, ut Schottus de ea agens, poſtquam aliorum ſibi notas opiniones confutavit, concluſerit, phyſicam hanc cauſam (1) *malo fateri ingenue me ignorare, quam multis verbis, & dubiis ambagibus Lectorem fatigare*. Ultimis tamen hiſce temporibus extitit Georgius Kraz Matheſeos Profeſſor Ingolſtadienſis, qui eidem ſatisfecit in libro anno 1750 edito, *De Viribus corporum. Opuſculum* I. *De genuino principio æquilibrii corporum ſolidorum*, cujus compendium dedit Maximus Mangold quantum ad doctrinam (2) relinquens in ipſo Auctore hiſtoriam & confutationem diverſarum in hac diſquiſitione opinionum.

550. Cum his itaque obſervandum, quod determinata vis ut certum pondus agens normaliter in extremum vectis unice mobilis circa fulcrum conatur diſrumpere vectem in ipſo fulcro, ſeparando ſuperiorem partem particulæ, quæ fulcro innititur, & ſupra ipſum quocumque modo immobilis eſt, a ſuperiori parte proximæ particulæ, & primæ poſt fulcrum; Nam ex inferiori illarum parte magis a vi ponderis invicem conſtringuntur, quandoquidem tota altitudo connexionis eſt tamquam brachium cujuſdam normæ unice mobilis circa ſuum angulum, ubi fulcro adhæret, per motum alterius brachii, e quo pendet pondus. Quare dum ea connexio per hujuſmodi normæ gyrum divelli incipit in ſuperiori parte, ſtringitur in inferiori. Hæc diſſolutio connexionis manifeſtat vim quamdam, quæ trahit ſuperiores partes primæ particulæ ſecundum directionem parallelam ipſi vecti, adeoque perpendicularem actioni ipſius ponderis, cujus menſura eſt ipſa ponderis quantitas, quæ eſt quaſi ipſius cauſſa. Hæc vis parallele agens in primam particulam neceſſario agit etiam in ſecundam primæ connexam. Patitur igitur ſecunda particula vim duplo majorem prima, vim ſcilicet parallelam vecti, quæ naſcitur ex prima, & vim ipſius ponderis per directionem propriam ponderis, ſive normalem ipſi vecti, quandoquidem totus vectis & ſingulæ proinde ipſius particulæ mediate ſaltem ſuſtinent pondus. Secunda particula patiens hanc duplam vim, quæ tendit ad diſſolutionem ſuæ connexionis cum prima, non poteſt non trahere eodem modo tertiam in ſerie particulam, quæ proinde triplam patietur vim, duplam ſcilicet, quam ſecunda particula contra illam exercet ſecundum directionem vecti parallelam, & tertiam huic normalem ab ipſo pondere naſcentem. Jamque patet vires contra connexionem particularum cum ea, quæ fulcro incumbit, creſcere pro ratione ipſarum diſtantiæ a fulcro. Hoc ſatis

(1) Sch. ubi ſupra cap. 4. (2) Man. Phyſ. gen. num. 334.

ſatis eſt ut intelligamus potentiam, quæ magis diſtet a fulcro quam reſiſtentia, naturaliter poſſe huic parem & etiam majorem reddi. Par redditur, ſi diſtantia ipſius a fulcro ad diſtantiam reſiſtentiæ ab eodem habeat eamdem rationem, quæ eſt in reſiſtentia ad potentiam: major autem redditur, ſi prima ratio ſit major quam ſecunda. Brevi dicitur cauſſam phyſicam incrementi virium in ponderibus ſeu potentiis applicatis machinæ circa aliquod fulcrum dumtaxat mobilis eſſe eam ponderis actionem, per quam dum perpendiculariter in ſe trahit vectis brachium, e quo pendet, conatur tollere connexionem ipſius particularum circa fulcrum, trahens conſequenter ipſas vectis particulas ex ſuperiori earum parte ſecundum directionem ipſi vecti parallelam.

551. Qui objiceret, vires, quæ agunt ſecundum directionem parallelam vecti, nihil addere potentiæ, quæ agit dumtaxat ſecundum directionem vecti normalem, reſpondetur actionem potentiæ & reſiſtentiæ, quæ invicem committuntur ad tentandam diſſolutionem connexionis prædictæ, eſſe actionem etiam ſecundum directionem parallelam. Sed completam hujus ſententiæ demonſtrationem dabit ejuſdem auctor, qui eam eruit ex obſervationibus flexionum vectis elaſtici per certa ſacomata ad diverſas diſtantias a fulcro poſita.

552. Ne nihil omnino dicam de aliorum opinionibus, tres commemorabo. Prima ſit Ariſtotelis, qui in citato libro ſub initium dicit hanc cauſam eſſe circulum, de quo prædicat dotes admirabiles, in quibus hæc etiam eſt, quod facilitatem majorem ad motum conferat iis, quæ magis diſtant a ſuo centro. In machinis igitur, in quibus oppoſitæ vires invicem connexæ ſimul moveantur per circulos concentricos, ea facilius movebitur, cui datum ſit per circulum ampliorem moveri, & data hoc modo potentiæ facilitate majori ad motum ea æquare, & ſuperare etiam poterit contrarium reſiſtentiæ niſum. At circulus in re non eſt niſi figura quædam, adeoque modus, cui poëtice ſolum tribui poteſt eſſe cauſam, quæ quid efficiat.

553. Secunda ſit, quam aliqui, inter quos fuſe Hauſerus (1), propugnant. Hæc diſtinguens in potentia & reſiſtentia, machinæ applicatis, vim abſolutam hoc eſt non impeditam a motu, a vi reſpectiva, hoc eſt a motu impedita, dicit quantitatem vis reſpectivæ, quæ in potentia æqualis aut major ſit vi reſpectiva reſiſtentiæ, eſſe cauſam, quæ ipſam parem aut majorem reddit reſiſtentia. Reiicitur cum citato Mangoldo (2), quia ſi vires reſpectivæ nihil aliud ſunt, quam vires abſolutæ ut magis vel minus impeditæ a motu producendo, illæ ſemper ſunt minores, quam

(1) Hauſ. Phyſ. gener. num. 1299. (2) Man. Phyſ. gener. num. 400.

Digitized by Google

quam vires abſolutæ : Igitur ſacoma, quod æquilibrium facit cum duobus corporibus e certo ſtateræ puncto conjunctim pendentibus, non faciet amplius cum iiſdem, ſeparatis ſupra jugum, in quo liberentur, quod ab eodem ſtateræ puncto ſuſpendatur. Sed hoc eſt contra experientiam: ergo.

554. Tertia ſit, quæ dicit hanc cauſſam eſſe quantitatem motus, quæ cum coaleſcat ex maſſa & celeritate ſive potentiali ſive actuali (§. 2.), hæc in maſſa majori pro majori ſua diſtantia a centro motus major eſt, quam in maſſa majori minus diſtanti: Quod autem maſſa minor in ea diſtantiæ hypotheſi habeat celeritatem majorem, quam habeat maſſa minor, dependere ex mutua utriuſque maſſæ connexione, qua poſita neceſſe eſt, ut quæ ad inæquales diſtantias poſitæ ſunt inæqualia ſpatia eodem tempore percurrant. Reiicitur, quia non eo ipſo quod maſſa minor diſtet magis a fulcro, quam major, habet celeritatem parem vel majorem, ſed requiritur, ut tanto magis vel etiam amplius diſtet, quanto maſſa major ipſam ſuperat. Quare quod major tandem celeritas ſit in maſſa minori, eſt effectus alicujus cauſſæ, atque hæc eſt, quæ quæritur.

555. Redeo ad machinas. Hæ dividuntur in ſimplices, & compoſitas ſcilicet ex ſimplicibus inter ſe conjunctis. Inter ſimplices ſunt ea inſtrumenta, per quæ artes manuales pondus corporum moderantur. Ex quo etiam quævis machinæ vocantur potentiæ manuales. Omiſſa controverſia circa ſpecies machinarum ſimplicium, quandoquidem alii plures, alii pauciores nominant, dubitari non poteſt in harum numero eſſe vectem libram ſtateram trochleam axem in peritrochio cuneum cochleam planum inclinatum & rotas dentatas, atque de his tam veteres quam recentiores mechanicos diſtinctim meminiſſe, propterea quod iiſdem pleræque artes utuntur. De plano inclinato cum ſatis jam dixerim, aliquid de reliquis ſingillatim dicam in ſequentibus.

556. Venio ad nomen mechanicæ. Hoc ſumitur tum pro uſu machinarum, qui proprius eſt fabrorum, & tunc dicitur mechanica manualis, aut practica, quæ definiri poteſt, ars ſuſtinendi, & movendi per machinas ingentia pondera, vel quod his æquivaleat: tum pro ſcientia motuum, qui in corporibus naſcuntur aut extinguuntur ex vi cauſſæ naturalis, ut gravitatis, elateris, animalis, per machinas agentis: & hæc dicitur Statica, aut Mechanica rationalis, aut mechanica abſolute, de qua permulti jam celebrantur Scriptores, quorum definitiones noſtra quantum ad ſubſtantiam non deſerit. Itaque invenitur eadem mechanicæ acceptio in illa Schotti (1) *Mechanica eſt ſcientia, quæ circa machinarum conſtructionem,*

(1) Sch. Mag. univerſ. par. 3. lib. 2. ſyntag. 1. cap. 1.

nem, & per eas gravium motionem verſatur, & in illa Euleri (1) *Scientia, in qua ipſa motus natura generatio, & alteratio explicatur*. Juxta autem diverſas determinationes, quæ huic genericæ notioni addantur, habentur illæ de totidem partibus mechanicæ, quæ totidem diſciplinæ ſunt. Ita habetur notio Geoſtaticæ, quando conſideretur cauſa naturalis agens per machinas in corpora non fluida: Hydroſtaticæ vero, ſi agat in corpora fluida: Hydraulicæ tandem, ſi hæc fluida ſint in tubis incluſa, quod ſi definitio mechanicæ determinetur per vim gravitatis & projectionis, quæ ſimul agant in corpora præſertim ſolida, habetur notio Balliſticæ: ſi vero per vim percuſſionis unius corporis in aliud, habetur illa Dynamicæ.

Articulus II.

De Vecte.

557. Vectis vocatur corpus oblongum, & inflexibile deſtinatum ad corpora elevanda vel alio modo movenda. In vecte, quo magis potentia diſtat a fulcro, eo majus eſt ipſius momentum: Sic enim vocari ſolet quantitas motus virium in machinis oppoſitarum. Atque cum tria in vecte conſiderentur fulcrum, potentia, reſiſtentia, quando fulcrum mediat inter alia duo, vectis dicitur primi generis, & etiam heterodromus: in quo altera extremitas, cui potentia adhæret, caput vectis nuncupatur, & altera, quæ reſiſtentiæ applicatur, lingula, quia gracilior fit & etiam cuneata.

558. Ut potentia in hoc vecte ſuperet reſiſtentiam opus eſt, ut ratio ejus diſtantiæ a fulcro ad eam, quam habet ab eodem fulcro reſiſtentia, major ſit ratione reſiſtentiæ ad ipſam potentiam. Ab hoc vecte, & principio non ſemel jam repetito, pendet ſolutio quæſtionis ab Ariſtotele propoſitæ (2) *Cur baculus utroque extremo manibus apprehenſus, & circa ejus medium genu applicatus, facilius frangatur, quam ſi prope genu manibus apprehenſus fuerit*. Duo ſcilicet vectes primi generis hic occurrunt. Eorum diſtincta fulcra videas in utraque parte genu: potentias in manibus, quæ baculi extremitates contra ſuum fulcrum eodem tempore premunt: & reſiſtentias in cohæſione partium, quæ jacent inter utrumque fulcrum. Ad hujuſmodi vectem reducuntur libra, ſtatera, tolleno, & malleus, qui applicetur extrahendis clavis, in quo tamen unum vectis crus inflexum eſt. Tales vectes ſunt pariter dentharpagæ, & quævis forcipes, quibus quid vel retinemus immobile, vel e loco, ubi firmius hæreat, dimovemus, vel in fruſta redigimus: & quævis forfices, quibus quid ſcindimus in ſegmenta; hæc enim duo inſtrumenta

(1) Eul. Mech. to. 1. ſub initium præf. (2) Ariſt. Mech. quæſt. 15.

Digitized by Google

menta componit duplex hujuſmodi vectis circa commune fulcrum mobilis.

559. Quando mediat reſiſtentia dicitur vectis ſecundi generis, & etiam Homodromus. Hujus exemplum ſunt maxillæ, quæ centrum motus habent poſt penitiores dentes: Et paſtomis, qua æquorum ferocia coercetur: Et prælum, quo paſſim jam per æſtatem ſuccus e malis medicis exprimitur: Et malleus ſtuparius, & ille quo panis depſiticus paratur: Et cultellus, cujus extremum deſinens in uncum, & inſertum anulo immobili evadit fulcrum, manus vero applicata capulo eſt potentia; & quævis res ad ſcindendum interpoſita eſt reſiſtentia. Talis etiam eſt remus; In palmula enim dum intra aquam eſt, habetur fulcrum: reſiſtentia in ſcalmo, prout eſt pars navis movendæ, & potentia in manu applicata capiti remi. Ariſtoteles dum remum revocavit (1) ad heterodromum, ponens fulcrum in ſcalmo, & reſiſtentiam in aqua, non ſatis obſervavit remos adhiberi non ad vincendam reſiſtentiam aquæ, ſed navis, quidquid dicat Marius Bettinus (2), cui plus nimio diſplicet de hac hallucinatione tantum philoſophum accuſari. Tales etiam ſunt navium mali, quoniam vento tendente vela pendentia ex antennis cum malo connexis, hæc ſunt potentia, tota navis eſt reſiſtentia, & imum navis, cui mala infiguntur, eſt fulcrum. De pleriſque uſque adhuc nominatis inſtrumentis, tamquam ad alterutrum vectem primi aut ſecundi generis ſpectantibus, diſtincte diſſerit Schottus (3), exhibens etiam nitidiſſimas eorum imagines, ſicut aliarum machinarum, de quibus deinceps meminero.

560. Quando tandem media eſt potentia fulcrum inter & reſiſtentiam, dicitur vectis tertii generis. In hoc potentia cum minus diſtet a fulcro, quam reſiſtentia, nullum recipit ex hac machina augumentum ſuæ vis, quam adhibeat contra reſiſtentiam. Utilis tamen eſt hujuſmodi vectis, quando indigemus majori velocitate in reſiſtentia, quam in potentia. Hujuſmodi vectis eſt brachium, quod manu arma moveat; Nam ubi ſcapulæ inſeritur, habet fulcrum, & reſiſtentiam in ipſa manu armata, quæ longe celerius movetur toto brachio, in quo potentia conſiſtit. Intellecto per principium æquilibrii (§. 205.) modo operandi vectis, intelligitur etiam ille omnium fere reliquarum machinarum, quia ad vectem reduci ipſarum theoria facile poteſt, ut plures a Schotto (4) citati, quibus addo Pardeſium, & Delahirium, obſervant & propugnant poſt Ariſtotelem, qui ait (5), *fere omnia, quæ circa mechanicas fiunt motiones, ad vectem referri*.

AR-

(1) Ariſt. Mech. quæſt. 4.
(2) Bett. Ærar. tom. 3. ad propoſ. 15. Eucl. §. 1.
(3) Sch. Mag. Univerſ. par. 3. lib. 2.
(4) Id. ibid.
(5) Ariſt. Quæſt. mechan. ſub initium.

Digitized by Google

ARTICULUS III.

De Libra & Statera.

561. LIbra notiſſima machina continet primi generis vectem, qui tamen ſolet jugum appellari, quia ad ejus extremitates pendent duæ lances ejuſdem inter ſe ponderis, in quarum altera ponitur materia ignoti ponderis: in altera vero noti, ut per hanc illa innoteſcat. Fulcrum igitur in medio jugi eſt, a quo dividitur in duo brachia æqualis longitudinis & maſſæ. Per jugi medium parvus axis ad angulos omni ex parte rectos trajicitur, cui anſa committitur, qua tota machina ſuſtentatur & elevatur. Axis ſit etiam lævis, ut minima ſit ejus cum anſa fricatio, impedimentum mobilitatis libræ. An autem ad hanc quantum fieri poteſt minuendam expediat ipſum eſſe potius cylindricum, quam conicum ex parte, qua anſæ anulos recipit, controvertitur. Caſatus mavult (1) cylindricum, alii angularem. Ex eodem jugi medio aſſurgit normaliter acus, quam lingulam aut trutinam dicunt, quæ in æquilibrio lancium intra anſam abſconditur. Quare examen etiam & argumentum libræ vocatur.

562. Propter duas lances, quæ ad libram requiruntur, factum eſt, ut bilanx etiam vocitetur, & a Chamberſio bilanx recentior, quoniam bilancis veteris nomen ſtateræ tribuit Romanæ. Hæc autem & ipſa eſt vectis primi generis, in quo videas ſicut in libra anſam cum lingula aliqua ſupra axim, qui tamen dividitur in duas partes, ſeu brachia ſatis inæqualia. Ex brachio breviori per lancem vel uncum ab eo pendentem ſuſpenduntur gravia, quorum exploratur pondus, ponendo illa in æquilibrio cum ſacomate, alio pondere tenui, quod per longum brachium deducitur ad eam diſtantiam, in qua momentum acquirat æquale cum primo majori corpore.

563. Non placet Hieronymo Chriſtiano (2), quod Chamberſius ſtateram dixerit bilancem veterem; quia hoc ſignificat ipſam prius libra inventam eſſe, quod ſibi videtur incredibile; nam facilius, inquit, fuit cognoſcere æquilibrium inter corpora pendentia ab extremis virgæ uniformis, ſuſpenſæ a puncto ipſius medio, qaam inter corpora ad inæquales diſtantias poſita: quæ quidem non importuna ratio eſt, ſi nomen derivandum ſit a primis hominum cogitationibus circa æquilibrium; nam naturale eſt hoc potius in libra, quam in ſtatera animadvertiſſe. At ſi appellatio repetenda ſit ab uſu, qui propter majorem ſuam amplitudinem brevi frequentior evaſerit, jam non immerito ſtateram dicemus libra antiquio-

(1) Caſ. Mech. lib. 3. (2) Chr. delle Miſure cap. 4. n. 150.

Digitized by Google

tiquiorem. Statera enim valorem cujuſcunque ponderis per unicum æquipondium determinat: libra vero adhibetur pro exiguis ſolum ponderibus, quæ per diverſa æquipondia æſtimantur. Nam ſi ſatis multo pondere onerentur ipſius lances, axis minus aptus ad motum evadit, tum propter ipſummet pondus, quoniam facilitas libræ ad motum eſt in ratione inverſa ponderis: tum propter attritum, quem majus pondus reddit majorem, ita ut authore Muſſchenbroekio (1) libra molis inſignis moveatur tantum a ſelibra, & ſi utraque lanx oneretur libris 2500, opus ſit exceſſu librarum quinque in alterutra parte ad habendam ejus inclinationem.

564. Utraque machina, libra & ſtatera, ſi minus accurate factæ fuerint, fallaces erunt: propterea magiſtratus cavere ſolent, ne ulla ex his ad commercium adhibeatur, niſi prævio illius examine. Noſſe autem quiſque per ſe etiam poteſt illarum defectus, qui noverit, quæ ad earumdem rectitudinem requirantur. In ſtatera quidem requiritur exacta diviſio longioris brachii, quæ poteſt triplici diverſo modo inſtitui pro triplici diverſa ratione, quam habere poteſt pondus brachii majoris ad pondus minoris. Poteſt enim eſſe æquale, vel gravius, vel levius. Si pondus brachii longi ſit æquale ponderi alterius brachii, diviſio exacta erit, quando diſtantia fulcri ab extremo brachii brevioris, ex quo ſuſpenduntur merces, ſit translata, quoties fieri poteſt ſupra brachium longius, incipiendo ab eodem puncto ſuſpenſionis. Hoc pacto planum eſt ſacoma, quod ſit in ſe unius libræ, ſed poſitum ad quadruplam diſtantiam a fulcro eſſe verum æquipondium cum merce quadrupla ſuſpenſa ex altera parte ad diſtantiam ut unum.

565. Sin autem pondus longi brachii ſit majus pondere brevioris, ex hujus extremo ſuſpendatur grave requiſitum ad æquilibrium, hujuſque ſuſpenſi ratio ad aſſumptum ſacoma, quod ponamus eſſe unius libræ, inveſtigetur. Fingamus jam requiri ad æquilibrium inter duo brachia pondus unciarum decem. In hac hypotheſi divido longitudinem brachii brevioris in partes æquales duodecim pro totidem unciis, quæ in Italia libram unam componunt. Jam duas ex hujuſmodi partibus, quæ reſtant detractis decem, reſpondentibus addito gravi, transfero in brachium longius incipiendo a fulcro, atque ubi illæ deſinunt, ibi pono unitatem, & inde incipio translationem totius longitudinis brachii brevioris, ut in primo caſu. Ratio hujus operationis intelligitur oſtendendo per exemplum ſervari hoc modo æquilibrium inter pondus duarum librarum pendens ex brachio breviori, & ſacoma unius libræ poſitum ſupra diviſionem notatam numero 2. Sic enim arguitur. Quoniam libræ duæ ſunt unciæ 24, ex quibus

(1) Muſs. Introd. §. 534.

Digitized by Google

bus decem detrahendæ ſunt, quæ æquilibrium faciunt cum exceſſu ponderis brachii longi ſupra pondus brevioris ſequitur ſupereſſe uncias 14, quæ ſe habent ad uncias 12 ſacomatis, ſicuti ſe habet hujus diſtantia a fulcro ut 14, ad diſtantiam ponderis duarum librarum ab eodem fulcro, ut 12, prout oportuit.

566. Sin tandem pondus brachii longioris ſit minus pondere brevioris, tunc æquipondium ſupra brachium longius collocetur in ea diſtantia a fulcro, in qua faciat æquilibrium cum brachio breviori, & hoc loco, cui imponatur zero, incipiat translatio repetita totius longitudinis brachii brevioris. Sic peracta diviſione aptata erit ſtatera ad ſuos uſus. Ratio ſic operandi per exemplum declaratur. Supponamus diſtantiam ſacomatis unius libræ a fulcro, ubi ſe tenet in æquilibrio cum altero brachio eſſe dimidium illius, quam habet brachii brevioris extremum, ex quo concipiamus pendere exceſſum ſui ponderis ſupra illud brachii longioris, jam erit ut oportebat hujus diſtantia, quæ dicatur ut 12, ad diſtantiam ſacomatis ut ſex, ſicuti eſt hujus pondus, unciæ 12, ad illum exceſſum ſeu uncias ſex.

567. Circa libram ſiquando dubitetur de ipſius dolo, hic detegitur, ſi merces requirat unum æquipondium poſita in una lance, aliud vero alteri impoſita. Dolus autem in libra toties accidit, quoties illius brachia, quæ deberent eſſe pondere & longitudine æqualia, re ipſa non ſint; tunc enim accedit ad rationem ſtateræ. Quare ſicuti in hac parvum pondus propter ingentem diſtantiam ſui a fulcro æquilibrium facit cum ingenti pondere parum diſtanti ab eodem fulcro, ita in hac doloſa libra determinatum authoritate publica pondus, impoſitum lanci appenſæ brachio breviori, libratur cum inæquali mercis pondere, quod ex altera lance pendeat ex longiori brachio.

568. Subjacet etiam dolo libra brachiorum ceteroquin æqualis ponderis & longitudinis, & lancium etiam æquiponderantium, ſi habeat centrum motus infra centrum gravitatis. Tunc enim quoties jugum ex una parte aliquantulum inclinetur, longius jam evadit brachium horizonti propius, quippe ab eo removetur centrum motus, ut ſtatim declarat perpendicularis, quæ concipiatur erecta a centro motus ſupra ipſum jugum. Quare in damnum emptoris merces ex longiori brachio pendens apparet eſſe æqualis ponderis cum æquipondio alteri lanci impoſito, cum in re ſit minoris.

569. Vulgo libræ conſtruuntur cum centro motus poſito paulo ſupra lineam jugi rectam, quia hoc modo centrum gravitatis ipſius jugi ſubiicitur centro motus, adeoque cum eo non convenit; quando enim hoc contingat, jugi brachia æquiponderantia in quocun-

que ſitu quieſcunt. Præterea centro gravitatis poſito ſub centro motus fit, ut quoties alterutrum brachium a ſitu horizontali tollatur ipſum deprimendo, ad hunc ſponte ut ita dicam redeat propter actionem centri gravitatis, quod ex oppoſita parte, nimirum brachii aſſurgentis extra centrum motus elevatur. Sed etiamſi centrum motus conveniret cum centro gravitatis jugi, nihilominus, quoniam ex additis deinde lancibus centrum totius libræ haberetur jam extra & infra ipſum centrum motus, idéo bona eſſet, nec fraudibus ſubjecta. Reſtat igitur ab illa cavendum, in qua centrum motus ſit infra centrum gravitatis, quia alterutro brachio infra lineam horizontalem depreſſo, ipſum utpote agens ex eadem parte vehementius deprimeret.

570. Dixi de præcipuis vitiis, quæ libram reddant iniquam. Omitto alia, de quibus meminit Schottus (1). Quovis tamen non obſtante ejuſdem vitio venire poſſumus in cognitionem veri ponderis datæ mercis, ſi diverſa æquipondia, quæ hæc requirat in diverſis lancibus, multiplicentur invicem, & a producto extrahatur radix quadrata. Itaque ſit unum æquipondium grana 4, alterum 9, productum per horum multiplicationem eſt 36: Radix igitur quadrata, 6 ſcilicet grana, eſt verum pondus quæſitum. Ratio operationis legitima demonſtratur, quia juxta principium æquilibrii (§. 205.) in libra ratio longitudinis unius brachii ad illam alterius, & ratio æquipondii ad mercem debent eſſe rationes æqualitatis. Quare ſicuti ſe habet æquipondium ad mercem, ita ſe habere debet merx ad æquipondium. Itaque merx dicatur M: brachia B, b: & æquipondia P, p, debet eſſe $B : b :: P : M :: M : p$, adeoque $M^2 = Pp$, & $M = \sqrt{Pp}$.

ARTICULUS IV.

De Trochlea.

571. TRochlea vel Rechamus ſignificat machinam, quæ continet unam vel plures rotas circa axim per ipſarum centrum tranſeuntem volubiles ope funis, quem earumdem peripheria opportune ad hunc finem excavata complectitur. Quæ una conſtet rota dicitur trochlea ſimplex, & græco nomine monoſpaſtos: quæ pluribus, trochlea compoſita vocatur, aut polyſpaſtos: & in particulari diſpaſtos, triſpaſtos, tetraſpaſtos pro numero duarum trium vel quatuor rotarum, quas habeat.

572. Monoſpaſtos nihil auget potentiam, quæ ſit corpus inanime; nam eſt vectis primi generis, & quaſi libra quædam, in qua

(1) Sch. Mag. Univerſ. par. 3. lib. 4. ſyntag. 3. pragm. 3.

Digitized by Google

qua proinde potentia & reſiſtentia, quando pares non ſint, non faciunt æquilibrium. At quando potentia ſit vis brachiorum, hanc de conſequenti auget contra oppoſitam reſiſtentiam, quæ eſt grave deorſum ex altera parte tendens, quod per funem circumvolutum trochleæ facilius ſurſum truditur, quia vi muſculorum additur ipſummet corporis aut ſaltem brachiorum pondus contra id, quod accidit illis, qui ſine trochlea gravia elevent, in quibus non adeſt pondus brachiorum ex parte potentiæ, ſed ex parte reſiſtentiæ.

573. Si trochlea tota, e qua pendet pondus vincendum & elevandum, fiat mobilis, tunc enim vero augetur potentia. Mobilis autem fit per aliam trochleam, quæ fixa ſit ſuperiori loco, ſupra quam tranſeat funis, quo manus vel potentia ſurſum trahit pondus connexum cum alia trochlea, quam complectitur idem funis definens in firmum & elevatum locum. Diſpaſton hic habemus, in quo trochlea mobilis reducitur ad vectem ſecundi generis, cui proprium eſt, ut diſtantia potentiæ a fulcro, adeoque & celeritas dupla ſit illius, quæ propria eſt reſiſtentiæ, quando ſaltem utriuſque directiones ſint inter ſe parallelæ. Quare per plures trochleas, quæ eodem modo libere moveantur, & ſecundi generis dici poſſunt, augmentum potentiæ continuo fit duplum, ita ut ſicuti per unam potentia evaſit dupla, ita per duas fiat quadrupla, per tres octupla, & ſic deinceps. Itaque cum experimenta authoribus De Chales (1), & Delahire (2) doceant potentiam hominis immobili ſolo innitentis parem eſſe elevandis vel ſuſtinendis libris 150, eadem applicata machinæ, quæ quatuor habeat hujuſmodi rotas, elevare vel ſuſtinere poterit pondus $150 \times 16 = 15900$. In hujus tamen æſtimatione ipſi funes & trochleæ utpote graves computari debent, & etiam rigiditas funium varia pro ſtatu atmoſphæræ magis vel minus humidæ, quoniam ea non cedit niſi proportionatæ potentiæ. Modus quo plures hujuſmodi trochleæ, ſive monoſpaſti ſecundi generis diſponi poſſint ad obtinendum tantum potentiæ incrementum, frequentes jam auctores exponunt, ut Guido Grandi (3) & Muſſchenbroekius (4). Sed quoniam in uſu non ſunt, ſatis de illis dictum eſt.

574. Diſpaſtos enim vero, Triſpaſtos, vel alio modo Polyſpaſtos paſſim videmus adhiberi a nautis, cœmentariis, & aliis ex artificum turba fabris: quos ita volunt conſtrui, ut qui in ſua capſula incluſi e ſuperiori loco pendeant immobiles, habeant primam, & altiorem rotam majorem ſecunda ſibi ſubjecta, & hanc majorem ter-

(1) Cha. Mund. Math. tom. 2. Mecha. lib. 4. prop. 4.
(2) Hir. in Acad. Scient. an. 1699.
(3) Gra. Meccan. prop. 20.
(4) Muſſ. Introd. §. 494. & ſeq.

Digitized by Google

tertia: qui autem mobiles ſtatuuntur cum pondere ſibi conjuncto, habeant rotas ſucceſſive deſcendendo majores, ut faciliori, & commodiori funium diſpoſitioni conſulatur. Præterea jubent circa ſuum axim rotas nonnihil intumeſcere, ne attritus cum loculamento officiat ipſarum mobilitati. Polyſpaſtus ſuperior utpote fixus nihil auget potentiam, ſed inferior dumtaxat, qui mobilis eſt. In qua autem ratione augeatur potentia, cognoſcitur ex ipſius exercitio. Nam cum longius ſpatium potentia percurrat deorſum eo, quod eodem tempore pondus ſurſum aſcendens dimetitur, jam rite concluditur potentiam eſſe ad pondus, ut eſt longitudo funis deſcendentis ad longitudinem ſpatii, quod tunc pondus aſcendens percurrit. Hinc generaliter eruitur in hac machina potentiam eſſe ad pondus, ut eſt unitas ad numerum funium, qui ex inferiori ipſius parte, rotis mobilibus elevantur. Quod etiam concipitur ita debere eſſe ex eo, quod potentia ad ſui æquilibrium cum toto pondere ſatis eſt, quod par ſit illi totius ponderis parti, quæ ſuſtinetur ab ultimo, ſive ſibi proximo fune. Atqui funis potentiæ proximus ſuſtinet dumtaxat eam totius ponderis partem, quæ eſt quotus ex ejuſdem ponderis diviſione per prædictum funium numerum; nam in ſingulos, quando æqualiter ſint tenſi, pro æquali totum pondus diſtribuitur: ergo potentia habet æquilibrium cum pondere, quæ par ſit illi totius ponderis parti, quæ eſt quotus ex ejuſdem diviſione per numerum funium. Cognita hac proportione in polyſpaſtis, ſcilicet potentiam eſſe ad pondus, ſicuti eſt unitas ad numerum funium, jam ſequitur, quod datis duobus ex his terminis potentia pondere & numero funium, ſemper inveniri poteſt tertius.

ARTICULUS V.

De axe in peritrochio.

575. AXis in peritrochio vocatur cylindrus, qui circa cardines quoſdam revolvitur, vel per naſcentem ex una ejus extremitate rotam, græce peritrochion, vel per ſcytalas, teretes baculos ipſimet axi infixos, vel per manubrium rotæ æquivalens, quo utraque etiam axis extremitas inſtrui poteſt, & quidem ita ut quando alterum eſt in ſitu verticali, alterum ſit in horizontali; ſic enim ſit ut dum unus homo uni manubrio applicatus minorem vim habet, quia ſola brachiorum vi contra gravitatis directionem agit, alter ex oppoſita parte habeat majorem, quia ſuomet corporis pondere auget brachiorum vim, ipſi gravitatis tendentiæ ceteroquin conſpirantem. Proinde numquam deeſt potentia, quæ agat vi, quam poteſt maxima contra reſiſtentiam, ex.

gr.

Digitized by Google

gr. pondus inſigne, axi connexum per funem ductarium, qui eidem axi rotato ſuperimponitur. Quando axis rotam non habet, ſi ſit horizonti perpendicularis dicitur Ergata, ſi vero ſit parallelus, Sucula. Ita hæc nomina Schottus (1), Hieronymus Vitali (2), & alii explicant: contrario autem modo Nicolaus de Martino (3): Sturmius vero (4) pro utroque axis ſitu ergatæ nomine utitur. Quando rota ſit prægrandis, quam homo aut animal circumagat per continuum intra illam incedendi conatum, habetur juxta Grandium (5) Latinorum Geranium.

576. Potentia applicata vectibus, aut peripheriæ rotæ propter ſuam diſtantiam ab axe cylindri, linea nimirum, quæ tranſit per ipſius baſium centra, in qua eſt centrum motus, & quaſi fulcrum, acquirit magnum momentum, quod par reddi poterit ſuſtinendo & elevando etiam ponderi pendenti ex cylindro. Qui advertat fulcrum in hac machina ſitum eſſe potentiam inter & reſiſtentiam, ſtatim concludit axim in peritrochio reduci ad vectem primi generis, qui hac via perpetuus redditur, adeoque potentiam eſſe ad reſiſtentiam, ut radius axis ad longitudinem ſcytalæ vel radium rotæ.

577. Frequens eſt hujus machinæ uſus. Quid enim ſunt niſi axes in peritrochio, trabes illæ mole & longitudine inſignes, quas in moletrinis, & officinis ferrariis, chartariis, aliarumque artium, facile & velociter convertimus per rotas iiſdem connexas, quas plerumque fluentes aquæ, raro venti, aliquando homines aut bruta animant? Eamdem induſtrioſiſſime applicatam ad dirigendum motum horologiorum, quæ vi elateris ſe explicantis moventur citatus Vitalis, & Hauſerus (6) cum De Chales (7) admirantur. Potentia eſt ipſum elaſterium in tympano incluſum, quod dum paulatim extenditur, motum imprimit rotæ cuidam dentatæ, cui adnexus eſt axis in peritrochio inſtar conicæ cochleæ, quam Schottus (8) appellat turbinem, & Hugenius pyramidem æquatoriam (9), ex qua evolvitur catenula circa ipſam diſpoſita, quæ tota ſupra tympanum tranſit. Atque ex motu primæ hujus rotæ cæterarum motus dependet. Conica eſt figura hujuſmodi axis, cui adhæret unum catenulæ extremum, quia quum potentia elaſterii robuſtior ſit in principio motus illo tunc maxime conſtipato, & paulatim infirmior evadat pro ſua evolutione, opus erat ad obtinendum motum uniformem, ut major reſiſtentia opponeretur robuſtiori potentiæ, eademque deinceps minueretur in ratione decreſcentiæ in vi potentiæ.

(1) Sch. Mag. Univerſ. par. 3. lib. 2. c. 3.
(2) Vit. Lexi. math. art. Sucula.
(3) Mart. Elem. Stat. ſec. 2. cap. 11.
(4) Stur. Coll. Exper. tent. 11. n. 4.
(5) Gran. Inſtit. meccan. prop. 18.
(6) Hauſ. Phyſ. gen. num. 1356.
(7) Chal. Mech. lib. 3. prop. 1.
(8) Sch. Techn. curioſ. lib. 9. cap. 4, propoſ. 10.
(9) Hug. Oper. tom. in Horologio.

Digitized by Google

tiæ. Major autem revera eſt reſiſtentia in principio motus, quando catenula tota eſt ſupra cochleam, quam circa finem, cum tota jam tranſiit ſupra tympanum. Nam ſub initium motus potentia trahens catenam agit per radios, & quaſi ſcytalas longe breviores, cujuſmodi ſunt in vertice cochleæ, quam cum eſt circa finem. Videſis apud Pluchem (1) unam intellectu ſaltem facilem rationem efformandi hujuſmodi cochleam opportunam dato elaſterio, quod poteſt eſſe magis vel minus robuſtum, ſive illa ſit Conica, ſive Conoidica, ut vult Delahirius (2).

Articulus VI.

De Cuneo & Cochlea.

578. Cuneus dicitur ſolidum in formam pyramidis quadrangulæ, cujus duæ ſuperficies oppoſitæ ſunt triangula acutangula. Pars, quæ deſinit per vertices triangulorum dicitur cunei acies, eique oppoſita, dorſum. Ariſtoteli apud Schottum (3) placuit cuneum revocare ad vectem primi generis: aliis ad illum ſecundi, Guidobaldo ad planum inclinatum. Sed hæ opiniones improbantur communiter.

579. Hujus machinæ efficacia augetur aucta ipſius longitudine, quæ deſumitur ab alterutrius trianguli altitudine, & diminuta ipſius craſſitie, quæ æſtimatur a baſi trianguli; nam quo minor eſt craſſities, per minus ſpatium recedent partes laterales reſiſtentiæ, dum intra ipſam cuneus per magnum ſpatium promovetur a vi ipſum impellente. Hinc ſolet dici proprietatem cunei eſſe, quod ipſius progreſſio deorſum, ſeu vis potentiæ ſit ad remotionem objicis ex utraque parte, ſeu ad reſiſtentiam, ut eſt ejuſdem longitudo ad latitudinem. Quod verum eſt ſub initium operandi hujus machinæ; nam quando jam cuneus aliquatenus objicem penetravit, ratio potentiæ ad reſiſtentiam eſt ut longitudo ad dimidium illius latitudinis, quam exprimit linea perpendicularis ad alterum cunei latus, ex ratione, quam tradunt Mechanici, ut Grandius (4), & Turre (5).

580. Ad cuneum revocantur adunci animalium ungues, aſcia, ſecuris, dolabra, ſcalprum, bidens, cultrum, clavus, & novacula, in qua habetur exemplum cunei perfectiſſimi, quia ejus latera, ſi rite facta ſint, curvilinea ſeu concava ſunt, ut angulus ſit minor. Terebra etiam proprietates cunei, & ſimul ergatæ habet: cunei qui-

(1) Plu. Spett. della nat. to. 7. entr. 23. ſ. la Fuſee.

(2) Hir. Trait. de Mecan prop. 72.

(3) Schott. Mag. Univerſ. par. 3. lib. 2. ſyntag. 5. cap. 2.

(4) Gra. Inſtit. mecca. prop. 22.

(5) Tur. Phyſ. gener. num. 735.

quidem, quatenus preſſione manus pars ejus acuta, facile penetrat fibras ligni: ergatæ vero, quatenus ab ipſius manubrio magnus circulus, dum ab ejuſdem acie parvus deſcribitur.

581. Cochlea appellatur cylindrus, cujus ſuperficies ſit in ſpiras excavata. Hic ſi ſolidus ſit, ſpiras habet convexas ſeu externas, & cochlea maſcula dicitur: ſi autem inanis ſit, ſpiras habet concavas ſeu internas, quibus convexæ exacte inſerantur, & cochlea feminea vocatur. Maſcula generari intelligitur per ſolidam faſciam oblique circumductam ſupra cylindrum, quæ figuram habeat pyramidis triangularis vel ſolidi parallelogrammi. Hinc fit, ut hæc machina contineat rationem plani inclinati quaſi perpetui, cujus altitudo eſt diſtantia duarum ſpirarum, longitudo vero eſt ipſa peripheria cylindri. Sine ope tamen plani inclinati brevi intelligitur, cur potentia applicata cochleæ habeat inſignem vim, per notum ſcilicet æquilibrii principium, quod potentia & reſiſtentia quantumvis intrinſece impares, evadant paris vis, quando reciprocant celeritates, adeoque ſpatia, quæ intra idem tempus percurrunt. Quare ſi longitudo circularis, ſpatium quod percurrit potentia, habeat majorem rationem ad diſtantiam inter duas ſpiras, ſpatium percurrendum eodem tempore a reſiſtentia, quam habeat ipſa reſiſtentia ad potentiam, jam hæc poterit reſiſtentiam vincere, niſi obſtet attritus, qui ingens eſt in hac machina, & minui ſolum poteſt per oleum aut pinguedinem, quibus ſpiræ oblinantur.

582. Quod ſi ſpatium percurſum a potentia non ſit ſola longitudo unius ſpiræ circularis, ſed per additam ſcytalam ipſius vel capiti vel baſi, fit amplior circulus concentricus ſpiris; jam magis magiſque aucta eſt vis potentiæ, quemadmodum manifeſtum eſt in uſu frequenti, & inſigni hujus machinæ pro torcularibus, quibus ſigilla & typi imprimuntur, & vinum ex uvis in cellis vinariis, & in medicamentariis olea aut alii ſucci exprimuntur, & maſſa in eſculentas tænias, tubulos, vermiculos, aut alterius figuræ formam diſponitur. In his habemus exempla de uſu hujus machinæ per ſolum motum cochleæ maris intra immotam feminam: alia ſunt in pannis & libris inter duas tabulas compreſſis per cochleam feminam circa marem immobilem convolutam.

583. Cochleæ ſpecies eſt illa, quæ dicitur perpetua ſeu infinita, quia ſuas ſpiras infigens rotæ dentatæ, hanc ſine fine circumagere poteſt una cum ſuo axe, & pondus quidvis ab hoc mediate vel immediate ſuſpenſum faciliter elevare, quia velocitas hujus cochleæ, quæ per manubrium conciliari ipſi poteſt vehementiſſima, eſt relate ad illam axis, cui pondus connectitur longe major, cum per-

quam multos circulos complere ipſa debeat, antequam axis unam tantummodo rotationem perficiat.

Articulus VII.

De Rotis dentatis.

584. Rotæ ſeu tympana dentata dicuntur illa, in quorum peripheria æquales extant prominentiæ, quæ dentes appellantur, ad æquales inter ſe diſtantias. Species hujuſmodi rotarum variæ ſunt pro vario dentium ſitu, & propriis ſingulæ diſtinguuntur nominibus. Stellatæ ſunt, quæ habent dentes in directione radiorum. Coronatæ, in quibus horizontaliter poſitis dentes ſunt verticales: Pectinatæ, in quibus verticaliter poſitis dentes ſunt horizontales. Per unam hujuſmodi rotam aliæ moventur, ſi dentes unius inſerantur aliis ſimilibus alterius rotæ, vel organi intermedii, unam cum altera conjungentis, quod curriculum rotæ, aut laternam, aut verticillum appellant.

585. Machinæ ex his rotis, & verticillis invicem connexis coaleſcentes vocantur Gloſſocomum Heronis, quia Heroni Alexandrino earum inventio, aut declaratio a Pappo (1) tribuitur, & etiam Pancratium, quaſi inſtrumentum omnipotens. Quando altera ex rotis ſit longe minor alia, fit, ut minor plures ſui revolutiones debeat peragere, antequam major unicam faciat; toties enim minor circumvolvi debet, quoties numerus dentium ipſius continetur in numero dentium majoris. Itaque ſi minor habeat quatuor dentes, & major duodecim; minor tres periodos abſolvit, dum una a majori perficitur, & quando tertia ſit rota, cujus dentium numerus ſit ad illos ſecundæ, cui inſeritur in ratione pariter 1 : 3, jam hæc revolutiones novem perficiet, dum prima unam peraget; nam ſicuti propter rationem 1 : 3 in numero dentium primi paris, tres gyri ſecundæ rotæ reſpondent uni alterius: ita propter adjunctam rationem 1 : 3 alterius paris, novem naſcuntur gyri in tertia rota pro una primæ: Et ſi adderetur quarta, quæ ad tertiam haberet eamdem rationem 1 : 3, hæc conficeret converſiones ſeptem ſupra viginti, dum prima unam complet, quippe hoc poſtulat compoſitio datarum rationum.

586. Quare brevi invenitur, quot converſiones ultima rota ex multis invicem conjunctis peragat, dum prima unam dumtaxat perficit, ſi diviſo numero dentium rotarum majorum per numerum eorum, quos in ſe recipiunt ex rotis minoribus, quoti in ſe ducantur;

(1) Pap. Coll. Math. lib. 8. prop. 10.

Digitized by Google

tur; factum enim eſt numerus quæſitus. Hinc manifeſtum eſt potentiam applicatam ultimæ rotæ vel manubrio alicui, quod rotæ æquivalet, habere majorem celeritatem, quam pondus ſeu reſiſtentia habeat applicata axi primæ rotæ, adeoque potentiam longe in ſe minorem poſſe habere momentum æquale, & majus illo, quod habet reſiſtentia major. Declarari id magis poteſt conſiderando cum Bettino (1) congeriem hujuſmodi rotarum invicem connexarum conflare unum primi generis vectem ex pluribus minoribus compoſitum, quorum fulcra alternis vicibus inferne, & ſuperne conſtituta ſunt. Ex quo fit ut potentia longe diſtet a fulcro, circa quod movetur reſiſtentia, & nova ſui momenti incrementa recipiat, pro ſingulis minoribus vectibus, qui ad ipſius exercitium concurrunt.

587. Aliter idem ſic demonſtratur. Prima rota dentata, e cujus axi pendeat reſiſtentia, dum ſola conſideratur, eſt axis quidam in peritrochio: igitur potentia in ſe minor applicata rotæ poteſt æquivalere, & etiam ſuperare reſiſtentiam majorem applicatam ipſius axi; nam in hypotheſi æquilibrii potentia eſt ad reſiſtentiam, ſicuti radius axis ad radium rotæ, cum ex Geometria peripheriæ ſint ut radii: ſive ſicuti numerus dentium in axe ad numerum dentium ſimilium in rota, quoniam hi numeri ſunt ut peripheriæ. Da itaque plures hujuſmodi axes in peritrochio, qui a primo in eo differant, quod habeant ſuum axim inſtructum rota dentata ad recipiendos dentes rotarum, quæ ſingulis objiciantur, jam potentia ſingulis ſucceſſive applicata augeri continue debet propter ſimilem rationem. Potentia igitur applicata ultimæ rotæ ex dictis (§.207.) erit ad reſiſtentiam, ut productum ex radiis axium invicem multiplicatis ad productum ex radiis rotarum invicem multiplicatis.

588. Vocetur potentia A, reſiſtentia ſeu pondus R, factum ex radiis axium f, & illud ex radiis rotarum F, erit $A : R :: f : F$. Hinc I. ſequitur, dato pondere, & dato numero axium & radiorum, hoc eſt numero rotarum, & harum magnitudine, ſeu quod idem valet numero dentium in ſingulis, inveniri, quod potentia apta ponderi ſuſtinendo ſit $A = \frac{Rf}{F}$.

589. II. Sequitur, datis potentia & pondere, inveniri factum ex radiis rotarum eſſe $\frac{R}{A}$; nam diſſimulatur quantitas f, utpote quæ unitas eſt in proportione $A : R :: f : F$; ſiquidem axes ſingularum rotarum, adeoque & numeri dentium, qui in ipſis ſint, ſe habent ut unum ad radios, & numerum dentium ipſarum.

 590. III. Se-

(1) Bett. Apiario 4. Proginaſm. 2. prop. 4.

590. III. Sequitur, datis potentia pondere & facto ex radiis rotarum, ſive $\frac{R}{A}$, inveniri numerum & radios rotarum, quorum ope data potentia applicata ultimæ rotæ datum pondus ſuſtinebit, ſi dividatur hujuſmodi factum in factores, ex quibus naſci potuit. Numerus enim factorum indicat numerum rotarum, quibus tribui debent axes dentati, qui ſint ut unum ad ſingulos factores. Ita detur potentia unius libræ, & pondus librarum 180, jam habemus $\frac{R}{A} = 180$. Hic quotus ſeu numerus diſſolvitur in factores 4. 5. 6. Igitur opus eſt machina trium rotarum, in quarum una axis ſit ad radium, ut unum ad 4: in altera ut unum ad 5: & in tertia ut unum ad 6. Sit aliud exemplum: Detur potentia librarum 50, & pondus 86400, erit $\frac{R}{A} = 1728$: hic quotus naſci poteſt ex 12. 12. 12. Da igitur Pancratium ex tribus tympanis majoribus, quorum axes inſtructi ſint minoribus tympanis, quæ ſint unumquodque ad majus ſibi proprium ut 1 : 12, jamque reſiſtet potentia ut 50, primo ex minoribus tympanis applicata, ponderi 86400 pendenti ex axi ultimo tympanorum majorum.

591. Nemo non videt per majorem rotarum numerum, quæ hoc modo inter ſe connectantur, intendi poſſe potentiæ vim, ut quæ minima in ſe ſit, prævaleat ponderi quantumvis magno. Nihilominus quia materia, ex qua axes, rotas, & funes conficimus, limitatæ eſt cohæſionis, reſtant in libris Mechanicorum non ſolum Pancratia eo rotarum numero compoſita, quibus pluſquam immania pondera, & ipſum etiam globum terraqueum concludunt poſt Archimedem (§. 206.) ſe moturos: ſed ea etiam, quæ ſex aut ſeptem, ut inquit Schottus (1) majora tympana requirerent ad datum pondus ſuſtinendum aut movendum.

592. Per ſimilem rotarum combinationem conſtant horologia, quæ nobis exacte diſtribuunt diem in horas & minuta prima & ſecunda. Modus, quo id obtinetur per certum rotarum numerum, quæ invicem connexæ motum recipiunt a ſuſpenſo pondere vel ab elaſterio ſe explicante, & dum aliæ unum revolutionum numerum, aliæ alium perficiunt opportune requiſitum, & ingenioſe procuratum, videri poteſt dilucide explicatus, & aptis figuris exhibitus a Pluche (2), & aliis ab ipſo citatis.

AR-

(1) Sch. Mag. Univ. par. 3. lib. 3. mach. 3.
(2) Plu Spett. de la nat. tom. 7. entr. 23. §. L' Horologe.

Articulus VIII.

De Machinis compoſitis.

593. Agendo de rotis dentatis, ad machinas compoſitas jam deveni. In his ſtatim occurrit, quæ trochleis conſtat & ergata, minus quidem ceteris compoſita, ſed omnium uſitatiſſima, utpote quæ ſola poteſt columnas integras, & immanes obeliſcos elevare. His certe dumtaxat machinis, numero tamen 40 Dominicus Fontana ex pago Miliagri Novocomenſis, ut legitur in baſi obeliſci Vaticani, verticaliter conſtituit anno 1586 prædictam molem a Cajo Caligola Cæſare ex Ægypto olim Romam delatam, & in Circo Vaticano erectam: ſed a tempore Gothicæ vaſtationis humi jacentem, eamque implumbatis antea ejuſdem baſi quatuor æreis Leonibus, jubente & inſpectante Summo Pontifice Sixto V. collocavit ſupra ſtylobatam ex tribus abacis e ſolo extantem, primo, qui fundamento proximus eſt, alto palmo $4\frac{1}{2}$ ex albo marmore, duobus reliquis ex Thebaico, quorum ſecundus una cum coronide altus eſt palm. 17, & tertius palm. $11\frac{1}{4}$. Admirabilis ſane obeliſcus, tum quia eſt ex uno integro marmore ab Italis Granito roſſo, a Latinis Thebaicum a Thebis unde eruitur appellatum, altus palmos Romanos $113\frac{1}{2}$, & latus in ima ſui parte pro ſingulis quatuor lateribus palm. 12, & amplius, & pluſquam octo in ſuperiori parte, quæ format baſim novæ pyramidis altæ palmos 6: tum quia ut referunt ipſe Fontana, & poſt illum Kircherus (1), & Schottus (2) ipſius pondus non eſt infra libras 956148.

594. De aliis in particulari compoſitis machinis nihil dicam, non tam propter difficultatem ipſas intelligendi, quæ non eſt exigua, quia id ſaltem ſine earum delineatione ſubjecta oculis obtineri non poteſt, quam propter illarum multitudinem, quæ in infinitum augeri etiam poteſt. Ex his multas deſcripſit Georgius Andreas Boecklerus in ſuo theatro machinarum: multo plures editurus erat Jacobus Leupoldus, niſi mors interceſſiſſet, qui Germanice diverſos libros de hac re protulit citatos a Jo. de Turre (3). Multas in ſua Architectura Hydraulica complexus eſt Belidorus. Multas approbatas ab Academia Pariſienſi collegit, & in ſex tomos diſtribuit Gallonus. Multas quævis urbs neceſſario oculis ſubjicit magni, & continui uſus. Quæ enim eſt, quæ careat illis, quæ frumentum in farinam reducunt, hanc a furfure ſecernunt, liquorem ex uvis aut pomis aut olivis exprimunt, vaſis ferreis aut ligneis aptam

(1) Kir. Oedip. tom. 3. ſyntag. 2.
(2) Sch. Mag. Univ. par. 3. lib. 3. c. 5.
(3) Tur. Phyſ. gener. num. 755.

Digitized by Google

aptam figuram conferunt, telas conficiunt, inſtrumenta ferrea exacuunt, aliaque ſexcenta. Quod ſi artibus floreat, pro illarum numero novæ machinæ ingenioſe conſtructæ, ſine quibus illæ vel nullo modo, vel minus eleganter aut expedite exerceri poſſunt, objicientur.

595. Ratio, quam potentia applicata machinæ compoſitæ habeat ad reſiſtentiam, invenitur componendo in unum ſingulas rationes, quas eadem haberet ad eamdem reſiſtentiam, ſeorſim applicata ſingulis machinis ſimplicibus, quæ ipſam conflant, eaque ex dictis (§. 207.) eſt ut ratio compoſita ex ratione uniuſcujuſque diſtantiæ a fulcro, quam habeat potentia ad reſpondentes reſiſtentiæ diſtantias. Atque hæc eſt æſtimatio virium potentiæ & reſiſtentiæ conſideratis ſolum ipſarum maſſis & celeritatibus: in re autem adverti debent ea, quæ nunquam inventam rationem non perturbant, in quibus præcipue eſt particularis quædam reſiſtentia ad motum, naſcens ex aſperitate ſuperficierum, quæ conſiſtit in prominentiis & cavitatibus, & pro harum non ſolum numero & altitudine, ſed etiam preſſione, qua invicem comprimantur, æſtimanda eſt, ut docebit Muſſchenbroekius fuſe agens de attritu in ſua Introductione ad Philoſophiam.

596. Hujuſmodi reſiſtentia magna ex parte tollitur in primis lævigatione, quæ ſin minus numerum, cavitatum ſaltem profunditatem minuit. Hinc trahæ difficulter ſupra humum, faciliter ſupra gelu trahuſitur. Eadem præterea minuitur curando, ut motus fiat per continuam mutationem contactus unius corporis cum alio; facilius enim eſt ſuperare mutuas aſperitates per circumvolutionem alterius ſuperficiei ſupra alteram, quam per eum motum, qui ſit mutua ſuperficierum raſura; motus enim ſecundo hoc modo non ſuccedit niſi perruptis, & complanatis aut depreſſis prominentibus obſtaculis: at idem primo modo fit per totidem quaſi ſaltus ex uno impedimento ad alterum. Hinc quia expedit vehicula per vias planas habere facilitatem ad motum, illa imponimus rotis, at quia periculum eſſet in eadem facilitate etiam per declivia, illa in trahas tunc commutamus. Iiſdem de cauſis oleo, axungia, aut alio unguine illinuntur partes machinarum, quarum alteræ ſupra alteras moveri debent; non ſolum enim per hæc fluida, vel quaſi fluida evaporationi minus obnoxia, multum de aſperitate corporum tollitur, ſed efficitur etiam continua mutatio ſuperficierum per globulos hujuſmodi fluidorum, quos videor mihi videre ſe ſupra ſe convolvi, dum aliud ſupra illos corpus quovis modo promoveatur.

597. Hæc contra frictionem remedia poſt hominum memoriam vulgo nota ſunt, & paſſim uſitata: alia debemus acutis Philoſophis, quæ iiſdem principiis innixi excogitarunt. Hujuſmodi eſt illud,

Digitized by Google

illud, imponendi axes cylindrorum, qui convolvi debeant non in cavis matricibus, ſed ſupra parvos alios cylindros, duos vel tres, qui facile circa ſuos axiculos convertantur; hac enim rotatione motus facilior cylindri maximi evadit, quippe eſt per circumvolutionem non ſolum ſui axis, ſed etiam ſuperficierum, ſupra quas rotatur. Wolfius (1) meminit de hac induſtria tamquam excogitata, & expoſita in mechanica a Paulo Caſato, qui elapſo ſæculo floruit. Quo poſito verum non eſt, quod Muſſchenbroekius dicit (2) inventam eſſe a Sully an. 1716, & a Moudran applicatam machinis. Magni etiam æſtimatur conſilium Delahirii (3) conformandi pinnulas, quæ elevant piſtilla in pluribus machinis per anſas ex piſtillis erumpentes, non in rectangula parallelepipeda, ſed quæ habeant figuram epicycloidalem, quam idem Delahirius poſt Olaum Roemerum rotarum dentibus conſuluit inducendam.

(1) Wolf Elem. mechan. num. 557.
(2) Muſſ. Introd. num. 526.
(3) Hir. Memoi. de l'Acad. des Scie. an. 1699.

LAUS DEO.

INDEX

Digitized by Google

INDEX RERUM

NUMERI INDICANT PARAGRAPHOS.

A

ABerratio fixarum V. Fixarum.
Acceleratio gravium eſt a gravitate perpetuo agente 401. Ubi deſinat 401.
Achilles, ſophiſma contra motum 66.
Æquatoris menſura 149.
Æquilibrium poſtulat pondera eſſe inverſe ut eorum diſtantiæ a fulcro 205. Ejus cauſa phyſica pro ſolidis 550.
Æquilibrium fluidorum 230.
Altitudo ex deſcenſu gravis 420. & oſcillationibus penduli colligitur 505.
Altitudo maxima projecti ad angulum ſemirectum 544.
Angulus incidentiæ. & reflexionis 362.
Aqua velocior eſt in fundo fluminum propter preſſionem 447. Ejus circulatio perpetua 104. Et cum vitro attractio 234.
Aquæductus Romani ex magnificentia conſtruxerunt 233. Ceſſant a fluxu ſi aer intermiſceatur 237.
Ariſtarchus Samius prælufit Copernico 144.
Ariſtotelica definitio motus 28. Explicatio motus reflexi 364. Et cauſæ æquilibrii 552.
Aſclepius limites attractionis in fluidis determinavit 235.
S. Auguſtinus non favet nec Tychoni nec Copernico 145.
Axis in peritrochio 575. Eſt vectis primi generis perpetuus 576.
Axis oſcillationis 475. Parabolæ. 522. Penduli 475.

B

BAlliſticæ notio 556.
Bilanx vetus & recentior 562.
Brachium, vectis tertii generis 560.
Bradlejus explicat aberrationem fixarum 163.

C

CAlor dilatat corpora 492. Parum influit in mutatione neceſſaria pendulorum 516.
Carteſius oſtendit objecta depingi in retina 137. Lucem in preſſione ponit 50. Quietem dicit eſſe quid poſitivum 113. Minus bene definit motum 32. & motum ac celeritatem concipit 37. Motum aliquando ſumit pro vi 194. Quantitatem motus eamdem in mundo dicit perſeverare 190. Falſas motus regulas aſſignat 255. 293. 318. 322. 338. Galilæi opera non probat 532. 445.
Caſtelli opinio de curva projectorum 520.
Celeritas abſoluta 10. & 302. Ejus ratio ad quantitatem motus & maſſam 173. & ſeq. In motu uniformiter accelerato eſt in ratione temporis 24. Acquiſita & amiſſa in conflictu corporum mollium eſt in ratione inverſa maſſarum 260.
Celeritas elaſticorum poſt conflictum, quæ 290. & ſeq.
Celeritas finalis gravium quomodo ſe habeat 407. & 410. Per longitudinem plani eſt eadem ac per ejus

Digitized by Google

ejus altitudinem 443. Niſi longitudo plani ſit interrupta per aliquem angulum 445. Per plana ejuſdem altitudinis, ſed diverſæ longitudinis eſt eadem 444.
Celeritas globi tormento exploſi 149.
Celeritas gravis ſub initium non percurrit determinatum ſpatium 414. Acquiſita per planum inclinatum quomodo ſe habeat ad acquiſitam eodem tempore per altitudinem 441. Acquiſita per chordas circuli eſt in ratione chordarum 450. & 459.
Celeritas in actu primo & ſecundo 2.
Celeritas infinita eſt impoſſibilis 47.
Celeritas major vel minor eſſe poteſt in infinitum 45. Major acquiritur a corpore moto per aliud mediate, quam immediate 346. Et maxima eſt ſi corpus interpoſitum ſit medium proportionale inter alia duo 350.
Celeritas motus compoſiti quomodo ſe habeat ad celeritatem virium componentium 356.
Celeritas penduli per dimidiam oſcillationem quomodo ſe habeat ad celeritatem per duplam longitudinem cadendo acquiſitam 507. Celeritates ejuſdem penduli ſunt in ratione chordarum 508.
Celeritas planetarum eſt in ratione inverſa diſtantiæ ipſorum a Sole 386.
Celeritatis planum & ſcala 404.
Celeritas priſtina redit corporibus poſt ſecundum conflictum 352.
Celeritas poſt conflictum corporum mollium quomodo inveniatur 146 236. 259. 263.
Celeritatis quadrata poſt conflictum elaſticorum ducta in maſſas ſunt æqualia celeritatis quadratis ante conflictum ductis in maſſas 300.
Celeritas relativa 10. 302. Eadem eſt poſt conflictum elaſticorum, ac erat antea 302.
Celeritas uniformis & variabilis 16.
Centrum gravitatis quid 214. In corporibus mente ſola conſpicitur 221. Quomodo inveniatur 221 & ſequ. In libra ſit ſub centro motus 569.
Centrum commune gravitatis corporum movetur eodem modo ante & poſt conflictum 196. Et eamdem habet utrobique celeritatem 251. Quod commune eſt Planetis & Satellitibus Ellipſim circa Solem deſcribit 227.
Centrum magnitudinis 214.
Centrum motus 204.
Centrum motus in pendulo 472.
Centrum oſcillationis 473.
Centrum percuſſionis 473.
Centrum virium 370.
Chordæ in circulo percurruntur eodem tempore ac diametri 456.
Cochlea mas & femina 581.
Cochlea horologiorum, quare conica 577.
Cochlea infinita 583.
Collineatio definit ſupra ſcopum 531.
Comparatio non habet locum inter heterogenea 391.
Compreſſio habet ſuos limites 276.
Conflictus directus & indirectus 245 362. Indirectus revocatur ad directum 362.
Conflictus corporum mollium in ſe invicem, vel in eamdem partem tendentium reduci poteſt ad conflictum unius cum altero quieſcente

Digitized by Google

te 271. Et conflictus elaſticorum habet effectus corporum mollium duplicatos 276.
Copernici ortus, & ſyſtema 143. & ſeq.
Corpus durum quid 273.
Corpus elaſticum quid 276. qua celeritate moveatur poſt conflictum 327. & ſeq. Quando quieſcat poſt colliſionem 332. & ſequ. Quando reſiliat poſt conflictum 313. 332. & ſeq. 343. Quod eſt majoris maſſæ & velocitatis tardius movetur poſt conflictum 320. & ſeq. quod movetur a minori, habet quantitatem motus majorem ac fuerit in minori 339. Etſi poſſit eſſe inſenſibilis 342. Quod minoris maſſæ eſt & celeritatis, movetur poſt conflictum velocius ac moveretur corpus majus 322. Quæ ſunt æqualis maſſæ ſed non celeleritatis permutant in conflictu celeritates & quantitates motus 316 & ſeq.
Corpus molle quid 245.
Creatio & conſervatio num ſint idem 56.
Crouzas opinio de natura quietis 116.
Cuneus 578.
Curva brachyſtochrona 469. Catenaria 359. Iſochrona 466. Iſochrona paracentrica 467. Projectorum 528. Taurochrona 468. Velaria 359.
Curvæ conſiderantur tamquam polygona §. 446.
Cyclois eſt curva brachyſtochrona 468. Et tautochrona 399. & 468 inutilis in horologiis 485.

D

DEi immutabilitas ſtat cum mutatione creaturarum 191.
Diameter circuli percurritur a gravi eodem tempore, ac quævis chorda 456.
Directiones gravium in terram non ſunt in rigore parallelæ 527. Effectus directionum diverſarum in uno corpore 354.
Diſpaſti & triſpaſti ſunt uſus frequentis 574.
Diſtantia non poſtulat extenſionem realem 75. Illa centri oſcillationis penduli quomodo inveniatur 479. & ſeq.
Diſtantiæ horizontales projectorum 545.
Diviſibilitas infinita excludit diviſionem infinitam 65.
Dura corpora conflictum habent ut mollia 274.
Dynamica quid 556.

E

EClipſis ſatellitum Jovis 51. & 158.
Elaſticitas eſt cauſa motus reflexi 366.
Electricitate non moventur Planetæ 189.
Ellicottii pendulum 493.
Ellipſis quando deſcribatur per vim centralem 376.
Ergata 575. 593.

F

FAſciæ in diſco Jovis 153.
Fixarum aberratio quid 161. a duobus ſolum obſervata 165. non eſt a parallaxi 159.
Flamſteedii obſervationes circa fixas 159.
Fluida homogenea an componantur ad libellam 231. & 234. Eorum attra-

attractio mutua, quomodo determinari poſſit 234. eorum cum ſolidis æquilibrium 238.
Fluida heterogena in æquilibrio reciprocant altitudines cum denſitatibus 236.
Fluminum aqua velocior eſt, quo magis accedit ad fundum 447.
Focus parabolæ 540. Ejus diſtantia a peripheria 535. In circulo ſunt illi omnium parabolarum, quas projectum ſub diverſis angulis ab eodem puncto & per eamdem vim deſcribat 536.
Fontana Dominicus obeliſcum Vaticanum erexit 593.
Foveam obliquam corpus decidens in ſevum quando excavat 162.
Frigus contrahit corpora 492.
Funium numerus in machina ex trochleis determinat augmentum potentiæ 574.

G

Galilæus inventor ſcientiæ de motu accelerato 22. Ejus in hac re experimenta 411. Projectorum motum eſſe parabolicum dixit 532. Ex oſcillationibus penduli altitudinem collegit 505. Ejus opinio de motu terræ 152.
Geoſtaticæ notio 204. & 556.
Geranium, quid 575.
Globus aliquanto tardius ad Horizontem pervenit exploſus, quam dimiſſus 526.
Gloſſocomum Heronis 585.
Grahami pendulum 493.
Gravitas abſoluta & relativa 429. Quomodo ſe habeant inter ſe in plano inclinato 431. 434. & ſeq.
Gravitas diverſa in diverſis terræ locis 511. & una ad aliam eſt in ratione longitudinum pendulorum iſochronorum 514.
Gravitas eadem eſt in locis ejuſdem latitudinis 412. Et conſtans 23. Sed intra longum tempus fortaſſe mutatur 519. Æqualiter movet in in vacuo quævis corpora 426.
Gravitas minor eſt ſub Æquatore 151.
Gravitas ſpecifica ſolidi ad illam fluidi quomodo cognoſcatur 339. & ſeq.
Gravitas varia pro varia diſtantia a terra 23. Qualis ſit in ſingulis Planetis 437.
Grave decidens ex corpore currente deſcribit parabolam 525. Quot pedes decidens conficiat uno ſecundo 418.
Gravia in plano inclinato deſcendunt motu uniformiter accelerato 440. Quando ſe librent 437. Quando in deſcenſu revolvantur 430.
Gurgites 21.

H

Harriſonii pendulum 493.
Heterodromi notio 557.
Homodromus quid 557.
Horologia inventa pro motu uniformi 20. Aquea, arenaria, ſciaterica 248. Conica cochlea inſtructa 577.
Horologium cum pendulo primo factum a filio Galilæi 483. Perfectum ab Hugenio 485.
Hydraulicæ notio 556.
Hydroſtaticæ notio 204. & 556.
Hyperbola quando deſcribatur per vim centralem 376.

I

Jactus horizontalis longiſſimus 538. & 540. Augetur in duplicata ratione auctæ projectionis 543.

Digitized by Google

Ignis non adhibetur pro potentia in machinis 547.
Impetus quid 2. Non eſt ens ſuperadditum corporibus 200. Non eſt cauſa motus reflexi 275.
Iſochronia oſcillationum penduli obſervata a Galilæo 482. Et demonſtrata 487. Ejuſdem cauſa aliqua 510. Cur ſit in pendulis longitudinis diverſæ 512.
Jugum libræ 561.

K

Keplerianæ leges 372.

L

Leges communicationis motus neceſſario conſequuntur ex natura corporum 255.
Leibnitii doctrina de quantitate motus 198.
Libellam fluida in vaſis quando habeant 234.
Libræ notio 561. Habeat centrum gravitatis ſub centro motus 569. Ejus mobilitati obeſt ingens pondus 563. Quæ ſit doloſa 567. Ejus vitium quomodo detegatur 570.
Libra Sphygmica 456.
Linea directionis cadere debet intra baſim corporis 218.
Longitudo penduli pro ſecundis 505. Ea eſt ut quadratum temporis oſcillationis 498. Quomodo ſe habeat relate ad numerum oſcillationum 503. Diverſa requiritur ad iſochroniam in diverſis locis 511.
Longitudo plani inclinati percurſa a gravi eodem tempore ac tota altitudo, quæ ſit 450.
Lucernæ perpetuæ 104.
Ludus per globulos eburneos 363.
Lux ſucceſſive movetur 50.

M

Machinæ notio 547. Quæ ſit cauſa ejus vis 550.
Machinæ ſimplices 555. Compoſitæ 594.
Malebranchii doctrina de quantitate motus 195. De innumeris parvis vorticibus 197.
Malus navis eſt homodromus 559.
Malleus aquaticus 426.
Maſſæ ratio ad quantitatem motus, & celeritatem 174. & ſeq.
Materia non conſiſtit in vi motrice 201.
Mechanicæ notio 556.
Menſura temporis optima eſt pendulum 491.
Mercurii cum mercurio attractio 234.
Meridiani gradus menſuræ 150.
Momentum machinarum 556.
Monades non componunt mundum 199.
Monoſpaſtos auget de conſequenti potentiam 572.
Mors eſt ſeparatio animæ a corpore 72.
Morulæ non interveniunt in motu corporis tardo 69.
Motor translatus 525.
Motus datur 58. Etiam in ſpiritibus creatis 70. Ejus definitio 1. & 27. Et malæ definitiones 28. & ſeq. Quomodo diſtinguatnr a celeritate 38. Poſtulat ideam mobilis, ſpatii, ſucceſſionis, directionis, & temporis 40. Habet partes ratione ſpatii, & temporis 94. Non tranſit ex uno in aliud corpus 90. Citra arcum 20. ſecundorum pro uno ſecundo temporis non eſt nobis viſibilis 139. Magnus ſit in elaſticis corporibus ſucceſſive majoribus 350.

Digitized by Google

350. & ſeq. Decreſcit propter reſiſtentiam medii 192. Non eſt eſſentialis materiæ 117. Cur difficilis per arenam 279.
Motus abſolutus eſt modus mobilis 88. Eſt quid poſitivum, & intrinſecum mobili 84. Eſt effectus vis motricis 97. Eſt mutabilis in ente perſeverante in eodem motu relativo 99.
Motus abſolutus & relativus 9. Componi unus poteſt cum altero 156. Quomodo tunc æſtimetur 100. In ſenſu ſolum relativo ſumi a nobis poteſt motus 171.
Motus acceleratus 22. Ejus utilitas 415.
Motus æquabilis 16.
Motus apparens 10. Non eſt neceſſario motus verus 92.
Motus acquiſitus aut amiſſus in conflictu corporum elaſticorum 278.
Motus compoſitus 15. Compoſitus variabilis 21. Quando per motum compoſitum deſcribatur curva. 368 Quando recta 354.
Motus horarius Planetarum, & Cometarum circa Solem 58.
Motus inſtantaneus eſt impoſſibilis 48.
Motus lationis, & circumlationis 5.
Motus medius 18.
Motus naturalis 6.
Motus oſcillatorius 471.
Motus penduli non eſt exacte acceleratus uniformiter 470.
Motus perpetuus, quid 103. Artificialis eſt impoſſibilis 107.
Motus Phyſicus & mathematicus 7.
Motus quantitas eſt maſſa ducta in velocitatem 167.
Motus reflexus non habet eamdem cauſſam ac directus 363.
Motus relativus poteſt eſſe quid imaginarium 91. Poteſt eſſe ſine vi motrice 98. Mutabilis eſt in ente perſeverante in eodem motu abſoluto 99. Vide motus abſolutus & relativus.
Motus ſimplex 14.
Motus verus eſt motus abſolutus 92.
Motus violentus 6.
Motus uniformis 16. In eo quomodo ſe habeat celeritas 391. Spatium 396. Tempus 399. Vis motrix 395
Motus uniformiter acceleratus 22. In eo quomodo ſe habeat ſpatium 402. 405. 406. 409. 411. 412. 428. 448. Tempus 411. Et vis acceleratrix 422.

N

Negationes rerum quomodo cognoſcantur 127. Aliquando requirunt parem vim, ac poſitiones 131.
Numerus oſcillationum in qua ratione ſit ad longitudinem penduli 502.

O

Obeliſcus Vaticanus ann. 1586 erectus 593.
Oculi retina refert imagines objectorum 137.
Oſcillatio penduli 470 Simplex, & compoſita 476. Eſt optima menſura temporis 491. Quota pars ſit totius circuli quomodo inveniatur 490: Quot numero fiant dato tempore quomodo inveniatur 504.

P

Pancratium 583.
Parabola Apolloniana 522. Ejus focus 567. Parameter 535. Vertex 522. Sagittæ & ſemiordinatæ 522 Quan-

Digitized by Google

Quando deſcribatur per vim centralem 376.
Parallaxis fixarum ignota 159.
Pendulum experientiæ 477.
Pendulum horarium brevius ſub Æquatore, quam procul ab ipſo 151. Ejus longitudo pro Roma 477. Quomodo immutabilis fiat 492.
Pendulum ſimplex 472. 474. 477. Compoſitum 475. Compoſitum iſochronum ſimplici 478. Longius facit oſcillationes diuturniores 497 Gravius ſed æqualis longitudinis cum leviori iſochronum eſt 518. Producendum, ſi tardius: contrahendum, ſi citius debeat moveri 500. Ejus applicatio ad horologium facta a filio Galilæi 483.
Percuſſio directa ad indirectam quomodo ſe habeat 365.
Pes horarius 506.
Philolai ſyſtema diverſum eſt a Copernicano 144.
Planetæ non moventur per electricitatem 189. Eorum motus perpetuus eſt 104. Eorum orbitæ ſunt Ellipſes 374.
Planum celeritatis virium, & ſpatii 404. Illud temporis non datur 404
Planum inclinatum ſuſtinet partem aliquam ponderis 429.
Plato non agnovit ſyſtema ſemitychonicum 145.
Pondus corporis fingitur congregatum in centro gravitatis 215. Auctum in pendulo non mutat durationem oſcillationum 500. & 518.
Potentia applicata machinæ quare intendatur 550.
Primum mobile non datur 18.
Projecta ad angulum ſemirectum cum horizonte ad diſtantiam maximam horizontalem perveniunt 538. deſcribunt parabolas, quæ inveniri poſſunt 535. vel curvam accedentem ad parabolam 521.
Ptolemæi ſyſtema 142.
Pulveris pyrii accenſio, velox eſt in ratione radicis cubicæ ſuæ maſſæ inverſe 46. Ejus quantitas requiſita ad diverſos jactus 534.
Quantitas motus an ſit ſemper eadem in mundo 189. Ea æqualis poteſt eſſe in maſſis inæqualibus 258. Ejuſdem ratio ad maſſam, ſpatium & tempus 172.
Quantitas motus poſt conflictum corporum elaſticorum 281. Ejus ſumma eſt eadem, ſi tendant in eaſdem partes, ac ante conflictum, & differentia eadem, ſi tendant in ſe invicem 288.
Quantitas motus poſt conflictum corporum mollium æqualis eſt illi, quæ erat ante 246. 249. Quæ ab illis ſit amiſſa vel acquiſita quomodo inveniatur 247. invenitur autem una æqualis alteri 265.
Quantitas motus reflexi ex obliqua percuſſione quomodo ſe habeat ad quantitatem totius motus 366.
Quies, quid 1.
Quies abſoluta 12. Non conſiſtit in poſitivo 121. Componitur cum motu relativo 135. & ſeq. 74. Et cum actione vis motricis componi poteſt 13. In corporibus mollibus poſt conflictum, quando ſit 258. Et quando in elaſticis 292.
Quies relativa ſuſcipit varios gradus 134. Et componitur cum motu abſoluto 135.

R

Ratio directa & inverſa quid 391.
Rechamus 571.

Re-

Digitized by Google

Reflexio ad angulum æqualem angulo incidentiæ 363. Non bene explicatur a Carteſio 275.
Remus eſt homodromus 559.
Reſiſtentia aeris in deſcenſu gravis quando ſenſibilis 401. Illa ex attritu 595. Quomodo minuatur 596.
Reſolutio motus 361.
Retina oculi depingitur ab objectis. 137.
Revolutio planetarum eſt æquabilis 19.
Riccati opinio de vi motrice, quod ſit ens corpori ſuperadditum 200.
Ricciolii experimenta de motu accelerato 413. Ejus ſyſtema ſemitychonicum 145.
Richerius vim gravitatis diverſam deprehendit 511.
Roemerus lucis motum ſucceſſivum detexit 51. Parallaxim fixarum negavit 159.
Rotæ dentatæ, ſtellatæ, coronatæ, pectinatæ 584.

S

Saltus e curru concitato qualis melior 355.
Sanguinis circulatio non eſt motus perpetuus 104.
Satellitum Jovis eclipſis 51. Eorum motus horarius 58.
Scala celeritatis, temporis, & virium 404. Illa ſpatii non datur 404.
Scopus cur attingatur per balliſtæ jactum 531.
Semidiametri terreſtris quantitas 527.
Seriei numerorum imparium ſumma 416. Et ſeriei geometricæ etiam infinitæ ſumma 68.
Solidorum cum fluidis æquilibrium 238.
Solis & fixarum motus 141.
Soni motus eſt uniformis 19. Velocitas incerta 19.
Spatia per plana diverſimode inclinata, ſed ejuſdem altitudinis quomodo ſe habeant 452.
Spatium a globo exploſo percurſum intra ſecundum 534.
Spatium a gravi percurſum intra unum ſecundum 418. Idem quomodo ſe habeat ad celeritatem finalem & vim acceleratricem 409 Et ad tempus 411. & 428. Quæ ſucceſſive decurrit, ſunt ut numeri impares 412.
Spatium infinitum, tamquam ſubſtantia a Deo creata non datur 418.
Spatium motu uniformi decurſum quomodo ſe habeat ad tempus, maſſam, & quantitatem motus 175. & ſequ.
Stateræ diviſio quomodo fiat 564. Utilior eſt eſt quam libra 563
Staticæ notio 204. 556.
Succeſſivum ens quomodo ſit præſens 86. 94.
Sucula 575.

T

Tempus deſcenſus per planum inclinatum ad illud per altitudinem, eſt ut longitudo plani ad altitudinem 460. Et tempora per plana ſimiliter inclinata ſunt ut radices quadratæ altitudinum 462
Tempus periodicum 380.
Tempus unius oſcillationis eſt ut radix quadrata arcus deſcripti 494. Et etiam ut radix quadrata longitudinis penduli 496.
Terra eſt ſphæroides latus 150. Eſſe centrum mundi non probatur 148. Ejus ſemidiameter 527. Ratio inter axem & diametrum æquatoris 150.

Digitized by Google

150. Ex impactu tenuis etiam corporis quomodo moveatur 254.
Terræmotus 155.
Tolandus motum dixit eſſe eſſentialem materiæ 120.
Tormenta bellica quadrante diriguntur 546 Quare attingant ſcopum 315
Triremis 50 remorum intra unum ſecundum curſus 394.
Trochlea 571. Si mobilis ſit, auget potentiam 573.
Trutina 561.
Tſchirnhauſen curvam projectorum eſſe gradus ſuperioris ſtatuit 528.
Tubi communicantes cujuſcunque diametri continent fluidum homogeneum ad libellam compoſitum 231.
Turres Piſana & Bononienſis 219.
Tychonis ſyſtema 142.

V

Varignonius detexit errorem in æſtimatione motus per planum inclinatum 445.
Vectis notio & ſpecies 557.
Ventorum circa Æquatorem cauſa 153
Vires conſpirantes 15.
Vires quæ elevant eodem tempore pondera per altitudines ipſis reciproce proportionales ſunt æquales 217.
Vis acceleratrix gravium quomodo ſe habeat ad ſpatium celeritatem & tempus 422. Eadem eſt diverſa in diverſa terræ latitudine 423.
Vis centralis notio 371. Ejus conſequentiæ 373. Ejuſdem in circulo proprietates 377. & ſeq.
Vis centripeta & centrifuga 371. Utraque datur in planetis 21. 385. & eſt variabilis 375.
Vis compoſita minor eſt viribus componentibus 360. & ſeq. Et reſolvi in illas poteſt 357. & ſeq.
Vis corporum quid ſit 128. Non eſt ens ipſis ſuperadditum 200. Et activa aliud non eſt, quam modus cogitandi 199.
Vis gravitatis non eſt minor ſub æquatore ſolum ob vim centrifugam 517.
Vis motricis notio 96 Quomodo aliqui illam explicent 194. Componi poteſt cum quiete 11. Quæ uniformem motum producit eſt in ratione quantitatis motus producti 395.
Vis tangentialis non eſt vis centrifuga 371.
Viſio ſitus rerum fit ſecundum radios a fundo oculi ſumptos ad ejuſdem ſuperficiem 162.
Vortices 21.
Vortices parvi in magno vortice juxta Malebranchium 197.

ERRATA			CORRIGE
Pag.	lin.		
15.	4.	qaod	quod
56.	11.	moventur	moveatur
64.	30.	ſi	ſic
110.	22.	hobetur	habetur
135.	11.	maſſæ	maſſas
156.	11.	ipſp	ipſo
167.	17.	corporis M.	corporis m
176.	26.	circa corporum	corporum
178.	9.	corporum	corpora
192.	33.	ſinguli	anguli
250.	7.	de illa	de ratione illa
273.	25.	5000	6000

Digitized by Google

Digitized by Google

Digitized by Google

Digitized by Google